فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی

شماره ۵۸ (بهار و تابستان ۱۳۹۵) صص. ۱۵۹ تا ۱۸۳

درک بنی از قواعد و پاسخ‌ها در ریاضیات مبتنی بر «آموزش تجویزی فردی»*

اس. اچ. ارلوانگر

برگردان: ابوالفضل رفیع‌پور و نوشین فرامرزپور

یادداشت مترجمان

مقالهٔ «درک بنی از قواعد و پاسخ‌ها در ریاضیات مبتنی بر آموزش تجویزی فردی[1]» ، نوشته استنلی اچ. ارلوانگر[2] است که برای اولین بار در سال ۱۹۷۳ منتشر شده است. ترجمهٔ این مقاله پس از ۴۳ سال، از دو جهت حائز اهمیت است:

اول از دیدگاه روش شناسی تحقیق: در این مقاله، از مطالعهٔ موردی که یکی از سنت‌های پژوهش کیفی می‌باشد، استفاده شده است، به‌طوری که عملکردهای یک دانش‌آموزِ نوعی به اسم بنی را در انجام عملیات ریاضی بر روی اعداد اعشاری و کسرها، به تصویر می‌کشد. معرفی مطالعهٔ موردی به‌عنوان یکی از روش‌های پژوهش در حوزهٔ آموزش ریاضی، از آن جهت حائز اهمیت است که گاهی تازه‌واردان به حوزهٔ آموزش ریاضی، پژوهش در آموزش ریاضی را مترادف با پژوهش‌های کمی می‌دانند و حتی گاهی آن را در سطح استفاده از نرم‌افزارهای تحلیل داده‌های کمی مانند SPSS تقلیل می‌دهند. در حالی که پژوهش‌های

---

* این مقاله ترجمه ای است از
Erlwanger, S.H. (1973). Benny’s Conception of Rules and Answers in IPI Mathematics. Journal of Childeren’s Mathematical Behavior. 1(2): 7-26

[1] Individually Prescribed Instruction: IPI [2] S. H. Erlwanger

کیفی و مطالعات موردیِ روشنگر، می‌توانند اطلاعات مفیدی را برای پژوهش‌های آموزش ریاضی ارائه نمایند.

دوم از دیدگاه تاریخی: «دورهٔ ریاضی جدید[۱]» در اواخر دههٔ ۱۹۵۰ و دههٔ ۱۹۶۰، به جامعه آموزشی در دنیا معرفی شد. در اوایل دههٔ ۱۹۷۰، نقدهای زیادی به جنبش ریاضی جدید وارد شد و راه را برای نهضت «بازگشت به اصول[۲]» باز کرد. بازگشت به اصول، رویکرد اشتباه دیگری بود و شواهد تاریخی متعددی این اشتباه را تصدیق می‌کنند[۳]. مشکل اصلی رویکرد «بازگشت به اصول» تمرکز به مفاهیم و رویه‌های ریاضی بود. خطر بالقوهٔ رویکرد «بازگشت به اصول» نادیده گرفتن درک مفهومی دانش‌آموزان بود. برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» یکی از مظاهر جنبش بازگشت به اصول بود. این روش، مستلزم استفاده از جزوه‌های آموزشیِ از قبل برنامه‌ریزی شده بود که دانش‌آموزان به‌صورت فردی و با سرعت خودشان و با کمک معلم، روی محتواهای آموزشی کار می‌کردند و زمانی که برای آزمون آماده می‌شدند، در آزمونِ مهارتی شرکت می‌کردند. **تعامل نامناسب و غیرمکفی** معلم و دانش‌آموز در برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی»، باعث می‌شد که دانش‌آموزانِ بسیاری همانند بنِی در یادگیری ریاضی دچار بدفهمی‌های جدی شوند ولی بدون توجه به درستی یا نادرستی یک قاعده از نظر منطقی، صرفا به کلید تصحیح توجه داشتند تا نمره بالایی را در آزمون کسب کنند. مقالهٔ ارلوانگر، ما را از خطر تدریس رویه‌های ریاضی بدون توجه به درک مفهومی، آگاه می‌کند و برای روشن کردن میزان این خطر، شواهد تحقیقی قدرتمندی را از نحوه تفکر دانش‌آموزی به نام بنی ارائه می‌کند.

مقالهٔ ارلوانگر، نه‌تنها در زمان خود، بلکه در زمان‌های پس از آن نیز مورد توجه واقع شده است. به گونه‌ای که در کتاب «مجموعه مقالات کلاسیک در پژوهش آموزش ریاضی» که در سال ۲۰۰۴ توسط شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا منتشر شده، به‌عنوان یکی از فصل‌های کتاب آمده است. با توجه به اهمیت این مقاله، مترجمان متقاعد شدند که این اثر را ترجمه نمایند. در ترجمهٔ پیش رو، از علامت‌های زیر برای خواناتر شدن بحث‌ها، استفاده شده است.

- علامت [] حاوی توضیحات مصاحبه‌گر است که برای خواناتر شدن مطالب آمده اند.
- علامت { } حاوی توضیحات مترجمان است که برای خواناتر شدنِ مطالب اضافه شده‌اند.

[۳] برای اطلاعات بیشتر به مقاله «واکنش‌های پس از جنبش ریاضی جدید» در شماره ۵۴ مجله فرهنگ و اندیشه ریاضی مراجعه شود.

[۱] New Math Era [۲] Back to Basic

۱. مقدمه

این مطالعه از طریق مشاهدهٔ یک کلاس درس در پایه ششم، شکل گرفته است. در این کلاس از «آموزش تجویزی فردی» به منظور کشف ماهیت خطاهای {ریاضی} و کمک به دانش‌آموزانی که نیاز به آموزش جبرانی دارند، استفاده شده است. به این ترتیب به نظر نمی آمد که بِنیِ دوازده ساله، آزمودنی مناسبی برای این مطالعه باشد، زیرا پیشرفت او از طریق برنامهٔ IPI از میانگین کل دانش آموزانِ تحت این برنامه، خیلی بیشتر بود و از نظر معلمش، او یکی از بهترین دانش آموزان کلاس در ریاضی بود. در یک برنامهٔ سازمان یافته مانند «آموزش تجویزی فردی«، (IPI) این انتظار توسط معلم وجود داشت که بنی بدون فهم و تسلط بر کارهای قبلی، نمی‌تواند پیشرفت زیادی داشته باشد.

بنی مایل به صحبت کردن با من– به‌عنوان پژوهشگر– بود و من هم مشتاق بودم که صحبت با وی را شروع کنم. پس به زودی، بحث در مورد درس فعلی او را شروع کردیم. من به زودی دریافتم که بنی، بعضی از مطالب قبلی را نادرست فهمیده است. مثلاً او در اغلب تمرین‌ها، می‌توانست کسرها را جمع و اعداد اعشاری را به درستی در هم ضرب کند. {اما وقتی از او خواستم که جمع دو کسر $\frac{۲}{۱} + \frac{۱}{۲}$ را به‌دست آورد}، بِنی پاسخ داد $۱ = \frac{۲}{۱} + \frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۱۰}$ را به‌صورت عدد اعشاری ۱٫۲ نوشت. بحث‌ها و مصاحبه‌های بعدی با بنی مرا با ماهیت درکش از اعداد اعشاری و کسر، بیشتر آشنا کرد و نظرش را در مورد قواعد، روابط و پاسخ‌ها در ریاضی، بهتر شناختم.

این مقاله تلاش می‌کند تا نشان دهد که هدف «آموزش تجویزی فردی»، آن طوری که لیندوال و کوکس[۱] [۲، ص. ۳۴] آن را به‌عنوان «ارائهٔ یک برنامهٔ آموزشی که انطباق بسیاری با نیازهای افراد دارد» می‌دانستند، به‌طور کلی {در مورد} بنی، صادق نبود. به‌طور مشخص، این مقاله نشان می‌دهد که معایب «آموزش تجویزی فردی» برای بنی، شامل رویکرد رفتارگرایی[۲] آن در مورد ریاضی، برداشت این برنامه از مفهوم «فردی‌سازی[۳]» و روش آموزش آن می‌باشد.

مصاحبه را با آزمودنِ تصور بِنی از اعداد اعشاری و کسر، شروع کردیم.

۲. تبدیل عدد اعشاری و کسر {به یکدیگر}

بِنی کسرها را با پیدا کردن حاصل‌جمع صورت و مخرج و تصمیم‌گیری برای مکان ممیز در عددِ حاصل، به اعداد اعشاری تبدیل می‌کرد. این رویه در مصاحبهٔ انتخاب شده در زیر، توضیح داده شده است. (B: بنی، E: ارل وانگر) {م: محقق و مصاحبه گر؛ د: دانش‌آموز که در اینجا بِنی است}

[۱] Lindvall and Cox [۲] Behaviorist [۳] Individualization

م: چگونه $\frac{۲}{۱۰}$ را به‌صورت یک عدد اعشاری یا کسر اعشاری می‌نویسی؟

د: یک ممیز دو (نوشت ۱/۲)

م: و $\frac{۵}{۱۰}$

د: ۱/۵

بِنی قادر بود که روش خودش را توضیح دهد. مثلاً برای $\frac{۵}{۱۰} = ۱/۵$ ، چنین استدلال کرد که «۱ به جای ۱۰ قرار می‌گیرد، ممیز و سپس ۵ که تعداد یکان را نشان می‌دهد». در مثال دیگری، {او نوشت} $\frac{۴۰۰}{۴۰۰} = ۸/۰۰$ {در ادامه او توضیح داد } چون عددها یکسان هستند [تعداد ارقام] . . . همانند ۴۰۰۰ روی ۵۰۰۰. همه آن‌چه که انجام می‌دهیم، این است که آن‌ها را جمع کرده و بعد پاسخ را می‌نویسیم؛ سپس ممیز را در [سمت] راست قرار می‌دهیم. . . در جلوی [آخرینِ این] سه عدد». توضیح او (بنی) در مورد ممیز، اگرچه بیشتر رمزگونه بود، ولی عجیب هم بود. وی در ادامه، در مورد مثال $\frac{۹}{۱۰} = ۱/۹$، توضیح داد که ممیز، «به معنی جدا کردن [به دو بخش جداگانه] است. شما می‌توانید یک و نُه را در نظر بگیرید که می‌شود ۱۹ و در ۱/۹، بخش اعشاری [یعنی ۹] نشان می‌دهد . . . که چه تعداد دهگان و چه تعداد صدگان یا غیره {داریم }».

این روش، بنی را قادر می‌ساخت تا هر کسری را به یک عدد اعشاری تبدیل کند. پاسخ بِنی برای کسرهای مختلف، در زیر آمده است.

$$\frac{۴}{۶} = ۱/۰, \quad \frac{۱}{۹} = ۱/۰, \quad \frac{۱}{۸} = ۰/۹, \quad \frac{۲۷}{۱۵} = ۴/۲, \quad \frac{۳}{۱۰۰۰} = ۱/۰۰۳, \quad \frac{۴۲۹}{۱۰۰} = ۵/۲۹.$$

روشی که بِنی به‌کار برد، در همهٔ موارد با هم سازگار بود. به علاوه او کاملاً از این حقیقت آگاه بود که این روش برای بسیاری از کسرهای متفاوت نتایج یکسانی دارد، اما به نظر نمی‌رسید او به غلط بودن این روش پی برده باشد. در نمونه منتخب زیر، {دلیل این استنباط،} توضیح داده شده است:

م: و $\frac{۴}{۱۱}$؟

د: ۱/۵

م: حالا اگه [$\frac{۴}{۱۱}$] را تغییر بدیم و بگیم که یازده چهارمِ [مصاحبه‌گر نوشت $\frac{۱۱}{۴}$] ؟

د: اصلاً تغییر نمی‌کنه! این همان خواهد شد {[$\frac{۴}{۱۱}$] همان [$\frac{۱۱}{۴}$] است} ... {می‌شه } ۱/۵.

م: چگونه این کار رو انجام دادی؟ آیا $\frac{۴}{۱۱}$ همان $\frac{۱۱}{۴}$ است؟

د: بله ... چون که یک ۱۰ تایی در بالا {صورت} وجود داره. پس تو باید ۱۰ رو جدا کنی ... ۱۰ رو به یک طرف ببری و بعد اونو در پایین {مخرج} بنویسی، [او نشان می‌دهد {که چگونه}

$\frac{۱۱}{۴}$ {تبدیل به} $\frac{۱}{۱۴}$ می‌شود]؛ سپس یک ۱ و یک ۴ داریم. بنابراین واقعا آن عدد همان $\frac{۱}{۱۴}$ خواهد شد. بنابراین شما باید این اعداد رو با هم جمع کنی که ۵ خواهد شد؛ سپس ۱۰ {را داریم} ...بنابراین به ۱/۵ {می‌رسیم}.

دو الگوریتم معادلی که بِنی استفاده کرد (به شرط آن که a, b, c عددی {مفروض} باشند) می‌تواند به این صورت توضیح داده شود:

$$\frac{ab}{c} = a/(b+c), \qquad \frac{ab}{c} = \frac{b}{ac} = a/(b+c).$$

بِنی از یک روش مشابه برای تبدیل کردنِ عدد اعشاری به عدد کسری استفاده می‌کرد؛ به‌صورت زیر:

$$X = ۰/(a+b) = \frac{a}{b} \text{ یا } \frac{b}{a}.$$

{جزئیات روش کار بنی در تبدیل کردنِ عدد اعشاری به عدد کسری} در ادامه آمده است:

م: چگونه ۰/۵ رو به‌صورت یک کسر معمولی می‌نویسی؟

د: ۰/۵ ... این عدد شبیه این است... $\frac{۳}{۲}$ یا $\frac{۲}{۳}$ یا هر چیز دیگه‌ای که پاسخش بشه ۵ {جمع صورت و مخرج برابر ۵ بشود}، چون اونا رو جمع می‌کنین.

از این مثال‌ها متوجه شدم که برای بنی یک عدد اعشاری به وسیلهٔ نمادهای متناسب با یکدیگر – دو یا تعداد بیشتری عدد و یک ممیز – در الگویی به‌شکل a/bc تشکیل می‌شود ... (که a, b, c عدد هستند). تبدیل یک کسر به یک عدد اعشاری، یک پاسخ منحصر به فرد دارد یعنی $۰/۵ = \frac{۳}{۲}$؛ اما تبدیل یک عدد اعشاری یعنی ۰/۵ به یک کسر، منجر به هر پاسخی از مجموعه جفت اعدادی که مجموع آن‌ها ۵ است، خواهد شد. مجموعه جواب برای ۰/۵ عبارت است از $\{\frac{۳}{۲}, \frac{۲}{۳}, \frac{۱}{۴}, \frac{۴}{۱}, \ldots\}$.

۳. جمع و ضرب اعداد اعشاری

در عمل با اعداد اعشاری، بِنی ابتدا با اعداد، به‌صورت عدد صحیح کار می‌کرد و بعد، در مورد قرار دادن ممیز در حاصل‌جمع اعداد، از روی مکان‌های ممیز در مسئله تصمیم می‌گرفت. روش او برای جمع زدن، در زیر نشان داده شده است:

م: مثلاً اگه ۰/۳ و ۰/۴ را جمع کنی، چه جوابی به دست می‌آری؟

د: جواب می شه ...اوه هفت ... [۰۷] . . . ۰/۰۷

م: چطوری برای جای ممیز، تصمیم گرفتی؟

د: چون دو تا ممیز وجود داره، در مقابل ۴ و در مقابل ۳. پس شما باید دو تا عدد بعد از ممیز داشته باشی،چون ... شما می‌دانید که... دو تا عدد اعشاری داریم. اکنون اگر من ۰/۴۴ و ۰/۴۴ داشته باشم [یعنی ۰/۴۴ + ۰/۴۴]، باید چهار رقم بعد از ممیز داشته باشم [یعنی ۰/۰۰۸۸]

{به همین ترتیب،} بِنی از یک روش متناظر برای ضرب اعداد اعشاری استفاده می‌کرد.

م: در مورد ۰/۵ × ۰/۷ چه‌طور؟

د: می‌شه ۰/۳۵

م: در مورد جای ممیز، چطور تصمیم گرفتی؟

د: چون دو تا ممیز داریم، یکی در هر دو عدد ... در جلوی هر یک از اعداد؛ بنابراین شما باید تعداد اعداد {پس از ممیز} را جمع کنید و {داریم} ... ۱ و ۱ برابر با ۲ می‌شود. بنابراین باید دو عدد بعد از ممیز وجود داشته باشد.

این روش منجر به پاسخ‌هایی از قبیل زیر شد:

$$۷/۴۸ - ۷ = ۷/۴۱, \quad ۴ + ۱/۶ = ۲/۰, \quad ۰/۴ \times ۸ = ۳/۲, \quad ۰/۲ \times ۰/۳ \times ۰/۴ = ۰/۰۲۴.$$

بِنی همه این کارها را با اطمینان انجام می‌داد و از خطاهایش آگاه نبود. در حین مصاحبه با بِنی در این مرحله، مصاحبه‌گر برای آموزش بنی یا حتی ارائه راهنمایی درباره اینکه کدام یک از پاسخ‌ها درست هستند، تلاشی نکرد. او {بنی} نیز برای هیچ یک، سؤالی نپرسید.

۴. جمع زدن کسرها

بِنی قبلاً کار روی کسرهای معادل و جمع کسرهای دارای مخرج یکسان از $\frac{۱}{۲}$ تا $\frac{۱}{۱۲}$ را انجام داده بود. به نظر می‌آمد که بِنی، مفهوم نصف و ربع را فهمیده است، یعنی می‌دانست که $\frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}$. بِنی معتقد بود که برای انواع مختلف کسرها قواعدی وجود دارد که نمونه زیر نشانگر آن است.

د: در کسرها ما ۱۰۰ نوع قاعده مختلف داریم. ...

م: آیا می‌تونی ۱۰۰ تا قاعده رو بگی؟

د: بله ... ممکنه، اما نه همهٔ اونا رو.

او قادر بود که قواعد جمع کسرها را به‌صورت نسبتاً واضحی، (به این ترتیب که به مخرج کسرها مربوط می‌شود) برایم بیان کند. این قواعد به شرح جدول شماره ۱ هستند.

$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$	$\frac{۳}{۱۰}+\frac{۴}{۱۰}=\frac{۷}{۱۰}$
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$	$\frac{۴}{۳}+\frac{۳}{۴}=۱$
$\frac{b}{۱۰۰}+\frac{a}{۱۰}=\frac{a+b}{۱۱۰}$	$\frac{۲۰}{۱۰۰}+\frac{۶}{۱۰}=\frac{۲۶}{۱۱۰}$
$\frac{a}{b}+\frac{c}{c}=۱\frac{a}{b}$	$\frac{۲}{۳}+\frac{۴}{۴}=۱\frac{۲}{۳}$

جدول شماره ۱: قواعد جمع بنی در کسرها

بِنی برای ساده کردن کسر، از «صفحه‌های تقسیم» استفاده می‌کرد ... وقتی که او می‌خواست به مصاحبه‌گر نشان دهد که چگونه از آنها استفاده می‌کند، به نتیجه نادرست زیر رسید:

م: حالا وقتی که $\frac{۳}{۶}$ رو ساده می‌کنی، به چی می رسی؟

د: باید بشود $\frac{۱}{۲}$، چون ما یه صفحه تقسیم داریم [او به گفتن ادامه داد.] وقتی که کسرهای $\frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۸}$ رو با هم جمع می‌کنی [به جای جواب $\frac{۳}{۱۵}$، طبق قواعد بنی که در بالا شرح داده شد]جواب $\frac{۱}{۲}$ می‌شه.[1]

اما برای بِنی، کسرها اغلب نمادهایی به شکل $\frac{a}{b}$ بودند که مطابق با قاعده‌های خاص، جمع می‌شوند. چنین درکی از مفهوم کسرها و قاعده‌ها، منجر به خطاهایی از قبیل $۱=\frac{۳}{۳}=\frac{۲}{۱}+\frac{۱}{۲}$ می‌شود. به علاوه، $\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۱}$ «مانند $\frac{۲}{۱}+\frac{۱}{۲}$ است، زیرا $\frac{۲}{۱}$ معکوس $\frac{۱}{۲}$ است و حاصل جمع برابر یک می شود و روش مهم نیست. یک همان یک است.»

۵. تسلط و ادراک در آموزش تجویزی فردی

سؤال این است که بنی با چنین درکی از اعداد اعشاری و کسرها، چگونه پیشرفت زیادی در یادگیری ریاضی از طریق «آموزش تجویزی فردی»، به دست آورده بود؟ طرفداران «آموزش تجویزی فردی» مدعی‌اند که از جمله ویژگی‌های منحصر به فرد این نوع تدریس، داشتن اهداف آموزشی و برنامهٔ ارزشیابی منظم و مداوم است. لیندوال و کوکس [۲، ص. ۸۶] اعتقاد داشتند که

[1] بنی عدد $\frac{۱}{۳}$ را طبق قواعد خودش به‌صورت ۰/۴ می نویسد. ۰/۴ می‌تواند به‌صورت کسر $\frac{۲}{۲}$ نیز نوشته شود. از طرف دیگر حاصل جمع $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۸}$ با استفاده از صفحهٔ تقسیم برابر $\frac{۳}{۸}$ می‌شود. اکنون $\frac{۲}{۲}$ و $\frac{۳}{۸}$ با استفاده از قواعد جمع بنی که در جدول شماره ۱ آمده است، برابر $\frac{۵}{۱۰}$ می‌شود و دوباره بر اساس صفحه تقسیم این عدد همان $\frac{۱}{۲}$ است.

«یک فرض اساسی در برنامهٔ آموزش تجویزی فردی این است که اگر تدریس توسط دنباله‌ای از اهداف سلسله‌مراتبی انجام شود به‌طوری که آنچه یک دانش‌آموز در هر درس مطالعه می‌کند، بر پایهٔ توانایی‌های پیشینی باشد که در درس‌های قبلی بر آن‌ها تسلط یافته، می‌تواند به‌صورت مؤثری در یادگیری انفرادی پیشرفت کند.»

گزارش دیگری درباره «آموزش تجویزی فردی» که به وسیله اتحادیه تحقیق برای مدارس بهتر[1] و مرکز توسعه و تحقیق یادگیری [تاریخ ندارد] انجام شد، نشان داده است که در این برنامه هر هدفی باید به‌طور دقیق معلوم کند که یک دانش‌آموز، چه کاری باید انجام دهد تا تسلطش را بر محتوا و مهارت‌های در نظر گرفته شده برای تحقق هر هدف، نشان دهد. این محتوا و مهارت‌ها، خصوصاً باید به گونه‌ای باشند که دانش‌آموزان متوسط هم بتوانند بر آن‌ها تسلط یابند. . . . از این گذشته، اعتبار آزمون‌های مبتنی بر محتوا که در «آموزش تجویزی فردی» از آن‌ها استفاده می‌شود، به تناظرِ جمله‌های آزمون و هدف‌های رفتاری، وابسته است. قبل از این هم لیندوال و کوکس [۲، ص. ۱۸۹] در طرفداری از برنامه‌های ارزشیابی «آموزش تجویزی فردی» گفته بودند که «آموزش تجویزی فردی» یک فناوری مؤثر از دستورالعمل‌هاست که خیلی زیاد، بر اندازه‌گیری اثربخش از شایستگی دانش‌آموز نسبت به موضوعات درسی در ابتدا، ادامه و پایان فرآیند آموزش، تکیه دارد. در این برنامه، از طریق ارزیابی تشخیصی یا پیش‌آزمون، نقطهٔ شروع مشخص می‌شود. سپس با آزمون‌های مداوم در حین تدریس {و در پایان هر بخش از تدریس} که عملاً، جانشینی برای برنامهٔ آموزشی هستند و بالاخره پس‌آزمون‌ها به منظور اندازه‌گیری میزان یادگیری تجمعی، انجام می‌شوند. بعد از آن، لیندوال و کوکس [۲، ص. ۲۱] مجدداً تأکید کردند که «در برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی»، آزمون‌ها، دستورالعمل‌های اساسی برای بررسی پیشرفت دانش‌آموز و تشخیص نیازهای دقیق او هستند . . . و قادرند که وی را تا سطحی از مهارت ۸۰ تا ۸۵ درصدی لازم برسانند». یعنی این برنامه، قادر است هر دانش‌آموز را به «پیشرفت خوبی» نسبت به آنچه که هدف آن بوده، برساند که میزان این «خوبی»، به‌وسیلهٔ نمره ارزیابی‌ها و درصد گفته شده، معلوم می‌شود. با این معیار برای «خوبی»، بِنی جزو تعداد اندک دانش–آموزان کلاسی بود که طبق این برنامه، به‌صورت فردی کار می‌کردند و نمره ۸۰ درصد یا بیشتر را کسب می‌کردند. سرعت بِنی در انجام دادن تمرین‌ها خیلی بالا بود، اما در کسب نمره ۸۰ درصد یا بیشتر به وسیله قواعد «آموزش تجویزی فردی» که شرط رفتن به مرحله بالاتر یادگیری بود، شکست خورد. بدین سبب، تلاش کرد تا الگوی پاسخ‌های درست را بفهمد و سریع، روشی

[1] Research for Better School Inc.

برای پاسخ‌هایش ابداع کرد که با توجه به کلید سؤال، توانست موفقیت بیشتری به‌دست آورد که بعداً با جزئیات بیشتری این روش را ارزیابی خواهیم کرد.

مورد بِنی نشان داد که تنها تسلط بر محتوا و مهارت، باعث ایجاد درک و فهم نمی‌شود. این یافته نشان داد که تأکید صِرف بر اهداف آموزشی و روش‌های ارزشیابی ممکن است به تجربه‌های یادگیریِ مناسب برای دانش‌آموزان منجر نشود. این استدلال که شاید بِنی، مفاهیم ریاضی قبلی خود را فراموش کرده و به تمرین‌های جدید تنها با حدس زدن پاسخ می‌دهد، قابل دفاع نیست. بر عکس، بِنی روش‌های منسجم و سازگاری برای انجام عملیات متفاوت ریاضی ابداع نمود که قادر بود با رضایت، آن‌ها را برای خودش توضیح دهد. {نکته جالب در مورد بِنی این بود که} او، روش ابداعی پاسخ دادن به سؤال‌ها را تحت فشار، تغییر نمی‌داد.

۶. نقش ناسازگار معلم در آموزش تجویزی فردی

ممکن است شخصی چنین بحث کند که اثربخشی[1] «آموزش تجویزی فردی» به نقشی که معلم در آن ایفا می‌کند بستگی دارد. چون برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» مطالبی را برای آموزش انفرادی فراهم می‌کرد، و ابزار کمک آموزشی نیز برای معلم به منظور بررسی کارهای دانش‌آموزان و ثبت نتایج آزمون‌ها، فراهم بود، {بنابراین} معلم وقت آزادِ قابل توجهی برای کمک به افراد در اختیار داشت. لیندوال و کوکس [۲، ص. ۲۵] مشاهده کردند که

> «یک ویژگی منحصر به فرد این برنامه این است که به‌طور روزانه و مداوم و به‌کمک معلم، اطلاعات زیادی راجع به عادت‌های مطالعاتی، روش‌های یادگیری و ویژگی‌های شخصی دانش‌آموزان به دست می‌آورد که برای ارائهٔ قواعد و تصمیم‌گیری در مورد تکنیک‌های آموزشی برای کودکان خاص، به‌کار گرفته می‌شوند.»

از طرفی، «آموزش تجویزی فردی» نیازمند تکرار گفت‌وگوهای شخصی بین معلم و دانش‌آموز بود، در حالی که هدف اصلی این برنامه، مستقل کردن دانش‌آموز، هدایت وی برای انتخاب مسیر یادگیری خویش و خود-خوانی یا مطالعه توسط خود است. یعنی «مواد آموزشی که توسط دانش‌آموزان و در سطح وسیع برای مطالعهٔ مستقل فردی مورد استفاده واقع می‌شوند، باید به حداقلِ کمک مستقیمِ معلم به دانش‌آموزان، نیاز داشته باشد.» [۲، ص. ۴۹]

[1] Effectiveness

این نقش‌های متناقض و ناسازگاری که برای معلم و دانش‌آموز در این برنامه پیش‌بینی شده بود {مانند گفتگو و تأکید بر استقلال در مطالعهٔ درس}، در مواردی ممکن است قابل‌رفع باشد. برای مثال، بِنی از محتوا و مهارت‌های «آموزش تجویزی فردی» که از پایهٔ دوم یاد گرفته بود، استفاده کرد و چون با طرز کار این برنامه آشنا بود، به نظر می‌رسید که توانسته است در پایه سوم، مسئولیت آموزش خود را بپذیرد. او به‌طور مستقل در کلاس درس کار می‌کرد و تنها مواقعی که با معلمش صحبت می‌کرد، زمان گرفتن آزمون، تحویل تکلیف‌های جدید یا وقتی بود که به کمک احتیاج داشت. بِنی فقط با معلمش صحبت می‌کرد و در مورد کار درسی، با همکلاسی‌هایش بحث نمی‌کرد. در حقیقت، دانش‌آموزان کلاس، امکان گفت‌وگو با هم را نداشتند، زیرا مهارتی که هر کدام روی آن کار می‌کردند، با دیگری فرق داشت. بنابراین آموزش انفرادی برای بنِی، به معنای خود-خوانی یا آموزش مستقل در محدوده مشخص شده ریاضی در برنامه « آموزش تجویزی فردی» بود، و بنی، هیچ‌وقت دلیلی برای شرکت در یک بحث با معلم یا سایر همکلاسی‌هایش در مورد آنچه که یاد گرفته بود و در مورد دیدگاهش نسبت به ریاضی، نداشت. با این حال، بنی در مورد ریاضی، قواعد ریاضی و پاسخ‌های مسئله‌ها؛ دیدگاه خودش را داشت.

۷. دیدگاه بنی نسبت به ماهیت محدود پاسخ‌ها در برنامهٔ آموزش تجویزی فردی

وقتی‌که بنی برای آزمون‌ها آماده می‌شد، تصمیم گرفت سرعت پیشرفتش را از طریق مطالبی که معلم برایش تعیین کرده بود، مشخص کند. با این کار، او دریافت که پیشرفتش به میزان تسلط وی بر مطالب بستگی دارد. او باید امتیاز ۸۰ درصد یا بیشتر نمره را می‌گرفت تا بتواند به مرتبهٔ بعدی مهارت‌آموزی برسد. اما با توجه به این که کلید تصحیح در این برنامه، ارائه تنها یک پاسخ برای هر مسئله بود، معنایش این بود که حداقل ۸۰ درصد پاسخ‌های بِنی باید مطابق با آن‌هایی باشد که در کلید پاسخ آمده‌اند. ولی بِنی خودش می‌دانست که یک پاسخ، ممکن است به روش‌های مختلف بیان شود که در زیر، به یک نمونه اشاره می‌شود:

م: آیا می‌تونی برام مثالی بزنی {شامل دو کسر} که من فکر کنم آنها متفاوت هستند ولی پاسخ‌هایشان واقعاً مثل هم باشن؟

د: بله! مثلاً اگه بنویسم $\frac{۲}{۴} + \frac{۱}{۲}$، شما چه فکری می‌کنین؟ اولین چیزی که فکر می‌کنین، چیه؟

م: ۱

د: خوب! اگر من بنویسم $\frac{۲}{۴}$، به نظر شما با چه چیزی برابره؟

م: $\frac{۱}{۲}$.

د: خوب حالا مثلاً اینجا برام [یعنی $\frac{۲}{۴} + \frac{۱}{۲}$] به نظر می‌رسه که $\frac{۴}{۴}$ است و $\frac{۲}{۴}$ برام فقط مثل نوشتن دوتا یک چهارم است ... در مورد پول، {می‌شود} ۵۰ سنت، ... و غیره.

م: پاسخ تو، با اونچه که من گفتم چه فرقی داره؟

د: هیچی! اونا برابرن، ولی پاسخ‌هاشون متفاوتن. $\frac{۴}{۴}$ همان یک است و $\frac{۲}{۴}$ می‌شه نیم.

یکی از نکات مهم {کاربردی} بحث با بِنی این بود که بعضی از پاسخ‌هایی که او می‌دانست درست هستند، غلط محسوب می‌شدند چون این جواب‌ها با آنچه که در کلید پاسخ‌ها آمده بود، متفاوت بودند. نمونه زیر نشان می‌دهد که اگر بنی پاسخ مسئله‌ای مانند ۲ بر روی ۴ را به‌صورت $\frac{۲}{۴}$ می‌نوشت؛ چه اتفاقی می‌افتاد؟

د: {اگر من این را به‌عنوان جواب بنویسم} آن‌گاه پاسخ من غلط خواهد بود چون آنها [کامپیوتر و معلم] انتظار دارند که من $\frac{۱}{۲}$ را بنویسم. ولی راه منم یک راه دیگه‌س. راه‌های دیگه‌ای هم هستن. تازه برای من $\frac{۲}{۴}$، همون $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۴}$ هست. اما اگه این رو هم می‌نوشتم، باز نمره نمی‌گرفتم. ولی به نظر من، همه این پاسخ‌ها درستن!

م: تو چرا اون‌ها رو نگفتی؟

د: چون فقط جواب‌هایی که توی کلید بودند، قبول می‌شد ... هر چی کلید بگه. من توجه نمی‌کنم که کلید چی می‌گه؛ دلیل اینکه امروزه بچه‌ها باید در پایان کار آزمون بدهند این است که مطمئن بشن که جوابها همانند کلید هستن. اینکه امروزه، ما بچه‌ها جواب کسرها را اشتباه به‌دست می‌آوریم همینه ... .

در نتیجه، بِنی از این استدلال درست، یک تعمیم نادرست در مورد پاسخ‌ها ارائه کرد. برای مثال، او دو مسئله زیر را چنین حل کرد:

$$۲ + ۰/۸ = ۱/۰, ۲ + \frac{۸}{۱۰} = ۲\frac{۸}{۱۰}.$$

بخشی از مصاحبه، توضیحات بنی را در مورد دلیلش برای عوض کردن پاسخ‌ها نشان می‌دهد:

د: ... صبر کن. من بعضی چیزا رو به شما نشان می‌دم. این یه کلیدِ. اگه من این رو داشته‌باشم، [$۲ + ۰/۸$] ... درواقع اگر من پاسخ رو $۲\frac{۸}{۱۰}$ بنویسم، نمره نمی‌گیرم. حالا اگه $۲ + \frac{۸}{۱۰}$ رو بِدَن و من بنویسم ۱/۰، بازم از نظر کلید، جوابم غلطِ و نمره نمی‌گیرم. ولی واقعاً اون دوتا برابرن! مهم نیست که کلید چی می‌گه!

این دیدگاه در مورد خطاها، باعث شد که بِنی مرتکب خطاهایی مانند زیر شود:

م: ببین، اگر ۳ + ۲ رو جمع کنی، می‌شه ۵ ...

د: [وقفه] ۳ + ۲ می‌شه ۵. حالا اگه من ۰٫۳ + ۲ داشته باشم، به من عدد اعشاری ۰٫۵ رو می‌ده. ولی اگه با استفاده از شکل [مثل مدل‌های فیزیکی] اونو انجام بِدَم، می‌شه ۲٫۳. اگه به شکل کسر هم بنویسم، [مثل $\frac{۳}{۱۰}$ + ۲] پاسخ می‌شه $۲\frac{۳}{۱۰}$.

در این مطالعه، یکی از هدف‌ها بررسی محیط یادگیریِ ایجاد شده توسط برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» بود که باعث پرورش چنین رفتارهای یادگیری مانند بِنی می‌شود. اولاً چون بخش عمده‌ای از مطالب «آموزش تجویزی فردی»، به‌صورت برنامه‌ریزی شده‌ای ارائه می‌شود، سؤالات اغلب به‌صورت پرکردن جای خالی یا انتخاب یک گزینه درست هستند. در واقع، این روش آموزشی، بیش از درگیر کردن دانش‌آموزان با فرایندهای ریاضی، بر پاسخ‌ها تأکید دارد. همان‌طور که قبلاً گفته شد، برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی»، به نتایج ارزشیابی از پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان، اعتماد زیادی دارد و هدفش، آگاهی از نتیجه پایانی است. بنی هم از این هدف برنامه آگاه بود و می‌دانست که برای بررسی درستیِ پاسخ‌های او، از کلید استفاده می‌شود. در نتیجه، این کلید بود که سرعت پیشرفت بنی را تعیین می‌کرد؛ کلیدی که تنها یک پاسخ را به‌عنوان «درست» می‌پذیرفت، در حالی که بِنی باور داشت که پاسخ یک سؤال می‌تواند به روش‌های متفاوت بیان شود. این باور به بنی اجازه می‌داد که فکر کند همه پاسخ‌ها درست هستند و می‌گفت که «مهم نیست که کلید، کدام پاسخ را درست می‌داند.»

دوم اینکه شکل برنامه‌ریزی شده «آموزش تجویزی فردی»، بنی را وادار می‌کرد که نقش منفعلی در پاسخ دادن به هر سؤال و کسب امتیاز «درست»، داشته باشد. نمونه زیر، مؤید این برداشت است:

م: آن {پیدا کردن پاسخ‌ها} به نظر می‌رسه که شبیه یک بازی باشه.

د: [همراه با احساس] بله! اونم یه بازیِ بیهوده {آب در هاون کوبیدن}!

م: پس تو پاسخی می‌دی که معلم انتظار داره؟

د: بله، بله.

م: کدام پاسخ رو دوست داری که بنویسی؟

د: [فریاد زد] همه{اونها را}! تا اونجایی می‌دونم اونها می‌توانند جواب درست باشند. شما که دیدی! من عادت دارم جواب‌های مختلف خودمو بررسی کنم؛ و عادت دارم از کلید استفاده کنم. بنابراین فقط $\frac{۱}{۲}$ رو می‌نویسم، چون نمی‌خوام از نظر کلید، پاسخم درست نباشه و امتیازم رو از دست بدم.

م: اوم ...

د: چون اگه پاسخ را $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$ بذارم، آنها {کامپیوتر و معلم} به من امتیاز نمی‌دن! ولی می‌دانم که درسته. شما هم با من در این مورد موافقید. درسته. اگر من بنویسم $\frac{2}{4}$ شما با من موافقید. اگر من بنویسم $\frac{1}{2}$ باز هم شما با من موافقید. همشون درستن!

برای بِنی، برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» باعث شده بود که یادگیری ریاضی تبدیل به انجام یک سری از قواعد بیهوده و بی‌دلیل برای رسیدن به پاسخ‌های خاص شود. یعنی برای بِنی، ریاضی موضوعی عقلانی و استدلالی نبود، زیرا او می‌توانست تنها از طریق استفاده از فرآیندی مستقل {قواعدی خاص از نظر برنامه‌ای که توسط کلید تعیین می‌شد}، پاسخ‌هایش را بررسی کند.

می‌توان بحث نمود که مشکل بِنی با پاسخ‌ها، بیش از آنکه مربوط به ضعف «آموزش تجویزی فردی» باشد، ناشی از روش نمره‌گذاریِ این برنامهٔ آموزشی بود. این در حالی است که در این نوع تدریس و نقشی که برای معلم در آن دیده شده است، جایی برای چنین بحث‌هایی توسط وی، وجود ندارد. اول اینکه وظیفهٔ ابزار کمک آموزشی[1] این بود که درستی یا نادرستی پاسخ‌های بِنی را بر اساس پاسخ‌هایی که در کلید آمده بود، به سرعت بررسی کند. دوم این که نتیجه کار بِنی، مستقیماً از کامپیوتر، به معلمش داده نمی‌شد، بلکه به خود بِنی داده می‌شد. بنابراین معلم تنها می‌توانست از مسائل او آگاه شود البته اگر که بنی آن‌ها را برای بحث کردن با او {معلمش} انتخاب می‌کرد.

بنی بعضی از انتقاداتش را در مورد معلم و کامپیوتر وقتی که او می‌گوید: «آن‌ها باید به وسیله [مطابق] کلید کار کنند ... آنچه کلید بگوید.» بیان می‌کند. او این موضوع را به روشنی در نمونه زیر توضیح داده است:

د: ... اونا به اون پاسخ نمره غلط می‌دن، چون که فقط با کلید کار می‌کنن. اونا به این که پاسخ‌های دیگه هم درسته یا نه کار ندارند. اونا فقط هر چی که کلید گفته درسته قبول می‌کنند. مثلاً اگه بنویسم $\frac{2}{4}$؛ اونا می‌خوان بدانند که یعنی چی؟ منم یک عدد صحیح نوشتم، و کلید هم می‌گوید {جواب} یک عدد صحیح است، پاسخ من درست خواهد بود؛ مهم نیست [اگر] آن اشتباه باشد. {منظور بنی این است که حتی اگر از لحاظ منطقی آن پاسخ اشتباه باشد، اما چون کلید تصحیح سؤال می‌گوید این جواب درست است، پس درست خواهد بود.}

این انتقادی قوی از طرف یک کودک پایه ششم بود. بعید است که بِنی این نگرش را به‌عنوان دلیلی برای اشتباهش در به‌دست آوردن پاسخ‌های درست، بپذیرد. او از پاسخ‌های اشتباهش آگاه نبود و نسبت به بیشتر همکلاسی‌هایش، پیشرفت بیشتری از طریق برنامه‌های «آموزش تجویزی فردی» به دست آورده

[1] Aid

بود. ولی با توجه به این که تنها رابط بین بِنی و معلمش این پاسخ‌ها بودند، سؤال‌هایی در مورد نقش معلم در کلاس درس و رابطه معلم با بِنی، در این برنامه، مطرح شد. برای مثال، این سؤال ایجاد شد که تصوری که بِنی نسبت به معلم خود داشت، یک دوست و راهنمایِ مشوق بود که پیشرفتش برای او مهم بود و در این راه کمکش می‌کرد؟ یا برعکس، بِنی احساس می‌کرد که معلمش قربانی یک کلید است، زیرا «باید مطابق کلید کار کند . . . آنچه کلید بگوید»؟ یا آیا بنی حس می‌کرد که معلم به او توجهی نمی‌کند، «چون فقط مطابق با کلید کار می‌کند» به این معنا که «کاری به این که پاسخ درست است یا نه، ندارد؟»

این سؤال‌ها باعث شد که ما به نقش متقابلی که از معلم انتظار می‌رود و نقشی که این برنامه برای معلم در نظر گرفته، برگردیم. در ابتدا بیان کردیم که در برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی»، استفاده از مطالعهٔ مستقل به‌عنوان تنها روش یادگیری، فرصت بحث بین بِنی و معلم را کاهش داده بود و اکنون، از طریق تأکید بر پاسخ‌ها در برنامهٔ ارزشیابی «آموزش تجویزی فردی»، کلید رابطی بود که معلم را فقط با ناکامی‌های بِنی آشنا می‌کرد. یعنی در «آموزش تجویزی فردی»، با نقشی که برای معلمان در نظر گرفته بود، آنان از فرصت لازم برای درک تصورات کودکان و دلایل کارهایی که انجام می‌دهند، محروم شده بودند. در حالی که همین مورد خاص نشان داد که معلم بِنی، به شرطی می‌توانست او را برای جستجوگری، بحث و گفتگو، و بیان تجربه‌هایش در ریاضی تشویق کند که بتواند رابطه‌ای دوسویه و نزدیک با وی داشته باشد تا قادر شود که باورش را در مورد ایده‌ها، و احساسش در مورد ریاضی را درک کند و بفهمد.

۸. درک بنی از قواعد ریاضی

دیدگاه بنی در مورد پاسخ‌هایش، با فهم او از انجام عملیات در ریاضی پیوند خورده بود و برای او، عملیات ریاضی تنها به‌عنوان مجموعه‌ای از قواعد، معنا داشتند. برای مثال، بِنی به «۰٫۸ + ۲» به‌عنوان «۱۰ = ۸ + ۲» نگاه کرده و «ممیز را بعد از یک »گذاشت. از نظر بِنی، وجود قواعد در ریاضی ضروری بود و باور داشت که قواعد به او کمک می‌کنند که بالاترین امتیاز را کسب کند. بِنی می‌گفت که «باید برای به دست آوردن هر پاسخ درست، یک قاعده داشته باشیم و هر پاسخ درستی که به دست بیاوریم، صد {امتیاز} می‌گیریم». بِنی معتقد بود که برای هر نوع مسئله‌ای، قاعده‌ای وجود دارد و توضیح می‌داد که مثلاً «در کسرها، ما صد نوعِ مختلف، قاعده داریم». او فکر می‌کرد که این قواعد، «توسط یک فرد یا بعضی از افراد باهوش اختراع شده‌اند» و برایش این کار، وظیفهٔ بزرگی بود، چون فکر می‌کرد که اختراع «این قواعد وقت زیادی از افراد گرفته است . . . حدوداً ۵۰ سال»، زیرا تصورش این بود که «برای به‌دست آوردن قواعد، باید همه مسائل را حل کرد، مثل آن منظور بنی، مسئله ۰٫۸ + ۲ است ... .»

به هر حال، همان‌طور که دیدیم، بنی این قاعده جداگانه را دریافته بود که پاسخ‌ها می‌توانند به روش‌های متفاوت، بیان شوند، مثل این که « $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۴}$ را می‌توان به‌صورت $\frac{۴}{۴}$ یا ۱ نوشت». این نگاه نسبت به «قاعده‌ها»، باعث شده بود که بِنی تصور کند که پاسخ‌ها، مثل «جادو» کار می‌کنند، زیرا «فقط ما فکر می‌کنیم متفاوت‌اند، در حالی که یکسان هستند». او برای توضیح دیدگاه خودش، از جمع $۲ + \frac{۸}{۱۰}$ استفاده کرد:

د: . . . این یک کاغذ جادوییِ {صفحه کامپیوتر}، می‌دانی! با پاسخ‌هایی که اینجا نوشته شده [در بالای کاغذ]، . . . مخفی {الان این پاسخ روی صفحه نمایش کامپیوتر دیده نمی‌شود}. من جواب ۱٫۰ را درج کردم. همان طور که می‌دانی، درست مثل بالا، مخفیِ ... تا زمانی که اینجا را به پایین فشار می‌دم [یعنی این دکمه را]، و این نتیجه می‌شود[۱] [در وسط کاغذ] در وسط صفحهٔ نمایش کامپیوتر، یه علامتِ تساوی، عدد ۲ و $\frac{۸}{۱۰}$ یا به جای نماد تساوی، کلمه «یا»، و چیزی شبیه به اون چیزی که در اینجا هست.

بِنی همچنین معتقد بود که قواعد ریاضی، جهانی هستند و نمی‌توانند تغییر کنند. توضیح این دیدگاه به روشنی در زیر آمده است:

م: قواعد چی؟ آیا اونها تغییر می‌کنند یا همیشه یکسان باقی می‌مانند؟

د: یکسان باقی می‌مانند.

م: تو فکر می‌کنی که وقتی از یه سطح به سطح دیگه می‌ری، قاعده‌ها تغییر می‌کنند [منظور، مراحل برنامهٔ آموزش تجویزی فردی]؟

د: می‌تونن، اما تغییر نمی‌کنن. در واقع اگه شما قواعد کسرها رو تغییر بدی، نتایج متفاوت خواهند شد.

م: اونوقت، غلط نمی‌شه؟

د: بله. این که ما برای خودمان قاعده بسازیم اشتباهِ، ولی جوابِ درست می‌ده. اون برای بقیه درست نمی‌شه، چون که اگه اون قاعده‌ها رو برای اون کسر به کار نبریم و بخواهیم قواعد خودمان را کشف کنیم، پاسخ درست نمی‌گیریم.

دیدگاه بنی در مورد قواعد و پاسخ‌ها آشکار کرد که او، ریاضی را چگونه یاد گرفته است. از نظر وی، ریاضی از قواعد مختلف برای مسائل مختلف تشکیل شده بود و همگی اختراع شده بودند. اما بِنی فکر

[۱] اینجا، منظور بنی، صفحه کامپیوتر است که در ابتدا، جواب مخفی است. تا اینکه بنی پاسخ را وارد می‌کند و دکمه مربوطه را فشار می‌دهد.

می‌کرد که آن قواعد، مانند جادو عمل می‌کنند. به گفته او، گاهی «فکر می‌کنیم آن‌ها مختلف هستند»، چون پاسخ‌های افراد از به کار بردن این قواعد، می‌تواند به روش‌های مختلف بیان شود. در صورتی که «آن‌ها یکسانند». یعنی از نظر بِنی، ریاضی یک موضوع عقلانی و منطقی نیست که شخص دلیل بیاورد، تحلیل کند، روابط را جستجو کند، تعمیم دهد، و پاسخ‌ها را تصدیق و تأیید کند. برعکس، تصور بِنی از یادگیری ریاضی، پیدا کردن قواعد جهت استفاده از آن‌ها برای حل مسئله بود. به باور او، برای هر نوع مسئله تنها یک قاعده وجود داشت و بدین سبب، بِنی راه‌حل‌های مختلفی را برای یک مسئله در نظر نمی‌گرفت. چون قواعدی که در حال حاضر اختراع شده‌اند، یک قاعده را که غلط بود، تغییر می‌دهند چراکه پاسخ‌ها «به‌صورت‌های مختلف به دست می‌آمدند[1].»

برای بِنی، تأکید بر قواعد در مورد اعداد اعشاری و کسرها، مشهود بود. بِنی باور داشت که اعداد اعشاری و کسرها مطابق با قواعد خاصی ساخته می‌شوند. برای مثال، {عدد اعشاری از دیدگاه بنی به‌صورت} a/bc {است} و {عدد کسری از دیدگاه بنی به‌صورت} $\frac{a}{b}$ است که در آن $۰ < a < ۱۰$. برای تبدیل اعداد اعشاری و کسری به یکدیگر، باید از قواعد مشخصی تبعیت نمود؛ یعنی $\frac{a}{b} = ۰/(a + b)$ یا $\frac{b}{a} = ۰/(a + b)$، در صورتی که $a + b \geq ۱۰$، در غیر این صورت $\frac{b}{a} = ۰/۰(a + b)$ {به یادداشت انتهای مقاله مراجعه شود}. قواعدی برای انجام عملیات وجود دارد، مثل این‌که $۲ + ۳ = ۳ + ۲$ «زیرا آن‌ها معکوس هم هستند» یا این که «آن‌ها جابه‌جا شده‌اند»، بنابراین «$\frac{۱}{۲}$ معکوس $\frac{۲}{۱}$ است». او فکر می‌کرد که برای اعداد اعشاری هم قواعدی وجود دارد که همه عملیات طبق آن‌ها صورت می‌گیرد. مثلاً چون $a + ۰/b = ۰/(a + b)$، پس $۱/۰ = ۰/۸ + ۲$ و $۷/۴۸ - ۷ = ۷/۴۱$. قاعده ضرب از نظر وی، $a \times ۰/b = ۰/(a \times b)$ بود و با آن، مثلاً $۳/۲ = ۸ \times ۰/۴$. بِنی برای جمع کردن کسرها هم قواعد را ابداع کرده و بر اساس آن‌ها عمل می‌کرد (مطابق جدول ۱).

این قواعد و پاسخ‌هایی که بنی به‌دست می‌آورد، برایش مثل جادو کار می‌کردند. برای مثال، بِنی برای جمع هر دو کسر، از این قاعده کمک می‌گرفت، مثل $\frac{۲}{۴} + \frac{۱}{۲}$ که برایش $\frac{۴}{۴}$ یا ۱ می‌شد،

$۱/۰ = ۰/۸ + ۲$، در حالی که $۲\frac{۸}{۱۰} = ۲ + \frac{۸}{۱۰}$؛

$۱ = \frac{۳}{۳} = \frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۱}$

و $۱ = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}$؛

$۰/۵ = \frac{۲}{۳}, \frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}, \frac{۴}{۱}$ ؛

[1] در اینجا منظور این است اگر بنی به قاعده جدیدی در ریاضی می رسید، آن را جایگزین قواعد پیشین می‌کرد.

و ۲ + ۰٫۳ که در حالت اعشاری برابر با ۰٫۵ است و در تصویر یعنی با استفاده از مدل‌های فیزیکی، ۲٫۳ {می‌شود} و در حالت کسری $۲\frac{۳}{۱۰}$ خواهد بود.

وقتی که در مورد قواعد فکر می‌کنیم، به نظر می‌رسد که بِنی از روابط ریاضی و اصولی که زمینه‌ساز آن قواعد بودند، آگاهی نداشت و اغلب، متکی بر الگوها بود. به این دلیل، گاهی بدون آن که دلیلش را بداند، از قواعدی که ساخته بود، راضی نبود و آن را ابراز می‌کرد. نمونهٔ زیر، یکی از آن موارد است:

م: وقتی می‌گی ۰٫۵ = ۰٫۳ + ۲ ؛ دو [۲] یه عددِ صحیحه. تو داری اونو با یه عدد اعشاری جمع می‌کنی. چه اتفاقی می‌افته؟

د: یه عدد اعشاری می‌شه.

م: منظورت اینه که فقط این جوری می‌شه؟

د: نه! اوم ... واقعاً دوس دارم بدونم چه اتفاقی افتاده. می‌دانید من امروز می‌خواهم چه کار کنم؟ می‌رم پایین به کتابخانه .... می‌خوام راجع به کسرها بیشتر بدانم و ببینم که چه کسی این قاعده‌ها رو درست کرده و آن‌ها چطوری حفظ شدن.

مثال‌های بالا نشان دادند که اگرچه بِنی، فرق بین کسر اعشاری و کسر متعارفی را نفهمیده بود، اما قواعدی داشت که با آن‌ها، عملیات را انجام می‌داد، البته بیشتر پاسخ‌هایش، نادرست بودند. ولی بِنی معتقد بود که پاسخ‌هایش درست هستند و برای هر کلید، تنها یک پاسخ وجود دارد. بدین دلیل، بِنی وظیفهٔ اصلی خودش را این می‌دانست که پاسخ‌هایی را که مطابق با کلید بودند، دنبال کند و برای این کار، پاسخ‌هایش را آنقدر تغییر می‌داد تا با کلید، مطابقت پیدا کند. اما سؤال این است که بِنی چگونه در پیدا کردن پاسخ‌های درست موفق می‌شد؟

۹. دیدگاه بِنی در مورد روش آموزشی «آموزش تجویزی فردی»

در «آموزش تجویزی فردی» ریاضی، فرد از طریق انجام فعالیت‌های قلم و کاغذی[1] ، با مفاهیم و مهارت‌هایی که آموخته می‌شوند؛ درگیر می‌شود و قواعد، مستقیماً مورد بحث قرار نمی‌گیرند، اما گاهی از آن‌ها به‌عنوان اصول کار کردن استفاده می‌شود. برای مثال، قواعد ضرب اعداد اعشاری این است که ۰٫۱ × ۰٫۱ = ۰٫۰۱ ؛ اما یادگیری این قاعده از طریق تمرین‌های برنامه‌ریزی شده و تکرار زیاد، صورت می‌گیرد. در این نوع تدریس، سؤال‌ها اغلب به شکلی مطرح می‌شوند که پاسخ‌های مختصر داشته باشند. در زیر، نخستین مثال‌ها از سه گروه از تمرین‌های «آموزش تجویزی فردی» نشان داده شده است:

[1] منظور از اصطلاح «قلم و کاغذی» (Paper & Pencil) ، هر نوع فعالیت مکتوب می‌باشد.

۱- جاهای خالی را پر کنید. [اولین مثال الگویی برای ارائه سایر پاسخ ها است.]

$$۳٫۱۱۱ = ۳ + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۰۰} + \frac{۱}{۱۰۰۰}$$
$$۷٫۶۵۲ = ۷ + \frac{۶}{۱۰} + \frac{۵}{۱۰۰} + \frac{۲}{۱۰۰۰}$$
$$۹۵٫۰۱۵ = ۹۵ + \frac{۰}{-} + \frac{۱}{-} + \frac{۵}{-}$$

....

....

۲- هر کسر مخلوط را به‌صورت عدد اعشاری، بنویسید.

$$۶\frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶٫۲۴}{}$$
$$۹\frac{۳۵}{۱۰۰} = \frac{۹٫۰۳۵}{}$$
$$۲۷\frac{۱۵}{۱۰۰۰} = \frac{۲۷}{}$$

....

....

۳- کدام کسر مقدارش با رقمی که در جعبه کوچک به‌صورت زیر خط‌دار مشخص شده، برابر است؟ دور آن خط بکشید.

$\boxed{۰.۵\underline{۴}۲}$	$\frac{۴}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۰۰}$	$\frac{۴}{۱۰۰۰}$
$\boxed{.۳\underline{۲}۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰۰}$	$\frac{۲}{۲}$
....	....	....	....
....	....	....	....

بِنی برای حل هر مجموعه از تمرین‌ها، ابتدا سؤال‌هایی را که بلد نبود علامت‌گذاری می‌کرد و بعد، به‌سرعت به سراغ سایر مسئله‌ها می‌رفت و آن‌ها را حل می‌کرد. سؤال‌هایی که بِنی می‌پرسید، به روابط ریاضی مربوط نبود و نشان می‌داد که او دائم به دنبال یک الگو یا قاعده است، زیرا استفاده از «آموزش تجویزی فردی» را از پایهٔ دوم شروع کرده بود. یعنی به نظر می‌رسید که بِنی، روش کارکردنش را با روش آموزشی «آموزش تجویزی فردی» سازگار کرده بود و چگونگی استفاده بِنی از قواعد، پاسخ‌ها و روابط ریاضی، مؤید این نظر است.

در حقیقت، روش آموزشیِ «آموزش تجویزی فردی»، دیدگاه بِنی را در مورد ریاضی، توضیح می‌دهد. زیرا ماهیت این برنامه به گونه‌ای بود که بِنی نمی‌توانست مطالب را به روش خودش درونی کند یا آنها

دوباره سازماندهیِ نماید و روابط و مفاهیم ریاضی را با کلمات خود بگوید. طبیعت تکراری تمرین‌ها در «آموزش تجویزی فردی»، بنِی را متقاعد کرده که برای حل هر نوع مسئله، یک قاعده وجود دارد و به این دلیل، در ذهنش این نگرش نسبت به ریاضی ایجاد شده بود که ریاضی، شامل تعداد بسیاری قاعده جزمی، برای انواع مختلفی از مسائل است و در این مورد، انعطافی ندارد.

بنی ریاضی را از طریق یک مطالعهٔ مستقل در یک روش آموزشی برنامه‌ریزی شده یاد می‌گیرد. این روش هیچ جایی برای او به‌منظور تمرین شخصی‌اش باقی نمی‌گذاشت. در «آموزش تجویزی فردی» بنِی تنها می‌توانست با اجرای تجویزهایی که معلمش ارائه می‌کرد، پیشرفت کند، زیرا «رهنمودهای آموزشیِ «آموزش تجویزی فردی» مبتنی بر استفادهٔ درست از نتایج آزمون‌ها و دستورات مکتوب، تدوین شده‌اند» [۲]. بنابراین آنچه که بنِی یاد می‌گرفت و چگونگی آن یادگیری خارج از کنترلش بود. ویژگی یادگیری در «آموزش تجویزی فردی» این است که به هر فرد اجازه می‌دهد تا ریاضیِ تجویز شده توسط آن برنامه را با سرعت خودش یاد بگیرد. غافل از این که وقتی هدف‌های یادگیری در ریاضی به‌صورت هدف‌های رفتاری دقیق تعریف می‌شوند، هدف‌های آموزشی مهمی از قبیل اینکه چگونه ریاضی‌وار فکر کنیم، زیبایی و قدرت آن را درک نماییم، درک عمیق و مفهومی ریاضی را توسعه دهیم، فراموش می‌شوند.

شاید کسی بحث کند که هدف «آموزش تجویزی فردی» فراهم کردن امکان آموزش مستمر برای یادگیری ریاضی است و اهدافی که به طرزتلقی دانش‌آموزان نسبت به ریاضی مربوط است، وظیفهٔ معلم است. اما معلم چگونه می‌تواند به دانش‌آموز کمک کند که در چنین برنامهٔ سازمان‌یافته و مستحکمی، نگرش مستدل و معقولی نسبت به ریاضی پیدا کند؟ به‌خصوص همان طور که قبلاً هم توضیح داده شد، به‌واسطهٔ نقشی که برای معلم در «آموزش تجویزی فردی» پیش‌بینی شده، وی از درک و فهم دیدگاه دانش‌آموزان دربارهٔ ریاضی، محروم است.

در صورتی که در تدریس ریاضی لازم است دانش‌آموز بتواند آزادانه به روش خودش فکر کند و فرصت کشف الگوها را در روابط عددی داشته باشد. دانش‌آموز باید استدلال کردن، جستجوی روابط و الگوها، تعمیم دادن و بررسی درستی کشف‌های خود را به‌وسیلهٔ ابزارهای مستقل، بخشی از یادگیری ریاضی خود بداند. لازم است که دانش‌آموزان درک کنند که در ریاضی، قواعد به خودی خود اهمیتی ندارند و تعمیم‌هایی از مفاهیم و اصول‌اند که از آن‌ها نتیجه می‌شوند. چنین درکی کمک می‌کند تا آنان باور کنند که مسئله‌های ریاضی، تنها یک راه‌حل ندارند و می‌توان از روش‌های مختلف برای حلشان استفاده کرد و همچنان که بعضی از مسائل ممکن است بیش از یک پاسخ داشته باشند، مسائلی هم هستند که اصلاً پاسخی ندارند. چنین درکی از ریاضی، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا ایده‌هایشان را با سایر دانش‌آموزان

به اشتراک بگذارند، از ریاضی لذت ببرند و قدردان قدرت و زیبایی ریاضی شوند. همزمان، دانش‌آموزان نیاز دارند احساس کنند که از تشویق و حمایت معلمان خود در یادگیری ریاضی و حل کردن مسئله‌ها و پیدا کردن پاسخ، برخوردارند.

۱۰. کار درمانی با بِنی

اگر بِنی می‌توانست که در مدتی کوتاه نگرش خود را نسبت به ماهیت ریاضی و یادگیری آن تغییر دهد، شاید تجربه‌اش با «آموزش تجویزی فردی» ریاضی خیلی هم مضر نبود، اما واقعیت چیز دیگری بود. در این مطالعه، مصاحبه‌کننده به مدت ۸ هفته و هر هفته در دو بازهٔ زمانی ۴۵ دقیقه‌ای از مدرسه بازدید می‌کرد و بعد از توضیحات مقدماتی، کار درمانی[۱] با بِنی را در رابطه با اعداد اعشاری و کسرها شروع می‌کرد. در این جلسات، تأکید مصاحبه‌کننده/ پژوهشگر بر شناخت چگونگی درک و فهم ریاضی توسط بِنی بود و طی مصاحبه‌ها، از مجموعهٔ محدودی از وسایل کمک آموزشی مانند دست‌ورزی‌ها که در مدرسه قابل دسترس بود، استفاده می‌کرد. بِنی دوست داشت با پژوهشگر همکاری کند و علاقه‌مند و مشتاق به یادگیری بود و همین باعث شد تا در نهایت، آمادگی پیدا کند که بداند چگونه مسئله‌ها را حل می‌کرد و پاسخ‌ها را به دست می‌آورد. پژوهشگر پس از ۵ هفته، مجدداً با وی مصاحبه کرد. نمونه زیر، بخشی از آن مصاحبه است:

بخش ۱:

م: $\frac{۲۹}{۱۰}$

د: ۲٫۹

م: خیلی خوب! $\frac{۸}{۱۰۰}$ چی؟

د: ۰٫۰۸

م: این عالیه! حالا اگه بگم که $\frac{۴}{۱۱}$ رو به‌صورت عدد اعشاری بنویس؟

د: نمی‌شه! تنها با ۱۰ می‌شه کار کنی.

بخش ۲:

م: حالا بذار یه جمع را انجام بدهیم. پاسخ ۰/۴ + ۰/۳ چی می‌شه؟

د: ۰/۰۷

---

[۱] Remedial

م: {خوب} حالا چگونه تصمیم گرفتی که جواب ۰/۰۷ می‌شه؟

د: چون دوتا عدد اعشاری داریم و یک عدد بعد از هر ممیز وجود داره، پس پاسخ هم باید دو تا عدد بعد از ممیز داشته باشه؛ و شما فقط باید اون‌ها رو جمع کنین.

بخش ۳:

م: جواب تو برای ۰/۳ + ۰/۴ {برابر} ۰/۰۷ است، ولی برای $\frac{۳}{۱۰} + \frac{۴}{۱۰}$ {جواب تو، برابر} ۰/۷ است.

د: درسته!

م: آیا فکر می‌کنی این درسته؟

د: چون در اینجا [$\frac{۳}{۱۰} + \frac{۴}{۱۰}$] هیچ عدد اعشاری وجود نداره، شما از اعشار استفاده نمی‌کنید. ولی در اینجا [۰/۳ + ۰/۴] شما از اعشاری استفاده می‌کنید؛ و همین {مسئله} باعث تفاوت می‌شه.

بخش ۴:

م: در مورد $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۱}$ چی {پاسخت چیه}؟

د: یک عدد کامل.

م: یک عدد کامل. چطوری به این پاسخ رسیدی؟

د: اووووم! ... چون که فقط جای این‌ها {اشاره به‌صورت و مخرج} [یعنی$\frac{۲}{۱}$] را عوض می‌کنی.

م: خوب! ۲ تقسیم بر ۱ چه عددیه [به $\frac{۲}{۱}$ اشاره می‌کند]؟

د: ۲ تقسیم بر ۱؟ ... ۲.

م: وقتی که جای اون‌ها را عوض می‌کنی معکوس می‌کنی، پاسخ چی می‌شه؟

د: $\frac{۱}{۲}$

بخش ۵:

م: منظورت اینه که می‌شه جای ۲ رو با $\frac{۱}{۲}$ عوض کنی؟

د: بله.

م: چطوری این کارو می‌کنی؟

د: ... همه کاری که باید انجام بدی فقط اینه که ... ۲ بر روی ۱ رو... ۱ را آوردم بالا؛ حالا می شه $\frac{۱}{۲}$. یا می‌تونی اینطوری انجامش بدی [یعنی $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۱}$] ... {با این روش که} ۲ + ۱ می‌شه ۳؛ ۱ + ۲ هم می‌شه ۳؛ ۳ روی ۳ ... این می‌شه ۱.

این بخش از مصاحبه نشان می‌دهد که بِنی هم‌چنان در کارش، بر قواعد بیش از دلیل آوردن تأکید می‌کرد و این نشان می‌دهد که بِنی به کار درمانی بیشتری با تکیه بر روابط بین اعداد و کمیت‌های فیزیکی، نیاز دارد. {از آنجا که} کارهای درمانی به مراتب کارهای نوشتنی مهمی را دربر می‌گیرند، بنابراین به نظر می‌رسد که کار درمانی آینده باید شامل تنوع وسیعی از مطالب غنی مخصوصا با وسایل کمک آموزشی دست‌ورزی باشد.

قبلاً مشاهده شد که بِنی با استفاده از صفحه تقسیم برای ساده کردن کسر[1]، به نتیجه نادرست $\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۳}$ رسید که بیانگر این است که درمان این نوع {بدفهمی‌ها}، به‌طور خود به خودی انجام نمی‌شود. ولی رویکرد «آموزش تجویزی فردی» به یادگیری ریاضی به گونه‌ای است که به معلم و دانش‌آموز، فرصت استفاده از دست‌ورزی‌ها را نمی‌دهد، زیرا ساختار این نوع برنامه‌ها صُلب است و روش ارزشیابی از آموخته‌های دانش‌آموزان نیز قطعی و بدون انعطاف می‌باشد. در صورتی که طی مصاحبه‌ها، معلوم شد که بِنی از یادگیری ریاضی به‌کمک دست‌ورزی‌ها و حدس و آزمایش کردن، لذت می‌برد. استفاده از اشیاء ملموس، او را تشویق می‌کرد که در مورد قواعدی که ساخته بود، حدس‌های جدیدی بزند و آن‌ها را اصلاح کند. برای مثال، او کشف کرد که حاصل‌جمع $\frac{۴}{۳} + \frac{۳}{۴}$، به‌سادگی با قاعده‌ای که برای خودش ابداع کرده بود و آن، جمع کردن صورت‌ها و مخرج‌ها بود، عملی نیست. این موضوع باعث شد که بِنی در مورد قواعد خود-ساخته‌اش برای اعداد اعشاری، دچار تناقض ذهنی بشود. برای مثال، او می‌دانست که طول قد خودش ۱۵۷/۵ سانتی‌متر و طول قد دوستش ۱۴۵/۵ سانتی‌متر است و مجموع طول قد دو نفرشان، ۳۰۳/۰ سانتی‌متر می‌شود، در صورتی که با استفاده از قواعد خودش، مجموع این دو طول برابر با ۳۰/۳۰ سانتی‌متر می‌شد. بِنی با فرصتی که برای تجربه کردن به دست آورده بود، ناسازگاری‌های مشابه‌ای را در سایر اندازه‌گیری‌ها یافت و به نظر می‌رسید که مصمم شده است تا برای قواعدش، توضیحات قانع‌کننده‌ای را بیابد. بِنی تلاش کرد تا این تفاوت را با استفاده از حدس‌های متعدد در مورد قواعد، پاسخ‌ها، و واحدهای اندازه‌گیری، توضیح دهد و وقتی که موفق نشد، به تدریج متوجه شد که برای یادگیری ریاضی، تنها به‌کار بردن قواعد برای حل مسئله‌ها به منظور به دست آوردن یک پاسخ درست، کافی نیست.

[1] به‌عنوان مثال، استفاده از استعاره شکل دایره برای بیان اعداد کسری به‌عنوان قسمتی از یک چیز است.

۱۱. خلاصه و نتیجه

برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی»، یکی از بهترین مثال‌ها است که تلاش کرده تا یک فناوری آموزشیِ انفرادی را ارائه دهد و با وجودی که یک تجربه با ارزش در آموزش بود، مطالعهٔ موردی بِنی ضعف‌های اصلی این برنامه را نشان داد.

بنی یک پسر ۱۲ ساله و دانش‌آموز پایه ششم بود که دارای بهرهٔ هوشی (IQ) بین ۱۱۰ تا ۱۱۵ بود. بِنی برای یادگیری ریاضی، از پایهٔ دوم از برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» استفاده کرده و آماده بود تا با همراهی معلمش، پیشرفت خوبی را در ریاضی کسب کند. اما در جریان این مطالعه، آشکار شد که بِنی، بعضی از مراحل کارش را اشتباه متوجه شده بود. او عادت‌های یادگیری و دیدگاه‌هایی در مورد ریاضی کسب کرده بود که مانع پیشرفتش در آینده می‌شدند. اگرچه عامل‌های بسیاری در مشکل بودن ریاضی دخیل هستند، اما مورد بِنی نشان داد که لازم است تا تأثیر برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» بر درک ریاضی دانش‌آموزان و پیوند این درک با دانش قبلی آنان، مورد توجه بیشتری قرار گیرد.

بدفهمی‌های بِنی نشان داد که ضعف‌های برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» ریشه در دیدگاه رفتاری به ریاضی دارد که تکیه‌اش بر آموزش‌های فردی و روش‌های آموزشی مبتنی بر آن است. تأکید {بیش از اندازه} «آموزش تجویزی فردی» در مورد بیان اهداف ریاضی به‌صورت هدف‌های رفتاری دقیق، به ایجاد برنامه‌های ریاضیِ قطعی و بدون انعطافِ از پیش تعیین شده با برنامه‌های ارزشیابی متناظر با آن‌ها منجر شد که تنها به پاسخ درست، صرف‌نظر از اینکه چگونه به‌دست آمده‌اند، پاداش می‌داد و به این ترتیب، مانع توسعه مطلوب مفاهیم ریاضی در {ذهن} دانش‌آموزان می‌شد.

{در «آموزش تجویزی فردی»} مطالب عمدتاً برنامه‌ریزی شده هستند و شاگردان از طریق مطالعهٔ مستقل و با سرعت خودشان یاد می‌گیرند. به‌واسطهٔ اعتماد {زیادی که} معلم و دانش‌آموز به شایستگی برنامهٔ «آموزش تجویزی فردی» دارند، {دانش‌آموز مطالب را} از طریق مطالعهٔ بسیار مستقل می‌آموزد. در نتیجه ، معلم از آشنایی با نوع درک و فهم دانش‌آموزان محروم می‌شود. صُلب بودن ساختار «آموزش تجویزی فردی» و روش آموزشی برنامه‌ریزی شده آن، باعث دلسردی {معلم}، در استفاده از مطالب و ابزارهای غنی برای تعمیق یادگیری ریاضی دانش‌آموزان می‌شود و به‌طور طبیعی معلم را به سمت تدریس قاعده‌محور در ریاضی متمایل می‌کند که در آن، قاعده‌هایی که با درک عمیق دانش‌آموزان {از مفاهیم ریاضی} ناسازگار هستند به‌عنوان جادو و تلاش برای پاسخ « تعقیب غاز وحشی» مورد توجه قرار می‌گیرند.

یادداشت بر {قواعد بنی برای تبدیل اعداد اعشاری و کسری به یکدیگر}: ممکن است کسی وسوسه شود که این نوع از بحث‌ها را به‌عنوان نشانی از مفهوم جابه‌جایی در جبر تلقی کند، اما فرایند مصاحبه‌ها معلوم کرد که درک بِنی از مفهوم قواعد، کمتر به آگاهی او از اعمال جبری مرتبط است و بیشتر به آگاهی او از الگوها بر می‌گردد. جالب خواهد بود که این نوع آگاهی–از الگوها– از دیدگاه نظریه پیاژه در نظر گرفته شود. برای مثال، ممکن است انجام عملیات معکوس کردن و جابه‌جایی توسط بنی، به طرحواره بازچینی علامت‌ها مربوط باشد. شبیه به مرحلهٔ عملیات عینی[۱] که کودک با سه مهره از رنگ‌های مختلف روی یک سیم {مثلا چرتکه} دستورزی می‌کند [۳]. به عبارت دیگر، این عمل، ممکن است با تنظیم روابط تقارنی در تصاویر هم، دنبال شود [۴]. روش جایگزین اول مستلزم استفاده از عکس معکوس است که با عمل معکوس‌پذیری که یک ساختار جبری است (و روی الگوها عمل می‌کند و نه روی اعداد) هماهنگ است. روش جایگزین دوم –اگر به‌طور کامل در مرحله عملیات عینی توسعه یابد– مستلزم چیزی است که پیاژه آن را نوع دوم برگشت‌پذیری[۲] (عمل متقابل تغییر جایگاه، که یک ساختار جبری غیر عددی است) می‌نامد. سپس این مطلب باید ذکر شود که همان ساختارهای شناختی (گروه‌بندی منطقی) که پیاژه معتقد بود برای توسعهٔ مفهوم عدد در تفکر بیرون از مدرسه ضروری است؛ ممکن است در مورد بنی به‌صورت کاملاً متفاوتی در مدرسه به کار گرفته شود تا او بتواند الگوهای علامت‌ها روی کاغذ را شبیه‌سازی کند و نمرات بالایی را در آزمون ریاضی کسب کند. آنچه که در مورد بنی و بسیاری از موارد دیگر به‌طور آشکار مورد غفلت قرار گرفته است، هماهنگی واقعی بین دو روش ساختارِ شناختی استفاده شده در حساب است (ویراستار کتاب مجموعه مقالات شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۴).

تقدیر و تشکر

مترجمان بر خود لازم می‌دانند از زحمات خانم دکتر زهرا گویا برای بازخوانی متن ترجمه و ارائهٔ نظرات اصلاحی که باعث بهبود این ترجمه شده‌اند، تشکر نمایند.

[۱] Concrete Operational Stage [۲] Revesibility

مراجع

[1] Glaser, R. (1969) “the Design and Programming of Instruction,” in Committee for Economic Development, The Schools and the Challenge of Innovation. McGraw-Hill, New York.

[2] Lindvall, C. M. and Cox. R. C. (1970) “the IPI Evaluation Program.” AERA Monograph Series on Curriculum Evaluation, No. 5. Rand McNally and Company, Chicago.

[3] Piaget, J. (1971) The Child’s Conception of Movement and Speed. Ballantine Books, New York.

[4] Piaget, J. and Lnhelder, B. (1969) The Psychology of the Child. Basic Books, New York.

ابوالفضل رفیع‌پور: بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان
رایانامه: drafiepour@uk.ac.ir
نوشین فرامرزپور: بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان
رایانامه: nooshin.faramarzpoor@yahoo.com