

## معرفی و بررسی نقادانه کتاب فلسفه ریاضیات براون\*

حسین بیات

### چکیده

کتاب «فلسفه ریاضیات» نوشته جیمز رابرت براون یکی از مهم‌ترین کتاب‌های عمومی در حوزه فلسفه ریاضیات به‌شمار می‌رود. در این مقاله، افزون بر معرفی و تلخیص این کتاب، متن اصلی و نیز ترجمه فارسی آن را مورد نقد و بررسی قرار می‌دهیم.

### ۱. سرآغاز

یکی از مجموعه کتاب‌های منتشر شده از سوی انتشارات راتلیج در حوزه فلسفه، با سرعنوان «درآمدی معاصر» نامگذاری شده است. پاول موزر<sup>۱</sup>، سر ویراستار این مجموعه، راهبرد نویسندگان در این کتاب‌ها را کمک به دانشجویان فلسفه برای گذر از سطح مقدماتی به سطح پیشرفته معرفی می‌کند. موزر مدعی است که برای تحقق این هدف عمده، هر کدام از نویسندگان سعی کرده است مسائل اصلی و مواضع و راه‌حل‌های رقیب در یکی از شاخه‌های فلسفه را به رشته تحریر در آورد. تاکنون ۲۱ کتاب در ۲۱ شاخه یا زیرقلمرو با این راهبرد تألیف شده است. از این میان، دست‌کم ۹ عنوان به زبان فارسی نیز ترجمه شده‌اند که عبارت‌اند از: درآمدی معاصر بر متافیزیک (مایکل لوکس<sup>۲</sup>)، معرفت‌شناسی (رابرت آئودی<sup>۳</sup>)،

---

عبارات و کلمات کلیدی. نقد کتاب؛ فلسفه ریاضیات؛ جیمز رابرت براون؛ محمداقاسم وحیدی اصل.  
\* این کتاب با عنوان فارسی «فلسفه ریاضیات: آشنایی با دنیای امروزی برهان‌ها و تصویرها» توسط آقای دکتر محمداقاسم وحیدی اصل ترجمه شده و انتشارات نوشتگان در سال ۱۳۹۴ این ترجمه را به چاپ رسانده است. نام و نشان کتاب به زبان اصلی از این قرار است:

Brown J. R., *Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures*, Routledge, New York, 1999.

<sup>۱</sup>Paul K. Moser    <sup>۲</sup>Michael Loux    <sup>۳</sup>Robert Audi

فلسفه دین (کیث یندل)<sup>۱</sup>، فلسفه اخلاق (هری گنسلر)<sup>۲</sup>، فلسفه زبان (ویلیام جی لایکن)<sup>۳</sup>، فلسفه علم (روزنبرگ)<sup>۴</sup>، فلسفه زیست‌شناسی (روزنبرگ و دانیل مک‌شی)<sup>۵</sup>، فلسفه هنر (نوتل کارول)<sup>۶</sup> و سرانجام، فلسفه ریاضیات (جیمز رابرت براون). جیمز رابرت براون<sup>۷</sup> فیلسوف کانادایی متولد ۱۹۴۹، استاد دانشگاه تورنتو و شخصیت برگزیده انجمن سلطنتی کانادا است. امر عقلی و امر اجتماعی (۱۹۸۹)<sup>۸</sup>، آزمایشگاه ذهن (۱۹۹۱)<sup>۹</sup>، چه کسی در علم دستور می‌دهد؟ (۲۰۰۱)<sup>۱۰</sup> و افلاطون‌گرایی، طبیعت‌گرایی و معرفت ریاضیاتی (۲۰۱۲)<sup>۱۱</sup> از مهم‌ترین آثار او است. شهرت او در فلسفه علم به دلیل دفاع از واقع‌گرایی علمی، تبیین آزمایش‌های فکری در علم و غیرعلم و مخالفت با برساخت‌گرایی اجتماعی و در فلسفه ریاضیات، بیشتر به دلیل تلاش‌هایی است که برای دفاع از افلاطون‌گرایی جدید، خطاباوری در ریاضیات و نقش توجیهی تصاویر و آزمایش‌های فکری در اثبات‌های ریاضیاتی انجام داده است.

مترجم این کتاب شخصیت شناخته‌شده و بسیار تأثیرگذار جامعه ریاضی کشور است و معرفی ایشان در اینجا صرفاً برای علاقه‌مندانی است که اطلاع کمتری از ایشان دارند. جناب آقای دکتر محمدقاسم وحیدی اصل، استاد گروه آمار دانشکده علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی، درجه دکتری خود را در رشته آمار از دانشگاه اورگان آمریکا (۱۹۷۹) اخذ کرده‌اند. دکتر وحیدی اصل، نویسنده و مترجم ده‌ها عنوان کتاب و مقاله در حوزه آمار و احتمال و نیز تاریخ و فرهنگ ریاضیات است. شاید از میان آثار ترجمه‌ای ایشان در حوزه فرهنگ و تاریخ ریاضیات، ترجمه کتاب دو جلدی «آشنایی با تاریخ ریاضیات»، تألیف هاورد و. ایوز (مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۸) از همه معروف‌تر باشد. افزون بر این، می‌توان به ترجمه‌های مشترک ایشان (با همکاری علیرضا جمالی) از دو کتاب «گوشه‌هایی از ریاضیات دوره اسلامی» تألیف ج. ال. برگرن (انتشارات فاطمی، ۱۳۷۴) و «تاریخ جبر از خوارزمی تا امی نوتر» تألیف بارتل. ال. وان در واردن (انتشارات مبتکران، ۱۳۷۶) اشاره کرد. هر دو کتاب برنده جایزه تشویقی کتاب سال (۷۴ و ۷۷) شده‌اند.

## ۲. معرفی کتاب

کتاب براون در سال ۱۹۹۹ منتشر شد و ویرایش دوم آن در سال ۲۰۰۸ در اختیار خوانندگان قرار گرفت. نویسنده در پیشگفتار، سه هدف عمده برای نگارش این کتاب برشمرده است: اول هدف آموزشی به‌ویژه معرفی فلسفه ریاضیات به خوانندگان؛ دوم معرفی برخی مباحث جدیدتر به‌ویژه مباحث مربوط به

<sup>۸</sup>The Rational and the Social (Routledge, 1989).

<sup>۹</sup>Laboratory of the Mind: Thought Experiments in the Natural Sciences (Routledge, 1994).

<sup>۱۰</sup>Who Rules in Science? An Opinionated Guide to the Wars (Harvard, 2001).

<sup>۱۱</sup>Platonism, Naturalism, and Mathematical Knowledge (Routledge, 2012).

<sup>۱</sup>Keith E. Yandell <sup>۲</sup>Harry J. Gensler <sup>۳</sup>William G. Lycan <sup>۴</sup>Alex Rosenberg <sup>۵</sup>Daniel W. McShea

<sup>۶</sup>Noël Carroll <sup>۷</sup>James Robert Brown

رایانه‌ها، آزمایش‌گری<sup>۱</sup> و دیداری‌سازی<sup>۲</sup> و سوم دفاع از افلاطون‌گرایی و تلقی افلاطونی از نقش تصاویر در ریاضیات. براون تلاش کرده است این اهداف را در ۲۴۵ صفحه و ۱۲ فصل محقق سازد. او در فصل اول با عنوان «انگاره‌ای از ریاضیات»، به ارائه یک تصویر کلی از ریاضیات می‌پردازد. برای این کار نخست با یک مثال از مهم‌ترین فعالیت ریاضیدانان، یعنی اثبات ریاضیاتی آغاز می‌کند. مثالی که انتخاب کرده است، در عین زیبایی و ژرف‌نگری، بخشی از ریاضیات متعارف به‌شمار می‌رود: اثبات قضیه اقلیدس (بینهایت عدد اول وجود دارد). براون سپس با ارجاع و استناد به این اثبات و اثبات چند قضیه ساده و کلاسیک دیگر مثل اثبات قضیه فیثاغورس و قضیه گنگ بودن رادیکال ۲، به توصیف ده جنبه یا ویژگی «عموماً پذیرفته‌شده» ریاضیات می‌پردازد: ۱. نتایج ریاضیاتی، یقینی هستند. ۲. ریاضیات عینی است. ۳. اثبات‌ها ضروری هستند. ۴. نمودارها از نظر روان‌شناختی مفیدند، اما چیزی را ثابت نمی‌کنند. ۵. نمودارها حتی می‌توانند گمراه‌کننده باشند. ۶. ریاضیات، پایبند منطق کلاسیک است. ۷. ریاضیات از تجربه حسی مستقل است. ۸. تاریخ ریاضیات، انباشتی است. ۹. اثبات‌های رایانه‌ای صرفاً نوعی از اثبات‌های قاعده‌مند، پیچیده و طولانی هستند. ۱۰. بعضی از مسائل ریاضیات علی‌الاصول حل‌ناپذیرند (p. 7). او در توضیح منظور خود از این نوع ویژگی‌ها می‌گوید: «مراد من از 'عموماً پذیرفته‌شده' آن است که این ویژگی‌ها از سوی اغلب ریاضیدانان دست‌اندرکار، دانش‌آموختگان ریاضیات و همین‌طور احتمالاً اغلب فیلسوفان ریاضیات پذیرفته شده‌اند.» (p. 2) براون در همان سطرهای اولیه کتابش راهبرد تألیفی خود را برای خواننده آشکارا بیان می‌کند و می‌گوید: «فهرست کردن این ویژگی‌ها به‌عنوان بخشی از انگاره مشترک ریاضیات، به معنای تأیید همه آنها نیست؛ یعنی چه‌بسا بعداً ناگزیر شویم برخی از آنها را رد کنیم و من قطعاً چنین خواهم کرد. حال با این احتیاط فکری، به سراغ ترسیم یک طرح کلی و استاندارد از ریاضیات می‌رویم.» (p. 2) نویسنده در گام سوم که در واقع بلندترین گام محسوب می‌شود، این ویژگی‌ها را در ۱۰ فصل پیاپی تبیین می‌کند و گاهی نیز به چالش می‌کشد. البته هر کدام از این فصل‌ها مشخصاً به یکی از آن ویژگی‌های عموماً پذیرفته‌شده اختصاص نیافته است اما به‌مناسبت مطالبی که در هر کدام از این فصل‌ها مطرح شده است، برخی از این ویژگی‌ها در آن فصل‌ها بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. براون چهارمین و آخرین گام را در واپسین فصل، یعنی فصل ۱۲ برداشته است. او در این فصل که نام آن را «باز شدن مشت» گذاشته است، به وعده‌ای که در فصل اول درباره جرح و تعدیل برخی از آن ویژگی‌ها داده بود، عمل می‌کند و دوباره به سراغ فهرست پیشنهادی خود می‌رود. دیدگاه نهایی براون درباره این جنبه‌ها یا ویژگی‌ها را می‌توان در سه بخش خلاصه کرد: بخش اول شامل ویژگی‌هایی است که همچنان باید پذیرفت: ویژگی‌های دوم (عینی بودن) و ششم (منطق‌مدار بودن)؛ بخش دوم شامل ویژگی‌هایی است که با برخی اصلاحات یا تأکیدها همچنان قابل قبول هستند: ویژگی‌های سوم (اثبات-بنیاد بودن)، پنجم

<sup>۱</sup>experimentation <sup>۲</sup>visualization

(گمراه‌کننده بودن نمودارها)، هفتم (استقلال از تجربه)، نهم (مشروعیت اثبات‌های رایانه‌ای)؛ سرانجام، بخش سوم شامل ویژگی‌هایی است که اتصافشان به ریاضیات قابل دفاع نیست و باید از آنها دست برداشت: ویژگی‌های اول (یقینی بودن نتایج)، چهارم (نمودارها چیزی را ثابت نمی‌کنند)، هشتم (انباشتی بودن تاریخ ریاضی) و دهم (برخی مسائل ریاضیات حل‌ناپذیرند).

### ۳. ارزیابی و نقد کتاب

آنچه که تا اینجا گفته شد، در واقع یک نمای کلی از این کتاب بود. اما برای اینکه شناخت دقیق‌تر و جزئی‌تری از محتوای کتاب، ادعاها و دلایل آن داشته باشیم باید از فراز کتاب فرود بیاییم و سری هم به کوچه پس‌کوچه‌های آن بزنیم. در پایان همین نوشتار، دو پیوست به متن افزوده‌ام. اولی حاوی تلخیصی جداگانه از فصل‌های کتاب است و دومی به ادعاها و مواضع براون در کتاب می‌پردازد.

ساده و عمیق: نثر کتاب ساده و به دور از پیچیدگی‌های نوشتاری است. براون افزون بر قلم روانش، ذهنی خلاق و ضمیری منصف دارد. این توصیفات نه برای ستایش تبلیغاتی از او، بلکه برای تبیین روان‌شناختی یک اثر علمی موفق است. براون نویسنده‌ای است که فهم مخاطب برای او یک دغدغه اساسی است. به همین علت است که برای همراه کردن خواننده، نه تنها ساده‌نویسی را در دستور کار قرار داده بلکه در انتخاب و ارائه مثال‌ها، شواهد و قرائن، نقل قول‌ها، تصاویر و اشارات تاریخی متعدد و گوناگون، کوتاهی نکرده است. او با این تدبیرها در واقع کوشیده است که خواننده را به حال خود رها نکند و در عین حال، ساده‌نویسی را به ابتدال نکشاند. براون در هر فصل به‌طور متوسط ۱۲ مثال ارائه کرده است: تقریباً در هر دو صفحه یک مثال. اما همه یا اغلب آن مثال‌ها آسان و پیش‌پا افتاده نیستند و این یعنی سادگی به ابتدال کشیده نشده است. در اینجا تنها به برخی از این مثال‌ها اشاره می‌کنم: برهان بولوس برای قضیه ناتمامیت گودل، اثبات فرایابانه لاکاتوش برای قضیه اویلر، آزمایش فکری EPR در مکانیک کوانتومی برای ابطال شرط علی بودن معرفت، برهان بولتزانو برای قضیه مقدار میانی، آزمایش فکری فرایلینگ برای رد فرضیه پیوستار، برهان تصویری لیتلوود برای قضیه نقطه ثابت و بسیاری از مثال‌های کلاسیک و مهم دیگر در ریاضیات و فیزیک.

ارجاعات و راهنمایی‌های خوب: نویسنده در پایان هر فصل، با افزودن بخشی با عنوان «خوانندنی‌های بیشتر» خواننده را از بهترین و معروف‌ترین کارهای انجام شده آگاه می‌کند. پی‌نوشت‌های آخر کتاب نیز حاوی راهنمایی‌ها و اشارات الهام‌بخش بیشتری است. کتابی که قرار است دانشجویان را از سطح مقدماتی به سطح بالاتر راهنمایی کند، مطمئناً باید کارکرد اطلاع‌رسانی و آگاهی‌بخشی نیز داشته باشد و کتاب براون این کار را به خوبی انجام داده است.

جامعیت موضوعی نسبتاً خوب: براون به بسیاری از موضوعات و مسائل مهم فلسفه ریاضیات پرداخته است؛ از هستی‌شناسی و معرفت‌شناسی ریاضیات گرفته تا روش‌شناسی و معناشناسی ریاضی. با نگاهی کوتاه به فهرست مطالب، گستره نسبتاً مطلوب کتاب آشکار می‌شود. در اینجا برای اختصار و ساده‌سازی، عنوان‌های فصل‌ها و بخش‌هایی را که در فهرست مطالب ذکر یا اشاره شده‌اند، در سه دسته قرار داده‌ام:

رویکردها و مکاتب: افلاطون‌گرایی اولیه و جدید، ساختارگرایی، صورتگرایی اولیه و پیشرفته، ضدواقع‌گرایی اولیه و پیشرفته، طبیعت‌گرایی، رویکردهای ساختی، شهودگرایی، تقلیل‌گرایی؛  
اشخاص: افلاطون، کانت، ویتگنشتاین، هیلبرت، براوئر، فرگه، گودل، پولیا، پانتم، بیشاپ، دامت، لاکاتوش، کریپکی، راسل؛

مسائل و موضوعات: یقین، کاربردپذیری، واری پذیر، خطاپذیری، دسترسی‌پذیری، بازنمایی، نمادگذاری، تصاویر، آزمایش فکری، حدس‌ها، اصول موضوعه، ریاضیات استقرایی، محاسبه، منطق، زبان، تمثیل، نبردهای صنفی.

از مهم‌ترین ویژگی‌های کتاب براون توجه آن به مسائل و روابط اجتماعی و نهادی ریاضیدانان است. امروزه در علم و ریاضیات، حتی اگر یک برساخت‌گرای اجتماعی تمام عیار نباشیم، تحت تأثیر حقایقی که جامعه‌شناسان علم و ریاضیات و برساخت‌گرایان اجتماعی گوشزد کرده‌اند، نمی‌توانیم نقش عوامل اجتماعی و روانی را در علم و ریاضیات نادیده بگیریم. از این رو طرح برخی وقایع پشت پرده، مثل اختلافات صنفی دانشمندان و ریاضیدانان، نقش‌آفرینی خبرنگاران علمی، تأسیس نهادها، انتشار نشریات، سیاست‌گذاری و دخالت دولت‌ها در علم و نظایر آن، نه تنها برای فهم ماهیت علم و ریاضیات بی‌ربط یا زیان‌آفرین نیست بلکه سودمند و گریزناپذیر است. البته باید توجه کرد که ورود به این مباحث، همواره ما را در معرض لغزش به سمت تاریخ یا جامعه‌شناسی علم و ریاضیات قرار می‌دهد. اما خوشبختانه براون از عهده این کار به خوبی برآمده و تا حد قابل قبولی مانع ورود مباحث بی‌ربط یا کم‌اهمیت به جمع مباحث فلسفی شده است. در عین حال، برخی موضوعات مهم نیز از قلم افتاده‌اند یا مستقلاً به آنها توجه نشده است. از جمله می‌توان به مسائل و دیدگاه‌هایی اشاره کرد که کواین و بناسراف مطرح کرده‌اند. بسیاری از نویسندگان، نقش این دو فیلسوف را در شکل‌گیری و گسترش فلسفه ریاضیات معاصر متأخر (یعنی دوره پسامبناگرایی که از دهه ۱۹۶۰ به این سو آغاز شد) بی‌نظیر می‌دانند (مثلاً به کتاب «موج‌های نو در فلسفه ریاضیات» بوئنو یا «فلسفه ریاضیات در قرن بیستم» پارسونز، رجوع کنید). اغلب دیدگاه‌های بعدی درباره ریاضیات به‌نوعی واکنش یا پیامد مباحثی است که این دو فیلسوف پیشتر یا بهتر از بقیه آنها را مطرح کردند. ساختارگرایی<sup>۱</sup> یعنی دیدگاه کسانی مثل بناسراف، رزنیک، شیپرو، هلمن و پارسونز؛ تخیل‌گرایی یا پندارگرایی<sup>۲</sup> یعنی

<sup>۱</sup>structuralism <sup>۲</sup>fictionalism

دیدگاه طیف بسیار وسیعی از فیلسوفان ریاضیات مثل فیلد، سابو، بالگوئر، روزن، یابلو، بوئنو، چیهارا، و سایرین؛ کل‌گرایی کواین و پاتم، و فیزیکالیسم پنلوب مدی، از مهم‌ترین آنها است که از این بین، براون تنها ۵ صفحه مستقلاً به ساختارگرایی اختصاص داده است (صفحات ۶۲ تا ۶۶ متن اصلی و ۷۷ تا ۸۳ ترجمه). افزون بر اینها، بر ساخت‌گرایی<sup>۱</sup> یا انسان‌گرایی، یعنی دیدگاه کسانی مثل روبن هرش، فیلیپ دیویس و پل ارنست نیز از جمله مهم‌ترین دیدگاه‌های فلسفی متأخر هستند که باید به‌طور مستقیم و مستقل مورد توجه قرار می‌گرفت. از دیدگاه‌های فلسفی مغفول که بگذریم، برخی موضوعات و مناقشه‌های بسیار مهم نیز به اندازه کافی مورد توجه و تصریح نویسنده قرار نگرفته‌اند. شاید بهتر بود براون بخش‌های مستقلی را به مناقشه اثبات ریاضیاتی و مناقشه تبیین ریاضیاتی اختصاص می‌داد. اهمیت این دو مناقشه نه تنها کمتر از مناقشه تعریف در ریاضیات (فصل ۷) و مناقشه دیداری‌سازی و آزمایش‌های فکری (فصل‌های ۳، ۹ و ۱۱) نیست بلکه شاید مهم‌تر و فراگیرتر از آنها باشد. مشغله بسیاری از فیلسوفان معاصر مثل کیچر، اشتاینر، کولیوان، ففرمن، مانکوز و دیگران، کاوش در همین دو مناقشه است.

**تفصیل نامتوازن:** به نظر می‌رسد ملاحظاتی که براون برای تحقق هدف سوم خود، یعنی دفاع از افلاطون‌گرایی و مقتضیات آن در نظر گرفته است، از کامیابی او در رسیدن به هدف اول، یعنی معرفی مهم‌ترین مسائل و راه‌حل‌های رقیب در فلسفه ریاضیات، کاسته است و کم‌توجهی یا بی‌توجهی به موضوعات و مباحث فوق نیز معلول همین دغدغه او است. در واقع سه هدفی که براون در پیشگفتار برشمرده است به ترتیب، آموزشی، تبعی و پژوهشی است و پیگیری موازی این اهداف، به‌ویژه هدف آموزشی و پژوهشی، در یک نوشتار، دشوار و بلکه ناممکن به نظر می‌رسد. این ایراد وقتی جدی‌تر می‌شود که متوجه شویم بیشترین تلاش نویسنده در راستای هدف سوم است در حالی که بیشترین تأکید سرویراستار این مجموعه بر هدف اول است. همان‌طور که در ابتدای این مقاله نیز نقل قول کردم، موزر در مقدمه این مجموعه هدف عمده را کمک به دانشجویان برای گذر از سطح مقدماتی به سطح بالاتر در یک موضوع محوری مثل فلسفه ریاضیات معرفی می‌کند و تأکید می‌کند که این هدف مستلزم بیان مهم‌ترین مسائل، راه‌حل‌های رقیب و دلایلی است که افراد در آن موضوع مطرح کرده‌اند. البته شاید این نوع موضع‌گیری آکید و دفاع تمام‌قد از یک گرایش فلسفی (یعنی افلاطون‌گرایی جدید) عملاً در گذر دانشجویان از سطح ابتدایی به سطح بالاتر مؤثر باشد اما نباید پیامدهای یک اثر را با اهداف تعریف شده آن یکسان بگیریم. به نظر می‌رسد کتابی که قرار است به‌عنوان مقدمه‌ای جدید بر یک قلمرو فلسفی ایفای نقش کند، باید بیشتر صبغه دانشنامه‌ای داشته باشد تا تک‌نگاری؛ یعنی باید راهبرد تألیفی در آن بیشتر توصیفی و تحلیلی باشد تا نظرورزانه و ارزیابانه. البته من به نقش نقادی در فهم و انتقال مطالب آگاهم و ایراد من به براون به‌دلیل رویکرد نقادانه او نیست، بلکه به رویکرد کلی‌تر او یعنی نظریه‌پردازی در یک کتاب آموزشی است. براون در کتابی که قرار

<sup>۱</sup>constructivism

است دانش فلسفی افراد مبتدی دربارهٔ مهم‌ترین مسائل و راه‌حل‌های مطرح در این حوزه را ارتقاء بخشد، نقد را به استخدام نظریه‌پردازی و نه معرفی یا تقریر، درآورده است.

#### ۴. دربارهٔ ترجمه

بررسی و نقد ترجمهٔ این کتاب مجال و مقال مستقلی می‌طلبد اما اگر توضیحی هرچند کوتاه دربارهٔ ترجمه ارائه نشود، معرفی کتاب برای خوانندهٔ فارسی‌زبان، ناتمام خواهد ماند. بنابراین در اینجا صرفاً برای معرفی و اظهار نظر اجمالی و البته فتح باب نقادی، نکاتی را نیز دربارهٔ ترجمهٔ کتاب بیان می‌کنم. اگر کتاب‌هایی را که در حوزهٔ فلسفهٔ ریاضی به زبان فارسی ترجمه شده‌اند، طبقه‌بندی کنیم، ترجمهٔ آقای وحیدی اصل از کتاب براون یا بهتر بگوییم، کتابی که از ترجمهٔ ایشان به دست مخاطب فارسی‌زبان رسیده است، به دلیل نادرست بودن یا نامفهوم بودن ترجمهٔ برخی جمله‌ها و کلمه‌ها و بعضی کم‌دقتی‌های ویرایشی و چاپی، هم‌ردیف ترجمه‌های شاپور اعتماد در کتاب «دیدگاه‌ها و برهان‌ها: مقاله‌هایی در فلسفهٔ علم و فلسفهٔ ریاضی» (نشر مرکز، ۱۳۷۵) یا ترجمهٔ احمد بیرشک از کتاب «فلسفهٔ ریاضی» استفان بارکر (انتشارات خوارزمی، ۱۳۴۹) قرار نمی‌گیرد. بخش عمدهٔ کتاب، خوب ترجمه شده است اما ترجمهٔ بعضی فصل‌های آن، از جمله فصل ۵ متوسط است. ضمن قدردانی از تلاش آقای دکتر مرتضی منیری در ویرایش کتاب، اگر این ترجمه ویرایش مجدد شود، می‌توان آن را جزء بهترین ترجمه‌ها در حوزهٔ فلسفهٔ ریاضیات محسوب کرد.

۱.۴. پیشنهادهایی برای ترجمهٔ بهتر. در اینجا ترجمهٔ بخش‌هایی از کتاب را که به لحاظ روان‌خوانی، سنگین به نظر می‌رسند آورده‌ام و برای هر مورد، ترجمهٔ پیشنهادی خود را نیز ارائه کرده‌ام. ترجمه‌های وحیدی اصل داخل گیومه قرار گرفته‌اند و ترجمه‌های پیشنهادی من نیز به شکل ایرانیک نوشته شده‌اند تا متمایز شوند.

۱- «اما هنوز هم اغلب اشخاص تا حدی با افلاطون‌گرایی در ریاضیات همراهی می‌کنند؛ بردباری آنها تا حدی است که مثلاً به پای تحمل در مورد افلاطون‌گرایی در فیزیک یا اخلاق نمی‌رسد.» (ص. x)

But still, most people are somewhat sympathetic to Platonism in mathematics, tolerant to an extent that they wouldn't tolerate, say, Platonism in physics or in ethics.(xii)

اما هنوز هم اغلب اشخاص، کم و بیش، با افلاطون‌گرایی در ریاضیات همدلی می‌کنند و آنقدرها که با آن رواداری می‌شود، با افلاطون‌گرایی در سایر حوزه‌ها مثلاً در فیزیک یا اخلاق رواداری نمی‌شود.

ملاحظه می‌شود که مترجم معنای متن را دقیقاً برعکس ترجمه کرده است: بخش دوم باید اینگونه اصلاح شود: ... بردباری آنها تا حدی است که مثلاً بردباری با افلاطون‌گرایی در فیزیک یا اخلاق به پای آن نمی‌رسد.»

۲- «اگر فلسفه را امروزه به طریقی یاد دهیم که بازتاب تاریخش باشد، ریاضیات بر برنامهٔ درسی کنونی غلبه می‌کند.» (ص. ix)

If we taught philosophy today in a way that reflected its history, the current curriculum would be overwhelmed with the philosophy of mathematics. (p. xi)

اگر قرار بود امروزه فلسفه را آن‌طور که تاریخش نشان می‌دهد آموزش دهیم، برنامهٔ درسی کنونی باید آکنده از فلسفهٔ ریاضیات می‌شد.

۳- «آن عده که علاقه‌ای به هنر و روان‌شناسی دارند، بین جنبهٔ بازنمایی «تصویری» و «نمادین» فرق می‌گذارند.» (ص. ۵۵)

Some with an interest in art and psychology distinguish between a “pictorial” and a “symbolic” aspect of a representation. (p. 44)

برخی از افراد که دل در هنر و روانشناسی دارند، بین جنبهٔ «تصویری» و «نمادین» بازنمایی فرق می‌گذارند.

۴- «شمار ۲، نام عدد 'دو' است، درست به همان گونه که نام من 'جیم' است.» (ص. ۸۵)

The numeral '2' is the name of the number two, just as 'Jim' names me. (p. 67)

رقم '۲' نام عدد دو است، همچنان که 'جیم' نام من است. اولاً گیومه بر سر «دو» حشو مضر است، چون «دو» در آنجا در حکم مدلول است نه نشانه. ثانیاً تناظری که بین موضوع و محمول

“The numeral '2' is the name of the number two”

و موضوع و محمول جملهٔ بعدی است، حاوی نکتهٔ دقیق دلالت‌شناختی است (این نکته که هر اسمی دال بر یک مسمی است). اما این تناظر در ترجمه رعایت نشده است، یعنی به جای «جیم» نام من است، مترجم از جملهٔ هم معنا با آن (نام من 'جیم' است) استفاده کرده و به همین سبب، نکتهٔ دلالت‌شناختی مذکور در ترجمه نشان داده نشده است.

۵- «چیزی اساسی موجب تکدر صورت‌گرایان شده است.» (ص. ۱۰۹)

Formalists have glummed onto something fundamental. (p. 84)



صورتگرایان دست بر نکته بنیادینی گذاشته‌اند.

مترجم احتمالاً معنای glum (ناراحت، غمگین) را در نظر گرفته است. اما با توجه به اینکه glum صفت است و به‌عنوان فعل به‌کار نمی‌رود، نمی‌تواند مرادِ براون هم باشد، زیرا براون آن را با ترکیب -ed و پس از فعل کمکی و قبل از حرف اضافهٔ onto به‌کار برده است که در این صورت به معنای شیفتهٔ چیزی شدن<sup>۱</sup> یا از آن خود کردن و در اختیار گرفتن<sup>۲</sup> به‌کار رفته است. البته به نظر می‌رسد که متن اصلی نیز خالی از ایراد نیست، زیرا املای صحیح آن glommed onto است و نه glummed onto. این ایراد در ویرایش دوم نیز اصلاح نشده است.

۶- «از آنجا که ویتگنشتاین یک قراردادگرای کامل است، از مسئلهٔ وجود نتیجه‌های مستقل موجود، اجتناب می‌کند. این یکی از آن موارد نه‌چندان به‌کلی نادر است که در آن، دیدگاه فرین مستقیم‌تر و مقبول‌تر از دیدگاه میانه است.» (ص. ۱۸۶)

By being a complete conventionalist, Wittgenstein gets around the problem of independently existing consequences. It's one of those not altogether cases where the extreme view is more coherent and plausible than the moderate one. (p.146)

از آنجا که ویتگنشتاین یک قراردادگرای تمام عیار است، بر مسئلهٔ پیامدهای مستقلاً موجود فائق می‌آید. این یکی از آن موارد نه‌چندان نادر است که دیدگاه افراطی، منسجم‌تر و مقبول‌تر از دیدگاه اعتدالی است.

get around گاهی به معنای «نادیده گرفتن» یا «اجتناب کردن» به‌کار می‌رود و گاهی نیز به معنای «غلبه کردن» و «فائق آمدن». با توجه به بافت متن، روشن است که به معنای دوم به‌کار رفته است.

۷- «ریاضیات جفت منطق است.» (ص. ۸)

Mathematics is wedded to classical logic. (p. 7)

ریاضیات به منطق کلاسیک پایبند است.

۸- «نکتهٔ افلاطون این است که غلام‌بچه قبلاً می‌دانسته چگونه مربع را تضعیف کند و سقراط، به توصیف خود 'ماما'، صرفاً به بیرون کشیدن آنچه قبلاً موجود بوده یاری رسانده است.» (ص.

(۱۲)

<sup>۱</sup> برگرفته از فرهنگ لغات Oxford Advanced Dictionary.

<sup>۲</sup> برگرفته از فرهنگ لغات Merriam Webster.

Plato's moral is that the slave-boy already knew how to double the square, and Socrates, the self-described 'mid-wife', simply helped him in bringing out what was already there. (p. 10)

استنباط افلاطون آن است که برده از قبل می‌دانست چگونه مربع را مضاعف کند و سقراط که خود را 'ماما' توصیف می‌کرد، فقط به برده کمک کرد تا چیزی را که از قبل در او موجود بود، بیرون آورد.

۹- «در ریاضیات، من ادعا می‌کنم که اشیائی با ترکیب 'درونی' که در ساختارها مرتب شده باشند، نداریم. تنها ساختارها را داریم. اشیاء ریاضی، یعنی ذواتی که ثابت‌ها و سورهای ریاضی مبین آنها هستند، نقاط بی‌ساختار یا موقعیت‌هایی در ساختارها هستند. به‌عنوان موقعیت‌هایی در ساختارها، آنها هیچ هویت یا خصیصه‌ای خارج از ساختار ندارند.» (ص. ۷۸)

In mathematics, I claim, we do not have objects with an "internal" composition arranged in structures, we have only structures. The objects of mathematics, that is, the entities which our mathematical constants and quantifiers denote, are structureless points or positions in structures. As positions in structures, they have no identity or features outside of a structure. (p. 62)

ادعای من این است که در ریاضیات، ما چیزهایی عینی که در ساختارها با یک ترکیب «درونی» مرتب شده باشند نداریم، بلکه تنها ساختارها را داریم. اعیان ریاضیاتی، یعنی هستی‌مندهایی که ثابت‌ها و سورهای ریاضیاتی بر آنها دلالت دارند، در واقع نقاط یا وضعیت‌هایی هستند فاقد ساختار و در درون ساختارها و به‌عنوان وضعیت‌های درون ساختارها، هیچ هویت یا خصیصه‌ای خارج از ساختار ندارند.

۱۰- «محدورات اخلاقی نام‌گرایان عمدتاً جنبه‌ی نفی دارند. آنها ذوات مجرد را رد می‌کنند.» (ص. ۸۶)

Nominalist scruples are mainly negative – they rule out abstract entities. (p. 67)

دغدغه‌های نام‌گرایان عمدتاً سلبی است. آنها هستی‌مندهای انتزاعی را به رسمیت نمی‌شناسند. ۱۱- «... صرف‌نظر از اینکه چند رویداد را تجربه کرده باشیم، همواره می‌توانیم یک رویداد دیگر را تجربه کنیم. بنابراین برای کانت، تنها بینهایت مشروع، بینهایت به‌اصطلاح بالقوه است و نه بینهایت واقعی.» (ص. ۸۸)

... no matter how many events we have experienced, we can always experience one more. But at any point we will have acquired only a finite amount of experience and have taken only a finite number of steps. Thus, for Kant, the only legitimate infinity is the so-called potential infinity, not the actual infinity. (p. 70)

... صرف نظر از اینکه چند رویداد را تجربه کرده باشیم، همواره می‌توانیم یک رویداد دیگر را نیز تجربه کنیم. اما در هر لحظه فقط تعدادی متناهی تجربه را از سر خواهیم گذراند و تعدادی متناهی از گام‌ها را طی خواهیم کرد. بنابراین برای کانت، یگانه بینهایت مشروع، بینهایت به اصطلاح بالقوه است و نه بینهایت بالفعل.

در اینجا بخشی از جمله هنگام ترجمه یا تایپ، از قلم افتاده است.

۱۲- «بگذارید با مثالی جذاب آغاز کنیم؛ این برهان که بینهایت عدد اول موجود است.» (ص. ۱)

Let's begin with a nice example, the proof that there are infinitely many prime numbers. (p. 1)

بگذارید با مثالی جذاب آغاز کنیم؛ اثبات این مدعا که بینهایت عدد اول وجود دارد.

۱۳- «قطعیت: قضیه‌ای که بینهایت بودن اعداد اول را اثبات می‌کند کاملاً متیقن به نظر می‌رسد.» (ص. ۲)

Certainty: The theorem proving the infinitude of primes seems established beyond a doubt. (p. 2)

یقین: به نظر می‌رسد قضیه‌ای که بینهایت بودن اعداد اول را نشان می‌دهد، فراسوی هر شکگی مسجل شده است.

۱۴- «اینها متاقضیه‌هایی درباره بازی‌ها هستند و افاده معنی می‌کنند.» (ص. ۸۷)

These are meta-theorems about games and they are meaningful. (p. 69)

اینها متاقضیه‌هایی هستند درباره بازی‌ها و این متاقضیه‌ها معنادار هستند.

۱۵- براون در فصل ششم برای بیان وجه مشترک ریاضیات و شعر، از نظر کارکرد شکل یا فرم نشانه‌ها، یک شعر از الکساندر پوپ را مثال می‌زند. او این مثال را از آن رو انتخاب کرده است که در آن، وزن و آهنگ قافیه‌ها تمام‌کننده معنا هستند و در واقع شکل و قالب شعر نقش بسیار تعیین کننده‌ای در کارکرد نهایی شعر دارد. مترجم به جای ترجمه این شعر، اصل انگلیسی آن را بازگویی کرده و در پانوشته صفحه ۱۰۹ دلیل این کار را توضیح داده است: «از آنجا که علاوه بر مضمون شعری، قالب شعر نیز در این سروده بسیار مورد توجه است و ترجمه

آن لطمه به منظور شاعر است، از ترجمه خودداری شده است.» مطمئناً بهترین کار در اینجا، ترجمه شعر پوپ با همان ملاحظات شکلی پوپ است. برای تحقق این کار حتی اگر مترجم طبع شعر نداشته باشد، می‌تواند از شاعران کمک بگیرد. اما در غیر این صورت به نظر می‌رسد که مترجم باید یک شعر از ادبیات زبان مقصد (در اینجا فارسی) را ارائه دهد تا خواننده عملاً مقصود نویسنده را درک کند. مثلاً این شعر نیما که در آن صلابت و کوبش موج به ساحل آرام و سپس صدای بازگشت آن به زیبایی، خیال‌انگیزی تصویر را تمام می‌کند: «آی آدم‌ها که روی ساحل آرام در کار تماشا کنید! / موج می‌کوبد به روی ساحل خاموش ...».

۱۶- به همین ترتیب در ادامه مطلب قبل، براون مثالی از اشعار با قافیه‌های چشمی<sup>۱</sup> ارائه می‌دهد تا ناهمسازی و اختلال در خوانش این نوع اشعار را نشان دهد. در اینجا نیز می‌توان مثال‌هایی از اشعار فارسی با قافیه خطی مثال زد. مثلاً این شعر فردوسی که در آن «برفت» و «گرفت» با وجود شباهت خطی یا نوشتاری، هم‌وزن نیستند: «چو بشنید گشتاسب غمگین برفت / ره ساریانان قیصر گرفت.» یا این: «هر آن کس که دل تیره دارد ز رشک / مر آن درد را دیو باشد پزشک.»

## ۲.۴. پیشنهادهایی برای معادل‌های بهتر.

۱- entities در صفحه ۱۳ «ذوات» ترجمه شده است. entity معانی مختلفی دارد، اما در هر حال با ذات (essence) متفاوت است. به‌طور کلی به هر آنچه که واجد هستی خاص و معینی؛ چه متافیزیکی، چه روان‌شناختی (مثل ایده‌های فرگه‌ای) و چه انواع دیگر است، entity گفته می‌شود. معادل پیشنهادی: «هستومندها».

۲- real در صفحه ۱۵ «حقیقی» ترجمه شده است. real نیز معانی مختلفی دارد اما مسلماً در اینجا به معنای true به‌کار نرفته است. true معمولاً به‌عنوان صفت حاملان صدق (باور، جمله، گزاره و ...) به‌کار می‌رود و معادل «صادق» است اما real معمولاً به‌عنوان صفت عامل صدق (یا صدق‌ساز یا جهان) به‌کار می‌رود و معادل با «واقعی» ترجمه می‌شود. معادل پیشنهادی: «واقعی».

۳- crucial در صفحه ۳۸ «مهم» ترجمه شده است. به‌ویژه با توجه به اشاره نویسنده به ادبیات پوپری، به معنای امر تعیین‌کننده و فیصله‌دهنده به‌کار رفته است. معادل پیشنهادی: «سرنوشت‌ساز».

<sup>۱</sup> قافیه‌های چشمی یا خطی (eye rhyme) به کلماتی می‌گویند که در نوشتار قافیه‌های نظیرند اما در تلفظ متفاوت‌اند. این مورد در شعر فارسی کاربردی ندارد اما شاید بتوان این قافیه را با یکی از انواع عیوب قافیه (اقوا) مشابه دانست.

- ۴- incommensurability در صفحه ۳۹ «نامتوافق» ترجمه شده است. در اینجا این اصطلاح به معنای کوهنی به کار رفته است و نوع تقابل و معارضت در آن صرفاً عدم توافق نیست، بلکه متضمن مقایسه ناپذیری هم هست. معادل پیشنهادی: «قیاس ناپذیر».
- ۵- theory-laden در صفحه ۳۹ «فرونظریه» ترجمه شده است. «فرونظریه» نه تنها مصطلح نیست، متضمن معنای laden هم نیست. معادل پیشنهادی: «نظریه بار».
- ۶- justification در صفحه ۴۱ «تعلیل» ترجمه شده است. معادل پیشنهادی: «توجیه».
- ۷- actual در صفحه ۵۱ «واقعی» ترجمه شده است که بنابر توضیحات بند ۲ فوق و نیز تقارن معنایی که با potential دارد، «بالفعل» را پیشنهاد می‌کنیم.
- ۸- denote در صفحه ۷۸ «مبین» ترجمه شده است. معادل پیشنهادی: «نشانگر» یا «دال».
- ۹- token در صفحه ۸۷ «نشانه» ترجمه شده است. نسبت sign (یعنی 'نشانه') به token در معناشناسی، مثل نسبت کلی به جزئی در متافیزیک است. معادل پیشنهادی: «نمونه» یا «مورد».
- ۱۰- experimental thought در صفحه‌های xii و ۲۶ «تجربه فکری» ترجمه شده است. پیشنهاد ما با توجه به معنای مشخصی که این اصطلاح دارد، «آزمایش فکری» است.
- ۱۱- certainty در صفحه ۲ «قطعیت» ترجمه شده است. معادل پیشنهادی: «یقین».
- ۱۲- explanation در صفحه ۳۷ «توضیح» ترجمه شده است. «توضیح» معنای عامی دارد که مثلاً برابر clarification است. اما explanation نوعی خاص از توضیح است که معمولاً متضمن تعلیل یا چیزی شبیه به آن است. معادل پیشنهادی: «تبیین».
- ۱۳- modus tollens در صفحه ۱۹۲ «نفی تالی» ترجمه شده است که در منطق، «رفع تالی» گفته می‌شود.
- ۱۴- bearer در صفحه ۱۳ «مالک [تصور]» ترجمه شده است که با توجه به متن، به نظر می‌رسد «حامل» معادل بهتری است.
- ۱۵- fallibility در صفحه ۱۸ «جایزالخطایی» ترجمه شده است. اما «خطاپذیری» به معنای تحت‌اللفظی و کاربستی کلمه نزدیک‌تر است و تقریباً جا افتاده است.
- ۱۶- mathematical practice در صفحه ۳۹ «برزیدن ریاضی» ترجمه شده است. اما «فعالیت ریاضی» ترجمه بهتری است، زیرا «برزیدن» چندان مأنوس نیست.

## ۵. نمونه‌هایی از ایرادهای نگارشی و چاپی

(الف) مترجم در به‌کارگیری معادل‌های فارسی کتاب براون گاهی از رویهٔ واحدی پیروی نکرده است و این کارگاهی گمراه‌کننده است. مثلاً analogy در صفحهٔ ۴۰ (متن ترجمه) معادل با «قیاس» و در صفحهٔ ۵۵ معادل با «تمثیل» قرار داده شده است بدون آنکه به این دو معنای مختلف اشاره‌ای شود. گاهی نیز این معادل‌سازی گمراه‌کننده از طریق ترجمهٔ دو یا چند واژهٔ مختلف با یک معادل فارسی، انجام شده است. مثلاً «توضیح» در صفحه‌های ۳۷ و ۱۹۲ (متن ترجمه) معادل با explanation ترجمه شده است اما در صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۷ معادل با explication و در صفحهٔ ۱۳۴ هم‌ارز با account. نمونه‌های دیگر: «حقیقی» در صفحهٔ ۱۵ معادل real و «حقیقت» در صفحهٔ ۱۶ معادل truth ترجمه شده است و قبلاً تفاوت اساسی این دو واژه را توضیح دادیم. «گونه» در صفحهٔ ۵۷ معادل kind و در صفحهٔ ۸۷ معادل type بیان شده است.

(ب) خطاهای فاحشی که معلول عدم ویرایش هستند: مثلاً در صفحهٔ ۲۳ «زمان» (به‌جای «زبان»); در صفحهٔ ۱۸۶ «مستقیم» (به‌جای «منسجم»); در صفحهٔ ۱۵۱ «شناختی» (به‌جای «ساختی») و در صفحهٔ ۱۵۳ «فصل» (به‌جای «فضا») خطاهای تایپی هستند که باید اصلاح شوند. برخی از خطاهای تایپی آشکار است و خواننده متوجه می‌شود؛ مثلاً «لحاظ» به‌جای «لحاظ» (ص. ۳۹)، «برجسته» به‌جای «برجسته است» (ص. ۷۰)، «این» به‌جای «این» (ص. ۱۸۹)، «چه» به‌جای «بچه» (ص. ۶۸). اما برخی دیگر برای خوانندگان مبتدی بسیار گمراه‌کننده و خسته‌کننده هستند؛ مثلاً در صفحهٔ ۷۸ به‌جای «از نظر آنها گزاره‌های ریاضی بازنمایی اشیاء ریاضی اند»، می‌خوانیم: «از نظر آنها گزاره‌های ریاضی بازنمایی اشیاء جهان طبیعی‌اند». یک نمونهٔ گمراه‌کنندهٔ دیگر، استفاده از کلمهٔ «متناهی» به‌جای «نامتناهی» در صفحهٔ ۴۰ است. برخی دیگر از سهل‌انگاری‌های ویرایشی به ناهمسانی ترجمه با متن اصلی در بخش‌بندی و به‌کارگیری تدبیرهای نگارشی مثل استفاده از خطوط ایرانیک، تورفتگی ابتدای برخی پاراگراف‌ها و نظایر آن برمی‌گردد. به‌عنوان نمونه، «توضیح» در صفحهٔ ۱۳۰ سطر ماقبل آخر و نیز «احساس» و «باور» در صفحهٔ ۱۹ پاراگراف (یا بندنوشتار) آخر باید ایرانیک شوند. گاهی این سهل‌انگاری‌ها مرکب است؛ مثلاً عبارت «ما فهم خوبی از سازوکار ... حتی مهمل باشد» در صفحهٔ ۱۹ پاراگراف چهارم باید به‌صورت ایرانیک و با تراز داخلی کمتر (تورفتگی از هر دو طرف) نوشته شود. مشابه همین خطای ویرایشی در بخش‌بندی صفحهٔ ۴۱ مشهود است.

## ۶. پیوست‌ها

۱.۶. پیوست ۱ (خلاصه‌ای از مطالب کتاب): فصل اول (مقدمه): صورت‌بندی انگارهٔ کلاسیک از ریاضیات در ۱۰ مؤلفه که به آنها اشاره شد.

فصل دوم (افلاطون‌گرایی): تمایز افلاطون‌گرایی اولیه از افلاطون‌گرایی جدید؛ تقریر افلاطون‌گرایی جدید در ۷ مؤلفه: اعیان ریاضی واقعی‌اند، مجردند، شیئی (یا جزئی در مقابل کلی) هستند، قابل دریافت شهودی هستند، و معرفت ریاضی، پیشینی و خطاپذیر است و مجموعه روش‌ها و فنون ریاضی باز است؛ تقریر دو نقد اساسی بر افلاطون‌گرایی (مسئله دسترسی و مسئله یقین) و پاسخ به آنها.

فصل سوم (اثبات‌های تصویری و افلاطون‌گرایی): دفاع از نقش‌های تعیین‌کننده تصاویر در ریاضیات و به‌ویژه نقش توجیهی آنها در اثبات‌ها. به عقیده براون حتی اگر قائل شویم که تنها شواهد قیاسی، یعنی اثبات‌های نمادی می‌توانند نقش توجیهی ایفا کنند، باز هم شواهد استقرایی لازم هستند چون اثبات‌ها در نهایت بر اصول موضوعه استوار هستند و اصول موضوعه خود بر شواهد استقرایی استوارند و تصاویر خوب یکی از انواع شواهد استقرایی است.

فصل چهارم (ریاضیات کاربردی چیست?): براون در این فصل به بررسی سه پرسش مهم می‌پردازد: ۱- ریاضیات محض چگونه به جهان مرتبط می‌شود؟ ۲- نام‌ها و گزاره‌های ریاضی به‌کار رفته در یک نظریه علمی چه رابطه‌ای با جهان ریاضیاتی و غیرریاضیاتی دارند؟ ۳- آیا ریاضیات برای علم ضرورت دارد؟ فصل پنجم (هیلبرت و گودل): تمایز صورتگرایی اولیه (تومائه و هاینه) از صورتگرایی هیلبرت، نقد فرگه بر صورتگرایی اولیه؛ برنامه هیلبرت: تمایز ریاضیات متناهی از ریاضیات نامتناهی، تبیین مبانی ریاضیات متناهی با رهیافت کانتی و تبیین مبانی ریاضیات نامتناهی با توسل به فراریاضیات، تمایز فراریاضیات نسبی و مطلق؛ نقد گودل بر برنامه هیلبرت از راه اثبات قضیه اول و دوم ناتمامیت.

فصل ششم (گره‌ها و نمادگذاری): شاعران بخشی از توفیق خودشان در انتقال حس زیبایی‌شناختی را مرهون فرم نمادها و نحوه قرار گرفتن آنها در متن هستند. ریاضیدانان نیز از این دیدگاه مثل شاعران هستند. برای آنها نیز فرم و نحوه قرار گرفتن نمادها کارکرد مضاعفی دارد. نامگذاری در نظام شمارش عربی و نظریه گره‌ها دو مثال خوب برای تبیین نقش مضاعف نمادگذاری در ریاضیات به‌شمار می‌روند. این نقطه قوت صورتگرایان است که فلسفه خود را بر اساس همین توانایی نمادها بنا نهاده‌اند. اما یکی انگاشتن ریاضیات با نمادها هم بزرگترین نقطه ضعف آنها است، زیرا «بدون درک پیشینی از اشیاء نامگذاری شده نمی‌توان هیچ درکی از نمادگذاری داشت.»

فصل هفتم (تعریف): بر اساس تلقی رسمی از تعریف‌ها در ریاضیات، باید بتوانیم تعریف‌ها را حذف کنیم و به‌جای آنها حدود اولیه را قرار دهیم (حذف‌پذیری) و نیز هیچ قضیه‌ای نباید بر تعریف‌ها استوار باشد به‌طوری که بدون آنها نتوان آن قضیه را اثبات کرد (ناآفرینندگی). با این حال، اولاً هیلبرت و فرگه درباره برخی نقش‌ها و به‌طور کلی ماهیت تعریف در ریاضیات اختلاف‌های جدی دارند. ثانیاً نظریه گراف و فلسفه ریاضیات لاکاتوش این تلقی رسمی را به‌طور جدی به چالش می‌کشند.

فصل هشتم (رویکردهای ساختی): فرض کنید بخواهیم عدد  $p$  را به این صورت تعریف کنیم:  $p = 3$  اگر حدس گلدباخ صادق باشد و  $p = 5$  اگر حدس گلدباخ صادق نباشد. حال می‌توان گفت که  $p$  عدد اول است، زیرا ۳ و ۵ اول هستند و حدس گلدباخ یا صادق است یا کاذب. پس در هر حال  $p$  اول است. اما ساخت‌گرایان این استدلال را قبول ندارند: نمی‌توان چیزی را تصدیق کرد مگر آنکه یک اثبات ساختی برای آن ارائه شود. دیدگاه‌های براونر، بیشاپ و دامت در این باره توضیح داده شده است.

فصل نهم (اثبات‌ها، تصویرها و روال‌ها در نزد ویتگنشتاین): «ویتگنشتاین را اغلب قراردادگرا خوانده‌اند؛ آن هم از نوع افراطی، یعنی حتی پیامدهای قراردادهای ما نیز خودشان قراردادهای جداگانه‌ای هستند. بنابراین 'ادامه همان روال' به معنای پیروی از یک الگوی از پیش تعیین شده نیست، ... بلکه به معنای وضع تعداد بیشتری از قراردادهای جدید است.» براون به بیان قرائت‌های مختلفی که دامت و کریپکی از این دیدگاه ارائه داده‌اند و واکنش کسانی مثل استرآود پرداخته و خودش نیز آن را نقد می‌کند. به عقیده او دیدگاه ویتگنشتاین با نوعی افلاطون‌گرایی، یعنی واقع‌گرایی درونی (یا نامتافیزیکی) قابل تبیین است.

فصل دهم (محاسبه، اثبات و حدس): براون در این فصل، سه نوع حدس را از هم جدا می‌کند: حدس چارچوبی (اصول موضوعه یک نظام)، حدس درونی (مثل فرضیهٔ ریمان)، حدس مشروط (مثل حدس گلدباخ) و نقش محاسبه و به‌ویژه محاسبهٔ رایانه‌ای و نقش اثبات را در راستی‌آزمایی حدس‌ها بررسی می‌کند. همچنین او سه تلقی مختلف دربارهٔ اصول موضوعه را از هم متمایز می‌کند: اصول موضوعه به‌مثابهٔ صدق‌های فی‌نفسه بدیهی، به‌مثابهٔ مفروضات دلخواه و به‌مثابهٔ حدس‌های عجالتاً موفق. او از تلقی سوم دفاع می‌کند.

فصل یازدهم (چگونه فرض پیوستار را ابطال کنیم؟): هیچ مجموعه‌ای وجود ندارد که اندازه‌اش بزرگتر از اندازهٔ مجموعهٔ اعداد طبیعی و کوچکتر از اندازهٔ مجموعهٔ اعداد حقیقی باشد. این مدعا را فرض پیوستار یا به‌اختصار، CH می‌گویند. استقلال CH از سایر اصول نظریهٔ مجموعه‌ها به‌وسیلهٔ گودل و کوهن ثابت شد اما درستی آن از زمان هیلبرت تاکنون، نه اثبات شده است و نه ابطال. کریس فریلینگ<sup>۱</sup> ریاضیدان آمریکایی در سال ۱۹۸۶ توانست CH را با استدلالی مبتنی بر یک آزمایش فکری ابطال کند اما به دلیل نامتعارف بودن آن، مورد توجه قرار نگرفت. به باور براون، رویکرد فریلینگ تقویت‌کنندهٔ رویکرد افلاطون‌گرایانه‌ای است که برهان‌های تصویری را نیز در بر دارد.

فصل دوازدهم (رو کردن دست): نهی از تصاویر، ریشه در این تلقی صورت‌گرایانه دارد که گزاره‌های ریاضی مثل « $5 = 7 + 12$ » تحلیلی هستند و بنابراین صدق آنها فقط بر زبان و نحوهٔ به‌کارگیری زبان استوار است. هر فرضی غیر از این، معرفت ریاضیاتی را دستخوش تجربه‌های متغیر و خطاآمیز می‌کند و به این ترتیب ریاضیات از دقت و قطعیت ساقط می‌شود. در حالی که می‌توان با تبیین افلاطون‌گرایانه

<sup>۱</sup>Chris Freiling



نشان داد که ترکیبی بودن و پیشینی بودن و معتبر بودن اثبات‌های تصویری قابل جمع است. لیتل‌وود، ریاضیدان بریتانیایی معاصر، می‌گوید: «هشدار اکید داده می‌شود که تصاویر، دقیق نیستند. دست‌هشدار دهندگان هنوز رو نشده و آنها همچنان قربانیان خود را انذار می‌دهند که محتاط باشید. البته بعضی تصاویر دقیق نیستند اما باید بگویم که اغلب آنها دقیق هستند (و من خودم در صورت لزوم آنها را به‌کار می‌برم).» او به ما توصیه می‌کند که افزون بر استدلال‌های نمادی، از تصاویر نیز بهره ببریم اما چرا باید به همین دو نوع راه کسب معرفت ریاضیاتی بسنده کنیم؟ علاوه بر این دو، دست‌کم پنج راه دیگر را نیز می‌توان نام برد: شهود در گزاره‌های ساده، استقرای شمارشی در موارد معین، روش فرضیه‌ای-قیاسی، قطری‌سازی و آزمایش‌های فکری. البته رد یا قبول این شیوه‌ها با مناقشات علمی-صنفي بزرگی همراه است که می‌توان نام آن را «جنگ‌های ریاضیاتی» نامید. جنگ‌هایی که بسیاری از نامداران ریاضی در آن درگیرند.

۲.۶. پیوست ۲ (مدعاها و مواضع): ما در کتاب فلسفه ریاضیات براون صرفاً با توصیف، تحلیل و نقد مهم‌ترین موضوعات و مسائل و راه‌حل‌ها مواجه نیستیم بلکه در آن شاهد موضع‌گیری‌ها و نظرورزی‌ها نیز هستیم. به‌ویژه دربارهٔ افلاطون‌گرایی جدید و استلزامات آن یعنی خطا‌باوری، نقش توجیهی تصاویر و آزمایش‌های فکری. این موضع‌گیری‌ها نه‌تنها حاشیه‌ای و کم‌رنگ نیستند بلکه در سراسر کتاب به چشم می‌خورند و افزون بر پیشگفتار، در متن نیز بارها به آنها تصریح شده است:

«در تلقی افلاطون‌گرایانه، هیچ ملاحظه‌ای وجود ندارد که بخواهد ما را در وجود و اثربخشی ابزارهای نامتعارفی که در خدمت یادگیری در قلمرو ریاضیات هستند، دچار تردید کند. اما مگر چه ابزارهای دیگری ممکن است در کار باشند؟ مثلاً دربارهٔ حدس‌هایی که چندین قضیهٔ آشنا را تبیین می‌کنند یا دربارهٔ تعمیم‌های استنتاج‌شده از نمونه‌های فراوان رایانه-بنیاد چه می‌توان گفت؟ به‌ویژه دربارهٔ تصاویر و نمودارها چه می‌توان گفت؟ در کنار اثبات‌های سنتی، این شیوه‌های نامتعارف نیز ممکن است ثمربخش باشند. این موارد دست‌کم سزاوار توجه و بررسی‌اند. یکی از اهداف اصلی این کتاب بررسی چنین روش‌هایی است، یعنی روش‌های نامتعارفی که برای پژوهش در قلمرو ریاضیات به‌کار می‌روند.» (p. 15) «یکی از بزرگترین مدعا‌های من در این کتاب (رجوع کنید به فصل ۳) این است که تصاویر در برخی موارد می‌توانند به‌مثابهٔ شواهد کاملاً دقیق مورد استفاده قرار گیرند. [البته] من ادعا نمی‌کنم که تصاویر همواره چنین هستند یا اینکه در هر مورد خاصی ما به تصاویر نیاز داریم.» (p. 199)

دربارهٔ سایر استلزامات افلاطون‌گرایی جدید، مثل آزمایش‌های فکری نیز با چنین موضع‌گیری‌های آکیدی روبه‌رو هستیم (مثلاً p. 183). دلایل براون در دفاع از نقش اساسی تصاویر و آزمایش‌های فکری در ریاضیات، عمدتاً از نوع استنتاج از بهترین تبیین (IBE) است. او با چند مورد-پژوهی مثل تحلیل اثبات بولترانو برای قضیهٔ مقدار میانی، نشان می‌دهد که تصاویر و آزمایش‌های فکری نقش تعیین‌کننده‌ای در تصمیم ریاضیدانان برای تأیید یک فرضیهٔ فرارایضیاتی مثل حسابیدن آنالیز (p. 30) یا انتخاب یک اصل

موضوعه (p. 33) یا رد یک فرضیه ریاضیاتی مثل فرضیه پیوستار (p. 192) دارند. گاهی نیز می‌کوشد ادعاهایش درباره تصاویر و آزمایش‌های فکری را با برخی دلایل تمثیلی، «مقبول‌تر و دلنشین‌تر» سازد. (p. 44) همه این ادعاها و دلایل در خدمت یک مدعای اساسی‌تر و کلی‌تر است: افلاطون‌گرایی جدید. در واقع براون این کتاب را فرصت مناسبی یافته است تا نشان دهد که فعالیت‌ها و دستاوردهای ریاضیدانان را با توسل به افلاطون‌گرایی جدید بهتر از افلاطون‌گرایی سنتی که مهم‌ترین ویژگی آن خطاناباوری است، و صورتگرایی، برساخت‌گرایی، طبیعت‌گرایی و نظایر آنها می‌توان توضیح داد. (p. 24) او در این کار از چهار فیلسوف بیش از سایرین تأثیر پذیرفته و قرابت فکری او با آنها بیشتر است: لاکاتوش، راسل، گودل و پوپر.

### تشکر و قدردانی

آماده‌سازی و نشر این مقاله در قالب نرم‌افزاری مطلوب، بدون همکاری دوست بزرگوارم دکتر نادر حبیبی (عضو هیأت علمی گروه ریاضی دانشگاه آیت‌الله بروجردی) میسر نمی‌شد. از بابت زحمات و همکاری‌های ایشان سپاسگزارم.

---

حسین بیات: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم تحقیقات تهران، دانشکده الهیات و علوم انسانی، گروه فلسفه علم

تارنما: <http://www.hbayat.ir>

رایانامه: [logicbay@yahoo.com](mailto:logicbay@yahoo.com)