فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی
شماره ۵۴ (بهار و تابستان ۱۳۹۳) صص. ۱۰۱ تا ۱۱۹

جستجوی شبه تناوب در تزئینات اسلامی ۵ ـ تا (قسمت اول)*

پیتر آر. کروموول

مترجمین: مریم السادات فلسفی، مریم جمالی گندمانی

مقدمه

کاشی‌کاری پنروز[1] در بین کاشی‌کاری‌های نامتناوب (که تقارن انتقالی ندارند)، اما مرتب شده، قابل توجه هستند. ساختار این کاشی‌کاری‌ها، که شبه‌تناوبی نامیده می‌شوند، به چندین روش قابل توصیف است: ۱ ـ تقسیم‌جزیی خودمتشابه، ۲— کاشی‌های با قوانین انطباقی، ۳ ـ تصویر یک قطعه از یک شبکهٔ مکعبی در R^5. مطلب غیر عادی دیگر در مورد کاشی‌کاری‌های پنروز، وجود تقارن دورانی ۵ ـ تا و ۱۰ ـ تای موضعی، در بسیاری از مراکز است. ظاهر این کاشی‌کاری‌ها با برخی نگاره‌های هندسی اسلامی مشترکند. این تشابه ما را به مقایسه واداشته است؛ مقایسه‌ای که نتیجهٔ آن مشاهدهٔ برخی مطالب مقدماتی کاشی‌کاری‌های پنروز، در طرح‌های سنتی اسلامی است. این مطلب خود نشانه‌ای از شبه‌تناوب در این طرح‌ها می‌باشد. بونر[2] [۲]، سه سبک خودمتشابهی را شناسایی کرد. ماکوویکی[3] [۲۰]، الهام‌بخش ایجاد انواع جدیدی از کاشی‌کاری‌های پنروز بوده است. او سپس با همکارانش [۲۴]، طرح‌های سنتی موریش[4] را با کاشی‌کاری‌های از نوع پنروز

*) Peter R. Cromwell, spmr02@liverpool.ac.uk *The Search for Quasi-Periodicity in Islamic 5-fold Ornament,* The Mathematical Intelligencer, Voulme 31, Number 1, 2009, pp 36-56.

ترجمهٔ مقاله در دو قسمت تنظیم شده است. قسمت اول، سه بخش نخست را شامل می‌شود. پنج بخش بعدی مقاله، با عناوین طرح‌های چندسطحی، طرحی از الحمرا، طرح‌هایی از اصفهان، ارتباط با کاشی‌کاری پنروز، و در انتها نتایج، در قسمت دوم آورده خواهد شد.)

1) Penrose 2) Bonner 3) Makovicky 4) Moorish

انطباق داده و پوشانید. اخیراً لو و اشتینهارت[1] [۱۷]، استفاده از تقسیم‌جزیی خود متشابه را در سیستم‌های طرح سنتی اسلامی مشاهده نمودند. آنها همچنین طرح‌های ایرانیان را با بادبادک‌ها و پیکان‌های پنروز انطباق داده و پوشانیدند. مقالهٔ اخیر، اگرچه در بعضی از موارد، تعبیر و تفسیر غلط و کاملاً همراه با بزرگ‌نمایی داشته است، با این حال به طور گسترده در جراید جهان نمود یافت.

اگرچه تمایل به یافتن مثال‌هایی از شبه‌تناوب در نگاره‌های سنتی اسلامی قابل درک است، اما نباید انگیزه‌های مدرن و نیز برداشت امروزی را در گذشته جستجو کنیم. نظر بر این است، فرهنگی که خالق چنین نگاره‌های تکراری است، به طور ذاتی نسبت به علم نظریهٔ گروه آگاهی داشته است، اگرچه آنها دارای هیچ تصوری از مفهوم یک گروه نبودند. دو استدلال غلط وجود دارد که باید از آنها دوری جست:

انتزاع: اگر P دربارهٔ X بداند و X مثالی از Y باشد، بنابراین P دربارهٔ Y می‌داند.

استنتاج: P دربارهٔ X می‌داند و X، Y را نتیجه می‌دهد، بنابراین P دربارهٔ Y می‌داند.

در هر مورد احتمالاً P اصلاً دربارهٔ Y فکر نمی‌کند و حتی اگر چنین باشد هیچ لزومی ندارد که ارتباط آنها از طریق X باشد.

من در این مقاله، ابتدا به توصیف روشی برای ترسیم طرح‌های هندسی اسلامی می‌پردازم. این روش بر مبنای کاشی‌کاری است. با مهارت و نبوغ، تکنیک پایه می‌تواند، به طرق بسیاری تنوع و گسترش یابد. این مطلب، ما را به یک دستهٔ متنوع گسترده، از طرح‌های پیچیده و دشوار رهنمون است. همچنین برخی از طرح‌های سنتی‌ای را که قابل مقایسه با کاشی‌کاری‌های شبه‌تناوبی هستند، در بخش اصلی مقاله آورده‌ام. آنها را بررسی می‌کنم و از هندسهٔ زیرین، برای برجسته کردن شباهت‌ها و تفاوت‌ها بهره می‌گیرم. همچنین سندی را ارزیابی خواهم نمود که نشانی از وجود شبه‌تناوب در هنر اسلامی است.

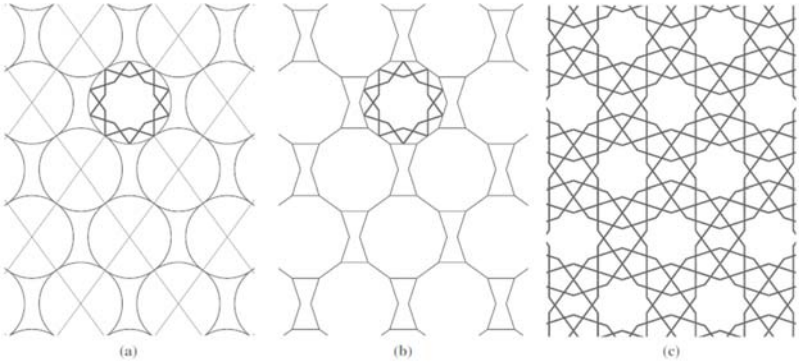
یک بیان مختصر از اصطلاحات علمی: بسیاری از ترسیمات بر مبنای کاشی‌کاری‌های سطح هستند. یک «قطعه» زیرمجموعه‌ای از یک کاشی‌کاری است، که تعدادی متناهی کاشی و یک صفحهٔ همسان را شامل است. عبارت «تکرار واحد» را به عنوان یک عبارت عام، برای الگویی به کار می‌برم، که در آفرینش یک نگاره، با استفاده از تبدیلات طولپا[2] تکرار شده باشد. این مطلب مختص به تناوب متوازی‌الاضلاع یا حوزهٔ بنیادی نیست. یک طرح یا کاشی‌کاری با «تقارن شعاعی» دارای یک مرکز واحد از تعدادی متناهی تقارن دورانی است. دیگر اصطلاحات، همان‌هایی هستند که در [۸] برای کاشی‌کاری‌ها آمده و برای کاشی‌کاری‌های جانشینی در [۳۳] تکمیل شده‌اند.

روش‌های اسلامی ترسیم

اگرچه اصول طراحی هندسی اسلامی پیچیده نیست، اما شناخته شده هم نمی‌باشد. تلاش برای

1) Lu and Steinhardt 2) isometry

بازیابی این اصول از کار هنری خاتمه یافته، دشوار است، چرا که اکثر عناصر مشهود در یک طرح، ترکیب عناصر استفاده شده توسط طراح نیستند. خوشبختانه اسنادی از قرون وسطی باقی مانده است که برخی از رازهای اهل فن را برملا می‌سازد. بهترین سند طومار دست‌نویس ۱۹۵۶ .MS.H، در کتاب‌خانهٔ «قصر توپقاپی (Topkapi)»، استانبول است. این طومار، یک سری شکل هندسی می‌باشد که در صفحاتی مجزا کشیده شده‌اند. انتهای این صفحات به یکدیگر چسبانیده شده است. صفحهٔ متصل شدهٔ حاصل، حدود ۳۳ سانتی‌متر عرض و ۳۰ متر ارتفاع دارد. این طومار چیزی شبیه به یک راهنما نیست، چرا که در آن متنی موجود نمی‌باشد. آن بیشتر یک کتاب نگاره است که ترسیم خطوط را نشان می‌دهد. یک نیم‌سایز رنگی بازآفرینی شده‌اش را می‌توان در [۲۵] یافت. این نیم‌سایز، شامل حاشیه‌هایی است که ترسیم خطوط را نمایش می‌دهد. برخی خطوط که در عکس‌ها واضح نیستند، در آن مقاله با یک قلم خاص مشخص گشته است. در این مقاله، ارجاعات به طومار توپقاپی، با همان شمارهٔ صفحاتی می‌باشد که در [۲۵] شماره‌گذاری شده است.



شکل ۱. نگارهٔ ستاره‌ها و بادبادک‌ها

طرح‌های اسلامی اغلب دارای نقش ستاره هستند، که در شکل‌های متنوعی می‌آیند. اما ما در این مقاله تنها به شکل‌های ساده‌ای از آنها نیاز داریم. شکل‌هایی که با ستاره‌ی منتظم چندضلعی‌ها از هندسهٔ مسطحه همخوانی دارد. حال n نقطه با فواصل مساوی را حول یک دایره در نظر بگیرید. نقاطی که در فاصلهٔ d از یکدیگر هستند را به وسیلهٔ خطوط مستقیم به هم متصل نمایید تا ستارهٔ چندضلعی حاصل آید. این ستاره با $\{n/d\}$ نشان داده می‌شود. اگرچه این نقش برای یک ریاضیدان تنها یک ستاره می‌باشد، اما برای یک هنرمند یک نقش خام است که در تمام شکل به‌عنوان یک نقش‌مایهٔ زینتی به کار می‌رود. در اکثر مواقع پاره‌خط‌های میانی اضلاع ستاره حذف می‌شوند.

بسیاری از طرح‌های اسلامی به وسیلهٔ ستاره‌های ٦ ـ ، ٨ ـ ، یا ١٢ ـ پری ساخته می‌شوند که رئوس، در شبکه‌های استاندارد مربع‌ها یا مثلث‌های متساوی‌الاضلاع واقع شده‌اند. شبکهٔ لوزی شکل متداول، به دیگر ستاره‌ها اجازه می‌دهد تا مورد استفاده قرار گیرند. یک مثال مبنی بر {۱۰/۳}، در

شکل ۱(a) نشان داده شده است. زاویهٔ لوزی‌ها $^\circ$۷۲ و $^\circ$۱۰۸ می‌باشند که هر دو مضاربی از زاویهٔ بین سرهای مجاور ستاره، یعنی $^\circ$۳۶، هستند. حال یک مجموعه از دایره‌های با شعاع‌های مساوی و مراکز رئوس شبکه، به گونه‌ای بکشید که هر دایره بر دایرهٔ مجاورش مماس باشد. در دایره‌ها، نسخه‌هایی از نقش ستاره را چنان قرار دهید که سر ستاره‌ها روی یال‌های شبکه قرار گیرد. این مطلب فضا و جهت اصلی نقوش را کنترل می‌کند. اما طرح هنوز کامل نیست. اگرچه در هر نقش برخی از سرها به نقش مجاورشان متصل نیستند، اما آزادند و در فضاهای ماندهٔ بین دایره‌ها واقع شده‌اند. خطوط مرزی این سرهای آزاد، آن‌سوتر از محیط دایره، تا آن‌جایی گسترش داده می‌شوند که به خطوط مشابه‌شان در ستاره‌های نزدیک برسند. این روش ساده، فضاهای باقی‌مانده را مرتبط کرده و اتصال نقوش ستاره را افزایش می‌دهد. می‌بایست نگاره‌ای مشابه با آن‌چه درون شبکه را پر کرده است، به طور یکنواخت در تمام فضاهای باقی‌مانده به کار برده شود و تقارن طرح تا حد امکان حفظ گردد. حاصل این کار در شکل ۱(c) نشان داده شده است. در این مورد خاص بابادک‌هایی همنهشت با بادبادک‌های ستاره، فضای باقی‌مانده را پر می‌نمایند. این نگاره یکی از معمول‌ترین طرح‌های ده ضلعی است. ما برای ارجاعات بعدی آن را نگارهٔ «ستاره‌ها و بادبادک‌ها» می‌نامیم.

بر این اساس، با تکرار واحدهای کوچک، یک دامنهٔ محدود از طرح‌های متناوب حاصل می‌شود. این مطلب تنها برای ستاره‌هایی با این تعداد رأس صادق است. یک روش کلی‌تر که بتواند برای تمام ستاره‌ها به کار رود و همچنین قادر به ترکیب ستاره‌های متفاوت در یک طرح باشد، بر پایهٔ کاشی‌کاری‌های یال به یالی است که شامل چندضلعی‌های محدب منتظم با بیش از چهار ضلع می‌شود. شکل ۱(b)، یک کاشی‌کاری از ده ضلعی‌ها، به همراه کاشی‌های شش ضلعی نامحدب بین آنها را نشان می‌دهد. پس از این‌که ستاره‌های $\{۱۰/۳\}$ را در هر کاشی ده ضلعی قرار دادیم، همان روش پر کردن فضاهای درون شبکه‌ای را، که قبلاً بیان شد، به کار می‌بریم تا نگاره در شش ضلعی‌ها تکمیل گردد.

این تغییر شکل از دایره به چندضلعی، ممکن است به نظر کم اهمیت بیاید، اما این کار دامنهٔ تعمیم‌ها را بالا می‌برد. ما خود را به یک شبکه مرتب از ستاره‌ها محدود نمی‌کنیم. هر کاشی‌کاری‌ای برایمان کفایت خواهد کرد. ممکن است کاشی‌کاری، شامل انواع متفاوتی از چندضلعی‌های منتظم شود که خود اجازه می‌دهد تا نقوش مختلف ستاره در همان طرح ترکیب شوند. خود کاشی‌کاری به طور طبیعی اندازهٔ نسبی ستاره‌های متفاوت را مشخص می‌نمایند. حتی می‌توانیم از نقوش ستارهٔ منتظم، که پر کردن فضاهای درون شبکه‌ای را آغاز می‌کنند و موجبات پیدایش روند کلی طرح را فراهم می‌آورند، چشم‌پوشی نماییم. در این مورد آخر، یک جفت از خطوط کوتاه با آرایش یک X را در نقطهٔ میانی هر یال قرار داده، سپس آنها را تا جایی گسترش می‌دهیم که با خطوط دیگر برخورد کند. این مطلب مشابه پر کردن فضاهای درون شبکه‌ای در هر کاشی است. زاویه‌ای که خطوط، با یال‌های کاشی‌کاری می‌سازند، یا زاویهٔ برخورد، ملاکی برای هماهنگ بودن، توسط هنرمند است. این زاویه، معمولاً در تمام یال‌ها اندازه‌ای یکسان دارد. هیچ لزومی ندارد که امتداد دادن خطوط، در اولین نقطهٔ تلاقی پایان یابد. اگر نواحی وسیع و خالی‌ای در طرح موجود باشند، یا به نحوی طرح

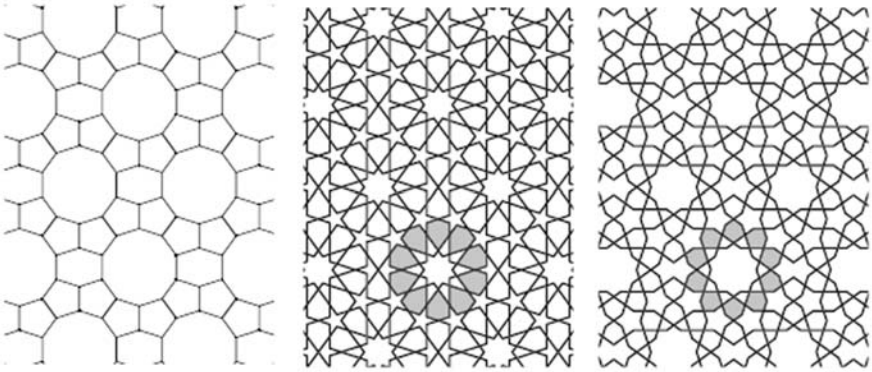
فاقد جذابیت باشد، می‌توان خطوط را ادامه داد تا جایی که تلاقی جدیدی حادث شود.

این روش به عنوان «چندضلعی‌های متصل» (PIC)[1] شناخته می‌شود. زمانی که هانکین[2] در شرق بود برای اولین بار این روش را توصیف کرد [۱۳–۹]. او همان کسی است که در زمان کارش در هند، کلیات شبکه‌های چندضلعی را در گچ‌کاری برخی طرح‌ها مشاهده نمود. بسیاری از صفحات طومار توپقاپی، یک طرح اضافه را روی شبکهٔ چندضلعی زیرینش نشان می‌دهد. اگرچه هدف از این شبکه‌ها ثبت شده نیست، اما به نظر منطقی می‌آید که آنها را در نتیجهٔ ترسیم خطوط تفسیر نماییم. بونر [۳و۲]، PIC را تنها سیستمی می‌داند که مدرکی از استفادهٔ تاریخی آن توسط طراحان سرتاسر جهان اسلام، وجود دارد. این روش یک روش کامل است و می‌توان آن را برای یک دامنهٔ وسیع از نگاره‌های سنتی در نظر گرفت، اما همه جا قابل اجرا نیست. یک جانشین نزدیک به آن توسط کاسترا[3] [۵]، به کار رفته است. او کسی است که شکل‌هایی که به نظر در طرح نهایی‌یشان، از هیچ شبکهٔ مخفی‌ای استفاده نشده را مرتب نمود. روش PIC، در چهار شکل بعد توضیح داده شده است، در شکل ۲، دو طرح حاصل شده از یک کاشی‌کاری با ده ضلعی‌های منتظم، پنج ضلعی‌های منتظم و شش ضلعی‌های محدب نامنتظم را نشان می‌دهد. در قسمت (b)، یک نقش ستارهٔ {۱۰/۴} در کاشی‌های ده ضلعی قرار گرفته است، که یک زاویهٔ برخورد °۷۲ برای دیگر یال‌ها می‌دهد. طرح تکمیل شده‌اش از بین تمام نگاره‌های ستاره، یکی از معمول و رایج‌ترین طرح‌های به کار رفته می‌باشد. قسمت (c)، طرحی را نشان می‌دهد که در آسیای مرکزی معمول است و بر مبنای {۱۰/۳}، با یک زاویهٔ برخورد °۵۴، می‌باشد. یک ستارهٔ {۱۰/۲} و یک زاویهٔ برخورد °۳۶، نگارهٔ ستاره‌ها و بادبادک‌ها را تولید می‌کند. طرح شکل ۳، از مرجع [۱۴] می‌باشد و شامل نقش ستارهٔ {۷/۳} است. در این کاشی‌کاری، هفت ضلعی‌ها منتظم هستند، در حالی که پنج ضلعی‌ها نامنتظم می‌باشند. شکل ۴، بر مبنای یک کاشی‌کاری است، که نه ضلعی‌ها و دوازده ضلعی‌های منتظم را شامل می‌شود. من زاویهٔ برخورد °۵۵ را انتخاب کرده‌ام، تا عناصر دوازده ضلعی محدب طرح، در چندضلعی‌های منتظم و برخی پاره‌خط‌های درونی کاشی‌های شش ضلعی نامحدب متصل شوند، بدون این که یک گوشه بسازند. اما، به عنوان یک نتیجه، هرگز نقش ستاره به طور هندسی منتظم نیست. صفحات ۱۲۲ ـ ۱۲۰ از[۴]، طرح‌های سنتی مبنی بر یک کاشی‌کاری است که مشابه با این کاشی‌کاری می‌باشند. شکل ۵، طرح تقارن دورانی ۱۰ ـ تایی را نشان می‌دهد. این طرح بر مبنای صفحهٔ ۹۰a، از طومار توپقاپی است. نکیپوگلو[4]، آن را به عنوان طرحی برای یک گنبد می‌داند [۲۵]. صفحهٔ اصلی طومار توپقاپی، برای شکل شامل $\frac{1}{10}$ نگاره، یک الگو ارائه می‌دهد. طرح، با خطوط مشکی پررنگ و کاشی‌کاری، با خطوط نقطه‌چین قرمز رنگ مشخص شده‌اند. توجه داریم که برخی از کاشی‌ها، $\frac{2}{10}$ و $\frac{3}{10}$ بخش، از یک ده ضلعی هستند. گنبدها نیز با اعمال روش PIC، در شبکه‌های چندوجهی تزیین شده بودند. برخی از نگاره‌ها، تعداد کمتری از ستاره‌ها را شامل می‌شدند. این نگاره‌ها با به کار بردن روش PIC در کاشی‌کاری‌های

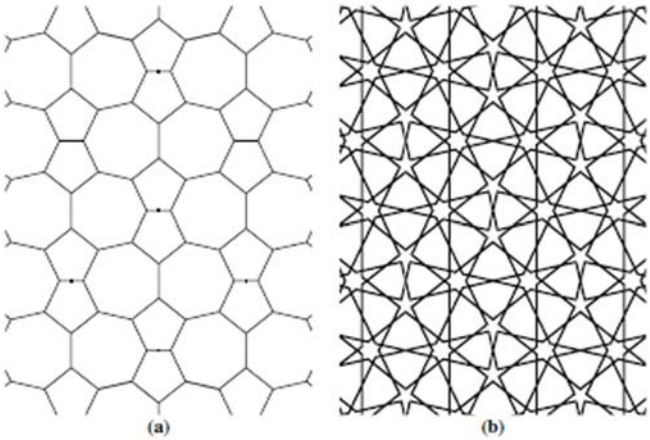
1) Polygons in Contact 2) Hankin 3) Castera 4) Necipoglu

k-یکنواخت، از چندضلعی‌های منتظم سه، چهار، شش و دوازده ضلعی حاصل شده بودند. برای دیدن برخی مثال‌های غیر معمول، صفحات ۷۷، ۹۷ و ۱۴۲ از [۴] را مشاهده نمایید.

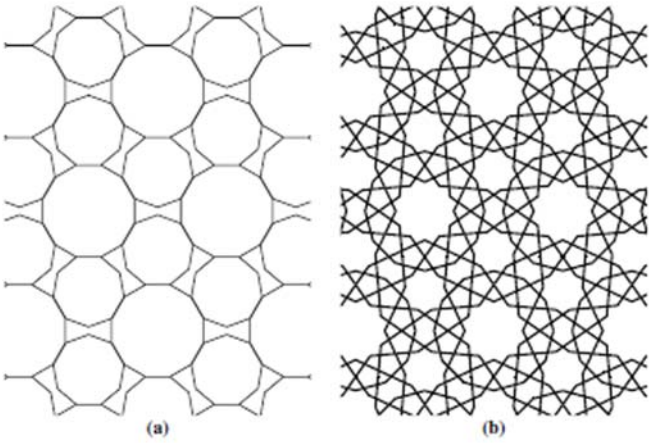
طرح‌های شکل ۲، دو نقش اسلامی رایج دیگر را نشان می‌دهد. در هر دو طرح، یک مجموعه از شش ضلعی‌های محیط بر یک ستاره، با رنگ خاکستری مشخص شده است. نقش مایهٔ ستارهٔ توسیع‌یافته، یک «رز» نامیده می‌شود و شش ضلعی‌های اضافی، گلبرگ‌های آن هستند. در این مورد از آن‌جا که کاشی ده ضلعی زیرین، توسط چندضلعی‌های متساوی‌الاضلاع محاط شده‌اند، لذا نقش رز، نمایان گشته است. در حالی که می‌توان آنها را با استفاده از یک مجموعهٔ دایره‌های مماس، حول دایرهٔ محیطی ستاره، رسم کرد [۱۶] و ترکیبی از عناصر را در مسیر خودشان به کار برد.



شکل ۲. یک کاشی‌کاری و دو نگارهٔ ستارهٔ مشتق‌شده از آن. در هر نگاره گلبرگ‌های یک رز، مشخص شده است.

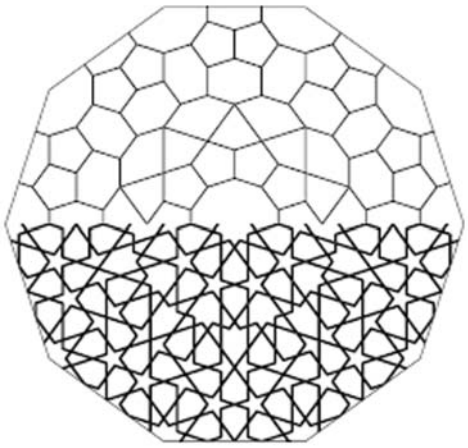


شکل ۳. طرحی شامل ستاره‌های ۷ ـ پر منتظم



شکل ۴. طرحی شامل ستاره‌های ۹ ـ پر و ۱۲ ـ پر

شما می‌توانید روش PIC را در عمل ببینید و نگاره‌های ستارهٔ خودتان را با استفاده از ریز برنامهٔ Kaplan's online Java طراحی کنید. شما یک کاشی‌کاری و زوایای برخورد نقش ستاره را انتخاب می‌کنید. سپس منطق استنباط نگارهٔ درون شبکه‌ای را ارائه می‌نماید.



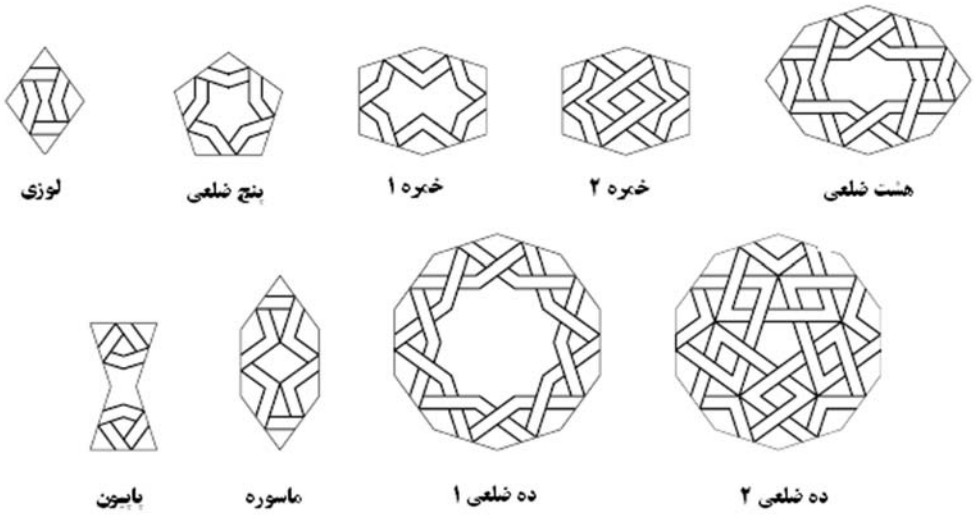
شکل ۵. طرحی از صفحهٔ ۹۰a طومار توپقاپی

کاشی‌کاری به کار رفته در ترسیم شبکهٔ زیرین روش PIC، اغلب از تقارن زیادی برخوردار است.

هنرمندان اسلامی همچنین طرح‌هایی می‌سازند که در ظاهر بیشتر آرایشی آشفته از عناصر، به همراه یک نظم موضعی در مقیاس کوچک، را دارا هستند. با این حال کمی از ناحیهٔ بلند ساختار، در قطعهٔ نشان داده شده قابل رؤیت است. صفحات طومار توپقاپی آشکار می‌سازد که این طرح‌ها یک شبکهٔ چندضلعی زیرین دارند. این شبکه از نسخه‌های یک مجموعهٔ کوچک کاشی‌های متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است. کاشی‌های متساوی‌الاضلاعی که زوایایشان مضاربی از °۳۶ می‌باشد: یک لوزی با زوایای °۷۲ و °۱۰۸، یک پنج ضلعی منتظم با زوایای °۱۰۸، یک شش ضلعی محدب با زوایای °۷۲ و °۱۴۴–ماسوره، یک شش ضلعی محدب با زوایای °۱۰۸ و °۱۴۴–خمره، یک شش ضلعی نامحدب با زوایای °۷۲ و °۲۱۶–پاپیون، یک هشت ضلعی محدب با زوایای °۱۰۸ و °۱۴۴، یک ده ضلعی منتظم (زوایای °۱۴۴).

نقش روی کاشی‌ها با استفاده از روش PIC، با زاویهٔ برخورد °۵۴، حاصل شده است. شش ضلعی خمره و ده ضلعی به دو شکل آراسته شده‌اند. یکی از نقوش ده ضلعی، تنها یک ستارهٔ {۱۰/۳} است و بادبادک‌های تشکیل دهنده‌اش همان بادبادک‌های روی پاپیون هستند. نقش ده ضلعی دیگر، پیچیده‌تر و تقارنش از دوران ۱۰ ـ تایی به ۵ ـ تایی تقلیل یافته است.

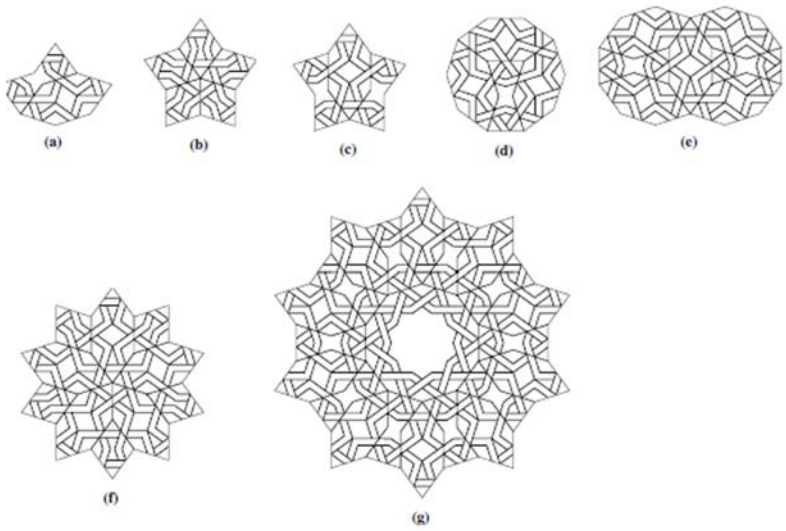
با آزمودن ده ضلعی‌ها و پنج ضلعی‌ها، اشکال دیگر کاشی‌ها به طور طبیعی حاصل می‌شوند. پاپیون و خمره را در شکل‌های قبلی مشاهده کرده‌ایم. هشت ضلعی باقیمانده را می‌توان از فصل مشترک هم‌پوشانی دو ده ضلعی به دست آورد. نقش مایهٔ روی شش ضلعی، شبیه به یک دوک یا قرقرهٔ با نخ است. محل این نقش خاص، به راحتی در طرح مشخص می‌شود و وجودش نشانهٔ خوبی است که بتوان طرح را با کاشی‌ها ترسیم نمود.



شکل ٦. مجموعه‌ای اسلامی از کاشی‌های اولیه

ارتفاع کاشی‌های نامنتظم از اشکال اضافی به عناصر ترکیبی، به نوبهٔ خود پیشرفت مهمی را در طراحی اسلامی ایجاد می‌کند. در نظر گرفتن کاشی‌ها به عنوان قطعاتی از یک جورچین، سبب خواهد شد تا نسبت به این ترکیب رویکرد ساده‌تری را در پیش بگیریم. یک طرح می‌تواند به گونه‌ای پیش‌بینی نشده، به صورت اورگانیک و مداوم، با اضافه نمودن کاشی‌ها به حاشیهٔ هر کدام از قطعات و با در نظر گرفتن گزینه‌های موجود در هر مرحله، به وجود آید. این رویکرد جدید، به هنرمندان آزادی و انعطافی بخشید تا به طرقی نوین، کاشی‌ها را به یکدیگر متصل نمایند، از طرف دیگر سبب پیدایش ردهٔ جدیدی از طرح‌ها شد. از آن‌جا که نمونه‌هایی از این ابداع در قرون ۱۲ و ۱۳ در ایران و ترکیه مشاهده گشت، لذا به نظر می‌آید که این نوآوری مربوط به دورهٔ سلجوقی بوده باشد. کاربرد وسیع و مداوم این کاشی‌های تزیینی به عنوان یک سیستم طراحی، توسط لو و اشتینهارت [۱۷] شناسایی شده بود. بونر [۲]، اظهارات مشابهی ارائه داد. هانکین [۱۰] نیز از این کاشی‌ها استفاده نموده است.

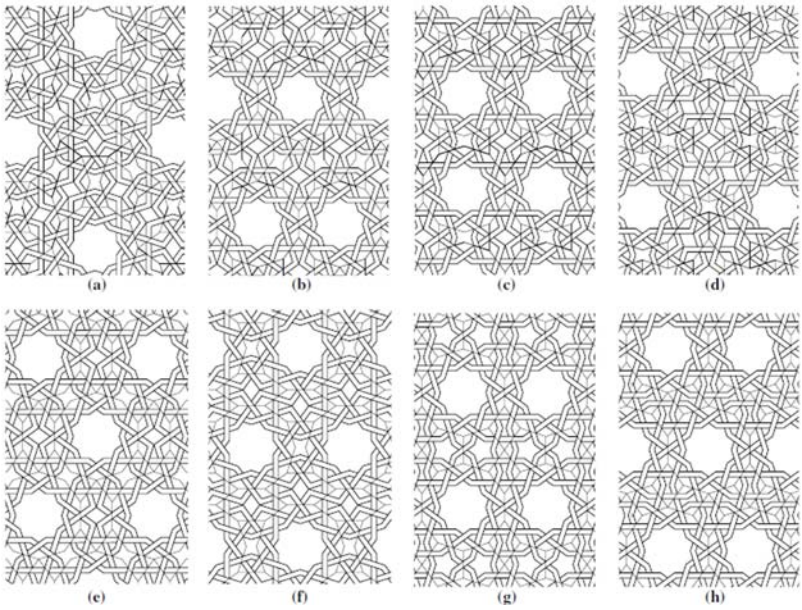
شکل ۷، قطعات کوچکی از کاشی‌ها را نشان می‌دهد. اغلب برای پرکردن یک ناحیه، چندین راه حل وجود دارد. حتی در ترکیب سادهٔ یک ماسوره با یک پاپیون، که در قسمت (a) نشان داده شده است، بازتاب کاشی‌ها نسبت به یک خط قائم، سبب خواهد شد که پاپیون به جای گوشهٔ بالا سمت چپ، در قسمت بالا سمت راست قرار گیرد. قطعهٔ مربوط به بخش (d) را می‌توان جایگزین هر یک از کاشی‌های ده ضلعی کرد که در این حالت سبب از بین رفتن قرینهٔ موجود در این شکل خواهد شد؛ چنان که پاپیون می‌تواند به هریک از ده جهت اشاره داشته باشد. قطعات (b) و (c) جفت دیگری هستند، اگرچه به لحاظ تقارن با یکدیگر متفاوت‌اند.



شکل ۷. قطعات کوچکی از کاشی‌ها

شکل ۸، برخی از طرح‌های سنتی پدید آمده از این کاشی‌ها را نشان می‌دهد. (a) و (b) به ترتیب، برگرفته شده از صفحات ۵۰ و ٦٢ طومار توپقاپی است. در هر دو مورد صفحات اصلی، الگویی را روی کاشی‌های مشخص شده با نقاط قرمز رنگ نشان می‌دهند. این الگو دارای خطوط سیاه پررنگی است که با کاشی‌کاری اضافه گشته است. طرح‌های قسمت (b)، (c) و (d) صفحات ۱۷۳، ۱۷٦ و ۱۷۸ از مرجع [۴] هستند. همچنین طرح‌های (e) و (f)، شکل‌های ۳۳ و ۳۴ از مرجع [١٦] می‌باشند. یال‌های کاشی‌کاری‌ها در اشکال منظور شده‌اند، تا بدین وسیله ساختار زیرین طراحی نشان داده شود. اما در محصول نهایی این خطوط پاک می‌شوند تا تنها نوارهای در هم بافته باقی بماند. این کار چهارچوب زیرین را مخفی نگه می‌دارد و به حفظ شیوهٔ هنرمند کمک می‌نماید. تماشاگر با توجه به نوارها، تنها یک نمای مختصر از چندضلعی‌ها را مشاهده می‌کند اما در واقع این‌ها ترسیم‌هایی تصنعی هستند و نه نقوش اصلی به کار رفته در ترکیب.

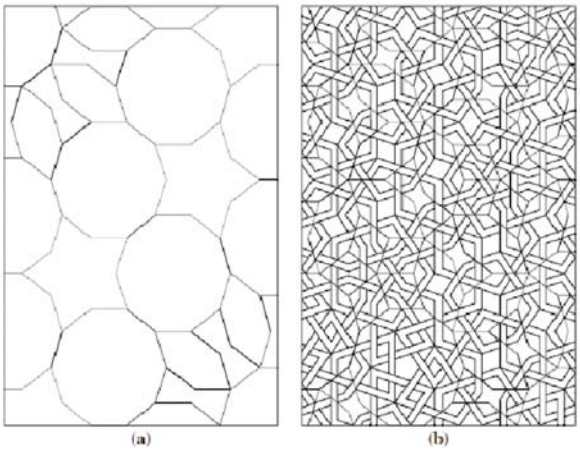
زوایای درونی در گوشه‌های کاشی‌ها، همه مضاربی از °۳٦ هستند. بنابراین تمام یال‌های یک کاشی‌کاری در یکی از پنج جهت می‌باشد. به عبارت دیگر، هر یک از یال‌های کاشی‌کاری با یکی از اضلاع یک پنج ضلعی منتظم، موازی خواهد بود.



شکل ۸. طرح‌های متناوب

کنار هم گذاشتن کاشی‌ها، خودبه‌خود پنج ضلعی‌های منتظمی را در پس زمینهٔ به هم بافته شده به وجود می‌آورد و مراکزی از تقارن دورانی ۵ ـ تا یا ۱۰ ـ تای موضعی را در طرح ایجاد می‌نماید. این تقارن در برخی از پیکربندی‌های شکل ۷، قابل رؤیت است. با این وجود در نگاره‌هایی که

توسط انتقال یک الگو ایجاد می‌شوند، می‌بایست این تقارن شکسته گردد و نمی‌تواند برای طرح کامل در نظر گرفته شود. این مطلب ناشی از محدودیت بلورشناسی است. بنابر این محدودیت، مراکز دوران در یک نگارهٔ متناوب، تنها می‌تواند ۲ ـ ، ۳ ـ ، ۴ ـ یا ٦ ـ تا باشد. این مطلب تا قرن ۱۹، به طور دقیق اثبات نشده بود. اما مسلماً، می‌بایست به طور شهودی توسط نگاره‌سازان اسلامی درک شده باشد. شاید به این علت که این کاشی‌کاری‌ها دارای تعداد زیادی مرکز غیرمجاز بوده‌اند، بسیار جالب به نظر می‌رسیدند. آنها این تصور را ایجاد می‌کردند که می‌توان از این قانون طبیعت گریخت. متأسفانه زمانی که یک بخش به قدر کافی بزرگ از یک کاشی‌کاری، برای تناوبی آشکار نشان داده شود، هر مرکز دورانی، تنها ۲—تا می‌خورد و نوع تقارن کاشی‌کاری (تزیین نشده)، معمولاً یکی ازانواع pgg، pmm و یا به طور معمول‌تر cmm می‌باشد.

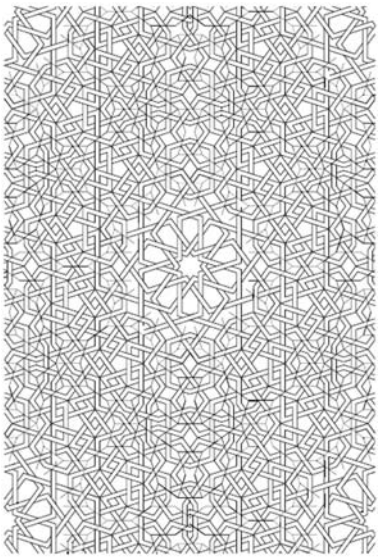


شکل ۹. طرحی از گنبد کبود، مراغه، ایران

شکل ۹(b) طرح روی یک دیوار از گنبد کبود مراغه (برج فیروزه‌ای) را نشان می‌دهد که در شمال غربی ایران واقع شده است. طرح‌های مشابه دیگری نیز سمت‌های دیگر برج را آراسته‌اند. طرح موجود، در نگاه اول به نظر فاقد یک اصل سازمان دهندهٔ کلی است اما در واقع به راحتی می‌توان آن را در چهارچوب نشان داده شده در شکل ۹(a) قرار داد. در گوشهٔ پایین سمت راست صفحه، قطعهٔ شکل ۷(g) به گونه‌ای قرار گرفته که توسط یک حلقه از ده ضلعی‌ها احاطه شده است. آرایش مشابهی نیز در گوشهٔ بالا سمت چپ قرار دارد که بر اولی مماس است. حاصل آن فضاهای خالی به شکل ستاره می‌باشند. حلقه‌های ده ضلعی‌ها توسط قطعهٔ شکل ۷(d) پرشده‌اند. در این حالت پاپیون‌ها به سمت خارج قرار دارند. تنها مورد استثنا، یال پایین صفحه می‌باشد، که با یک کاشی ده ضلعی کامل گشته است. فضاهای خالی ستاره‌ای شکل، با پنج لوزی نشان داده شده در شکل ۷(b) پر شده‌اند. این طرح دارای بی‌نظمی‌ها و همچنین تفاوت‌هایی نسبت به طرح اصلی می‌باشد؛ به خصوص در گوشهٔ پایین سمت چپ صفحه. از سوی دیگر، ده ضلعی موجود در گوشهٔ

بالا سمت چپ نیز با شکل ۷(d) کامل گشته است و نه با یک کاشی ده ضلعی.

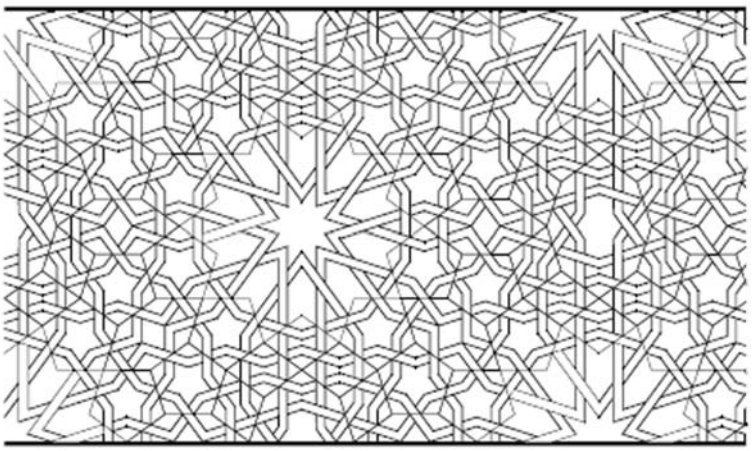
شکل ۹(a) را می‌توان شالودهٔ اصلی طرح نشان داده شده در شکل ۱۰، نیز در نظر گرفت. مراکز نقوش رز، در وسط شکل و گوشهٔ بالا سمت چپ، به طور قطری در گوشه‌های مقابل یک مستطیل قرار دارند که در واقع یک تکرار واحد برای طرح است. چهارچوب زیرین این مستطیل، مشابه طرح به کار رفته در مراغه می‌باشد. طرح کامل، توسط انعکاس اضلاع مستطیل از همین سلول حاصل شده است. توجه داشته باشید که این آرایش کاشی‌هاست که انعکاس داده شده‌اند و نه کاشی‌ها به همراه نقوش زینتی‌یشان.



شکل ۱۰. طرحی از مدرسهٔ کاراتای، قونیه، ترکیه

طرح کامل در هم بافته شده، متناوب باقی می‌ماند. اکثر مرزهای مستطیل واحد را اضلاع کاشی‌ها یا خطوط بازتابی کاشی‌ها تشکیل می‌دهند. هر دوی این موارد، پیوستگی کاشی‌کاری را در سراسر اتصالات تضمین می‌نماید. با این همه در گوشه‌های بالا سمت راست و پایین سمت چپ، کاشی‌ها به طور کامل در مستطیل قرار نمی‌گیرند؛ بلکه از یال‌های مستطیل آویزان‌اند. (در این حالت، سلول در مرکز خودش دارای تقارن دورانی ۲ ـ تایی است.) این مطلب در روش ایجاد طرح‌ها مشکلی ایجاد نخواهد نمود. برای رفع این ایراد، کاشی‌های آویزان برش خورده تا هماهنگ شوند و انعکاس‌ها اتصال نوارها را برعهده می‌گیرند. در شکل ۱۰، به وضوح می‌توان این امر را مشاهده نمود. در میانهٔ شکل و نزدیک به پایین، جفت‌های پاپیون‌ها و ماسوره‌ها با یکدیگر ادغام شده‌اند. مرکز این کاشی‌کاری را می‌توان با قطعهٔ نشان داده شده در شکل ۷(g) پر کرد. اما با آوردن یک نقش رز بزرگ، از این کار صرف نظر شده است. ترسیم متفاوتی از این نگاره توسط

ریگبی[1] در [۲۶] ارائه گشته است.
با بررسی کاشی‌های موجود در شکل ٦، به سرعت می‌توان دریافت که استفاده از کاشی‌های ردیف بالا، نسبت به بقیه، جالب نیست. زوایای 108° می‌بایست به صورت جفت، دور تا دور یک رأس قرار بگیرند، در حالی که این امر خود سبب محدود کردن گزینه‌های موجود می‌شود. در واقع طرح‌های بسیاری از به کارگیری این کاشی‌ها اجتناب کرده و اساس کارشان را تنها روی سه شکل ردیف پایین قرار می‌دهند. طرح شکل ۱۱، از این جهت غیر معمول می‌باشد که تا حدود زیادی از کاشی‌های غیر استادانه (لوزی، پنج ضلعی و هشت ضلعی) به همراه تعدادی ماسوره، ساخته شده است. نواحی ستاره‌ای شکل بزرگ کاشی‌کاری را می‌توان با قطعهٔ نشان داده شده در شکل ۷(f) پر نمود. استفاده از این مجموعه کاشی‌ها را ادامه می‌دهیم. اما به جای شکل ۷(f)، ستارهٔ {۱۰/۴} را جایگزین می‌نماییم.



شکل ۱۱. طرحی از سلطان هان، کایسری، ترکیه

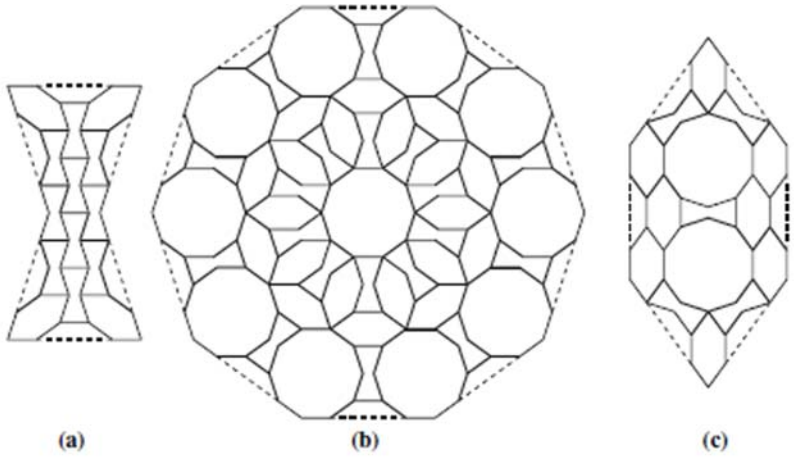
طرحی که برای یکبار ترسیم شده باشد را می‌توان به طرق متفاوت و بر اساس مفاد و مواد به کار رفته در آن به اتمام رسانید. در برخی از اشکال ضمیمه، نواحی به درستی با دو رنگ، رنگ آمیزی شده‌اند (سایهٔ صفحهٔ شطرنجی). خطوط دیگر، در نوارهای در هم بافته ایجاد شده است. در گچ‌کاری نیز زمانی که نقش حکاکی می‌شود، رسم خطوط پایه‌ای در خود گچ‌کاری قابل استفاده است.

۳. شبه‌تناوب چیست؟

در دههٔ ۱۹۸۰ میلادی، اکتشاف آلیاژهای فلزی بلورین که در نگاره‌های پراش‌شان تقارن

1) Rigby

۵ ـ تایی دارند، سبب ایجاد شور و نشاط بسیاری گشت. نقاط تیز در یک نگارهٔ پراش، نشان از نظم و ترتیبی دراز مدت دارد. این مطلب در آن زمان مترادف با تناوب بود، اما دوران‌های ۵ ـ تایی با محدودیت بلورشناسی ناسازگارند، لذا پدیدهٔ جدیدی مشاهده شده بود. این اجسام جدید، به عنوان شبه‌بلورها شناخته شدند و نظم و ترتیب زیرین‌شان به عنوان شبه‌تناوب معرفی شد. برای بلورشناسان نقاط تیز معین در یک نگارهٔ پراش، جز ویژگی‌های شبه تناوب محسوب می‌شود. البته در مطالعهٔ هنرهای زینتی، واژهٔ شبه‌تناوب تقریباً به صورت غیر رسمی به کار می‌رود و تعریف پذیرفته شده‌ای در مورد آن وجود ندارد. زمانی که خواننده‌ای مقالات را مقایسه می‌نماید، باید از منشأ نهانی آشفتگی مطلع باشد. برای کاشی‌کاری‌ها و طرح‌های هندسی وابستهٔ مورد بحث در این مقاله، یک گزینه، اعمال نمودن شرایط همگن روی توزیع آرایش موضعی کاشی‌هاست (این مطلب ضعیف‌تر از تعریف بلورشناسی می‌باشد). این مطلب و دیگر خواص از طریق مثال زیر توضیح داده خواهند شد.

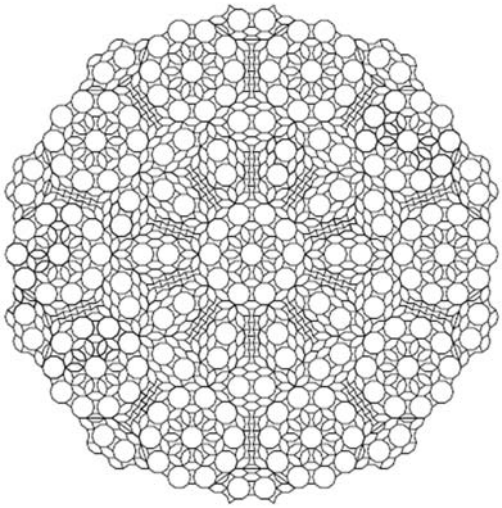


شکل ۱۲. تقسیمات جزئی سه کاشی، توسط نسخه‌های کوچک‌تر همان سه کاشی
ضریب مقیاس برابر با $\frac{1}{2}(7+\sqrt{5}) \simeq 4.618$

این مثال از قطعات نشان داده شده در شکل ۱۲ ساخته شده است. قطعات، تنها برای به نمایش گذاشتن تکنیک انتخاب گشته‌اند و دارای ارزش هنری نیستند. این مطلب را از پراکندگی نامتعادل پاپیون‌ها، که منجر به ایجاد طرح‌های ضعیف می‌شوند، می‌توان دریافت. هر قطعهٔ پوشانده شده با پاپیون‌ها، ماسوره‌ها و ده ضلعی‌ها را می‌توان به یک قطعهٔ بزرگ‌تر تبدیل نمود. این کار با تقسیم‌جزیی هر کاشی صورت می‌پذیرد. این مطلب در شکل، نشان داده شده است. در ادامه، نتیجه را در مقیاس مناسب قرار می‌دهیم تا کاشی‌های کوچک، در اندازه‌های اصلی مورد استفاده قرار گیرند. این فرایند تقسیم به اجزا و سپس بسط دادن آنها «تورم» نامیده می‌شود. هر ضلع از هر کاشی مرکب، شامل دو ضلع کاشی‌های کوچک و قطر بزرگ یک ماسورهٔ کوچک می‌باشد. در کاشی‌کاری

تورم یافته، نیم‌ماسوره‌ها با هم جفت می‌شوند تا بدین ترتیب کاشی‌های کامل را شکل دهند.

فرض می‌کنیم که P_0 یک ده ضلعی تک باشد و برای هر $i \in N$، P_{i+1} را قطعه‌ای در نظر می‌گیریم که از تورم P_i حاصل شده است. شکل ۱۲(b)، P_1 و شکل ۱۳، P_2 را نشان می‌دهد. فرآیند تورم را می‌توان با کاشی کردن نواحی به طور دلخواه بزرگی از صفحه تکرار کرد. علاوه بر این، چون P_1 شامل یک ده ضلعی مرکزی است، P_{i+1} یک نسخه از P_i را در وسط دارد. بنابراین P_{i+1} توسیعی از P_i است. با فرض این که i به سمت ∞ میل کند، می‌توانیم قطعه‌های یک کاشی‌کاری را به تمام صفحهٔ P_∞ توسیع دهیم. توجه داریم که تقارن قطعهٔ اولیه، در فرآیند تورم محفوظ باقی می‌ماند. لذا P_∞ دارای یک تقارن ۱۰ ـ تایی سرتاسری است و بنابراین نمی‌تواند متناوب باشد.



شکل ۱۳. یک مرحله در ترسیم یک کاشی‌کاری شبه‌تناوب

به طور کلی تورم، توانایی خلق قطعه‌های به طور دلخواه بزرگ را فراهم می‌آورد. قطعه‌هایی که لزوماً هم‌مرکز نیستند. لذا برای نشان دادن محدودیت موجود، باید کاری انجام داد. این کار یک کاشی‌کاری صفحه است [۱۹]. دو کاشی‌کاری را به طور موضعی نامتمایز گوییم اگر یک نسخه از هر قطعهٔ کاشی‌کاری اول، بر دیگری واقع شود و برعکس. خانواده‌ای از کاشی‌کاری‌های جانشینی، توسط کاشی‌های ابتدایی و تقسیمات‌جزیی نشان داده شده در شکل ۱۲، تعریف شده‌اند. این خانواده، مجموعهٔ همهٔ کاشی‌کاری‌هایی می‌باشد که به طور موضعی نامتمایز از P_∞ هستند. در واقع در این خانواده تعداد ناشمارایی از کاشی‌کاری‌ها وجود دارد. اما هر قطعه در هر کدام از آنها شامل قسمتی از P_n خواهد بود. یک کاشی‌کاری جانشینی، بر اساس یک مجموعهٔ متناهی از n کاشی اولیهٔ $T_1, \ldots, T_n$ را در نظر بگیرید. ویژگی‌های ترکیبی اصلی این کاشی‌کاری را می‌توان در

قالب یک ماتریس $n \times n$ آورد، به این ترتیب که درایهٔ ستون j ام سطر iام، تعداد T_i کوچک در T_j مرکب باشد. برای مثال ماتریس جانشینی نظیر به کاشی‌های به ترتیب، پاپیون، ماسوره و ده ضلعی به صورت

$$\begin{pmatrix} ۱۰ & ۵ & ۲۰ \\ ۷ & ۱۱ & ۲۵ \\ ۰ & ۲ & ۱۱ \end{pmatrix},$$

است. در صورتی که توانی از یک ماتریس وجود داشته باشد به طوری که تنها درایه‌های مثبت ناصفر را شامل گردد، آن ماتریس، اولیه نامیده می‌شود. اگر یک ماتریس جانشانی، اولیه باشد، آن‌گاه قطعه‌ای از کاشی‌هایی که توسط تورم متوالی کاشی، ایجاد شده است، سرانجام شامل نسخه‌هایی از تمامی کاشی‌های ابتدایی خواهد بود. ویژگی‌های کاشی‌کاری را می‌توان از خواص جبری ماتریس اولیه به دست آورد. برای مثال بزرگترین مقدار ویژه، عبارت است از مربع ضریب مقیاس تورم و بردار ویژهٔ متناظر با آن، شامل فراوانی‌های نسبی کاشی‌های ابتدایی در یک کاشی‌کاری کامل از صفحه است. در مثال ما فراوانی بردار ویژه

$$\left(\ ۵ + \sqrt{۵}, \quad ۵ + ۷\sqrt{۵}, \quad ۴ \ \right),$$

است. از آن‌جا که برخی از نسبت‌های میان درایه‌ها گنگ هستند، لذا هر کاشی‌کاری جانشینی که برآمده از این تقسیمات جزئی باشد، نامتناوب است [۳۰ و ۳۱].

اگر چه کاشی‌کاری‌های جانشینی بحث ما تقارن انتقالی ندارند، اما در برخی از ویژگی‌ها با کاشی‌کاری‌های متناوب سهیم‌اند.

۱ ــ هر کاشی‌کاری یال به یال است. ۲ ــ کاشی‌کاری از یک تعداد متناهی از اشکال کاشی تشکیل شده است، که هر کدام در جهات معدودی واقع می‌شوند. ۳ ــ تعداد متناهی روش، برای احاطه کردن یک رأس وجود دارد. در این حالت گفته می‌شود که کاشی‌کاری دارای پیچیدگی موضعی متناهی است. این امر برای کاشی‌کاری‌های جانشینی اولیه پیامدهای مهمی دارد: به ازای هر قطعهٔ مفروض X در کاشی‌کاری، عدد R وجود دارد به نحوی که قرص به شعاع R، در هر کجای کاشی‌کاری که قرار گیرد، شامل یک نسخه از X خواهد بود. کاشی‌کاری‌ای که دارای چنین ویژگی‌ای باشد، کاشی‌کاری مکرر نامیده می‌شود. به این معنی که نسخه‌هایی از هر بخش متناهی کاشی‌کاری، به صورتی عادلانه در سرتاسر کاشی‌کاری، توزیع گشته است. شما نمی‌توانید تعیین کنید که در هر نمودار متناهی از کاشی‌کاری، کدام قسمت نشان داده شده است.

برای اهداف این مقاله، یک کاشی‌کاری را شبه‌تناوبی می‌نامیم در صورتی که ضمن نامتناوب بودن دارای پیچیدگی موضعی متناهی بوده و مکرر باشد. با گسترش مطلب، یک طرح اسلامی را که در ترسیم آن از روش PIC بهره گرفته شده است، شبه‌تناوب می‌نامیم، اگر شبکهٔ چندضلعی زیرین طرح، یک کاشی‌کاری شبه‌تناوبی باشد. متأسفانه با استفاده از هر زیرمجموعهٔ متناهی یک کاشی‌کاری، نمی‌توان گفت که آیا آن کاشی‌کاری شبه‌تناوبی است یا نه. بنابراین برای اثبات این که یک کاشی‌کاری می‌تواند شبه‌تناوبی باشد، نیازمند آن هستیم که فرآیندی همچون تورم را مشخص

کنیم. فرآیندی که بتواند در تولید قطعهٔ نشان داده شده به کار رفته باشد و نیز بتواند یک کاشی‌کاری شبه‌تناوبی کامل را تولید نماید.

منابع

[1] M. Arik and M. Sancak, "Turkish-Islamic art and Penrose tilings", *Balkan Physics Letters* **15** (1 Jul 2007) 1-12.

[2] J. Bonner, "Three traditions of self-similarity in fourteenth and fifteenth century Islamic geometric ornament", *Proc. ISAMA/Bridges: Mathematical Connections in Art, Music and Science*, (Granada, 2003), eds. R. Sarhangi and N. Friedman, 2003, pp. 1-12.

[3] J. Bonner, *Islamic Geometric Patterns: Their Historical Development and Traditional Methods of Derivation,* unpublished manuscript.

[4] J. Bourgoin, *Les Element de I'Art Arabe: Le Trait des Entrelacs, Firmin-Didot*, 1879, Plates reprinted in *Arabic Geometric Pattern and Design,* Dover Publications, 1973.

[5] J. -M. Castera, *Arabesques: Art Decoratif au Maroc,* ACR Edition, 1996.

[6] J. M. Castera, "Zellijs, muqarnas and quasicrystals", *Proc. ISAMA,* (San Sebastian, 1999), eds. N. Friedman and J. Barrallo, 1999, pp. 99-104.

[7] G. M. Fleurent, "Pentagon and decagon designs in Islamic art", *Fivefold Symmetry*, ed. I. Hargittai, World Scientific, 1992, pp. 263-281.

[8] B. Grunbaum and G. C. Shephard, *Tilings and Patterns,* W. H. Freeman, 1987.

[9] E. H. Hankin, "On some discoveries of the methods of design employed in Mohammedan art", *J. Society of Arts* **53** (1905) 461-477.

[10] E. H. Hankin, *The Drawing of Geometric Patterns in Saracenic Art,* Memoirs of the Archaeological Society of India, no 15, Government of India, 1925.

[11] E. H. Hankin, "Examples of methods of drawing geometrical arabesque patterns", *Math. Gazette* **12** (1925) 370-373.

[12] E. H. Hankin, "Some difficult Saracenic designs II", *Math. Gazette* **18** (1934) 165-168.

[13] E. H. Hankin, "Some difficult Saracenic designs III", *Math. Gazette* **20** (1936) 318-319.

[14] C. S. Kaplan, "Computer generated Islamic star patterns", *Proc. Bridges: Mathematical Connections in Art, Music and Science,* (Kansas, 2000), ed. R. Sarhangi, 2000, pp. 105-112.

[15] C. S. Kaplan, "Islamic star patterns from polygons in contact", *Graphics Interface* 2005, ACM International Conference Proceeding Series **112**, 2005, pp. 177-186.

[16] A. J. Lee, "Islamic star patterns", *Muqarnas IV: An Annual on Islamic Art and Architecture,* ed. O. Grabar, Leiden, 1987, pp. 182-197.

[17] P. J. Lu and P. J. Steinhardt, "Decagonal and quasi-crystalline tilings in medieval Islamic architecture", *Science* **315** (23 Feb 2007) 1106-1110.

[18] P. J. Lu and P. J. Steinhardt,"Response to Comment on Decagonal and quasi-crystalline tilings in medieval Islamic architecture", *Science* **318**(30 Nov 2007) 1383.

[19] F. Lunnon and P. Pleasants, "Quasicrystallographic tilings", *J. Math. Pures et Appliques* **66** (1987) 217-263.

[20] E. Makovicky, "800-year old pentagonal tiling from Maragha, Iran, and the new varieties of aperiodic tiling it inspired", *Fivefold Symmetry*, ed. I. Hargittai, World Scientific, 1992, pp. 67-86.

[21] E. Makovicky, "Comment on Decagonal and quasi-crystalline tilings in medieval Islamic architecture", *Science* **318** (30 Nov 2007) 1383.

[22] E. Makovicky and P. Fenoll Hach-Ali, "Mirador de Lindaraja: Islamic ornamental patterns based on quasi-periodic octagonal lattices in Alhambra, Granada, and Alcazar, Sevilla, Spain", *Boletin Sociedad Espanola Mineralogia* **19** (1996) 1-26.

[23] E. Makovicky and P. Fenoll Hach-Ali, "The stalactite dome of the Sala de Dos Hermanas-an octagonal tiling?", *Boletin Sociedad Espanola Mineralogia* **24** (2001) 1-21.

[24] E. Makovicky, F. Rull Perez and P. Fenoll Hach-Ali, "Decagonal patterns in the Islamic ornamental art of Spain and Morocco", *Boletin Sociedad Espanola Mineralogia* **21** (1998) 107-127.

[25] G. Necipoglu, *The Topkapi Scroll: Geometry and Ornament in Islamic Architecture,* Getty Center Publication, 1995.

[26] J. Rigby, "A Turkish interlacing pattern and the golden ratio", *Mathematics in School* **34** no 1 (2005) 16-24.

[27] J. Rigby, "Creating Penrose-type Islamic interlacing patterns", *Proc. Bridges: Mathematical Connections in Art, Music and Science*, (London, 2006), eds. R. Sarhangi and J. Sharp, 2006, pp. 41-48.

[28] F. Rull Perez, "La nocion de cuasi-cristal a traves de los mosaicos arabes", Boletin Sociedad Espanola Mineralogia **10** (1987) 291-298.

[29] P. W. Saltzman, "Quasi-periodicity in Islamic ornamental design", *Nexus VII: Architecture and Mathematics*, ed. K. Williams, 2008, pp. 153-168.

[30] M. Senechal, *Quasicrystals and Geometry,* Cambridge Univ. Press, 1995.

[31] M. Senechal and J. Taylor,"Quasicrystals: The view from Les Houches", *Math. Intelligencer* **12** no 2 (1990) 54-64.

منابع اینترنتی

[32] ArchNet. Library of digital images of Islamic architecture, http://archnet.org/library/images/

[33] E. Harriss and D. Frettloh, *Tilings Encyclopedia*, http:// tilings.math.uni-bielefeld.de/

[34] C. S. Kaplan, taprats, computer-generated Islamic star Patterns, http:// www.cgl.uwaterloo.ca/csk/washington/taprats/

[35] P. J. Lu and P. J. Steinhardt, Supporting online material for [17], http://www.sciencemag.org/cgi/content/full/315/5815/1106/DC1

[36] D. Wade, *Pattern in Islamic Art: The Wade Photo-Archive*, http://www.patterninislamicart.com/

مترجم: مریم‌السادات فلسفی، ms.falsafi@gmail.com
خانه ریاضیات اصفهان و دانشگاه اصفهان
مریم جمالی گندمانی، maryam_jamali61@yahoo.com
دبیر آموزش و پرورش