

افسانه‌گرایی و استعاره در فلسفه ریاضیات*

سیاوش شهشهانی

هنر (نقاشی) دروغی است که حقیقت را به ما می‌نمایاند.

پابلو پیکاسو

ریاضیات رمانی درباره طبیعت و انسان است. نمی‌توان دقیقاً گفت ریاضیات به ما چه می‌آموزد همان‌طور که نمی‌توان گفت از جنگ و صلح [تولستوی] دقیقاً چه می‌آموزیم.

یوری مانین

این دیدگاه که ریاضیات درست است ولی صادق نیست، نتایج فلسفی دارد. نخست این که ریاضیات تعهد هستی‌شناسانه ندارد. ساندرز مک‌لین

بهترین نظریات فلسفی درباره ریاضیات را ریاضیدانان ارائه کرده‌اند. آنان که به دنبال رازگشایی از معماهایی درونی بوده‌اند که مبتلا به موضوع‌های اصلی کارشان بوده است. این کوشش فلسفی گاهی به پیدایش روش‌های نوین ریاضی منجر شده و بسیاری اوقات خاستگاه دیدگاه‌های فلسفی روشنگرانه‌ای بوده است.

گیلبرت رایل

۱. سرآغاز

شور و علاقه ریاضیدانان نسبت به فلسفه ریاضی که در اواخر قرن نوزدهم بالا گرفته بود، پس از دهه چهارم قرن بیستم فروکش کرد و «معماهای درونی» به‌عنوان سرچشمه اندیشه‌های فلسفی در ریاضیات، جای خود را به دغدغه‌های صرفاً فلسفی دادند که محرکی نیرومند برای درگیر کردن ذهن ریاضیدانان با

* مبتنی بر سخنرانی نویسنده در سمینار انجمن منطق ایران به تاریخ ۲۷ اردیبهشت‌ماه ۱۳۹۶.

فلسفه ریاضی نبود. وضعیت امروز فلسفه ریاضی نیز به همین شکل است؛ شاخه‌ای نسبتاً کم‌رونق از فلسفه که اندیشمندان کم‌تعدادی در آن مشغول کارند و موضوع‌هایی که در آن مطرح می‌شود، جاذبه خاصی برای عموم ریاضی‌ورزان ندارد. فاصله گرفتن فلسفه ریاضی از ریشه‌های درون-ریاضی خود، اکنون در حدی است که عده‌ای پیگیر پدید آوردن موضوعی دیگر با نام فلسفه ریاضی‌ورزی^۱ شده‌اند و کتاب‌ها و مقاله‌هایی با این عنوان منتشر می‌کنند. از مشخصات سه مکتب بزرگ فلسفه ریاضی در اوایل قرن بیستم، یعنی منطق‌گرایی، شهودگرایی و صورتگرایی این بود که هر سه آنها در برابر «سؤال‌های سخت» و باقدمت فلسفه ریاضی مانند *بینهایت بالفعل*، ماهیت پیوستار (کم متصل) و رابطه برهان و صدق در ریاضیات، موضع‌گیری مشخص و حتی تجویزی داشتند، در حالی که بیشتر مکاتب جدید، این دغدغه‌ها و دیگر تأملات فلسفی ریاضی‌ورزان را عملاً کنار گذاشته‌اند و غالباً در پی یافتن جایگاهی برای مسائل معناشناختی^۲ و معرفت‌شناختی^۳ ریاضی هستند که با چارچوب‌های از پیش تعریف‌شده فلسفی‌شان سازگار و هماهنگ باشد. از ویژگی‌های این مکاتب متأخر که از آنها به‌عنوان «مکاتب نرم» نام خواهیم برد، این است که در عمل، با بدنه ریاضیات به‌مثابه یک «جعبه سیاه» برخورد می‌کنند که در چارچوب نظریه مجموعه‌ها (یا بعضاً نظریه رسته‌ها^۴) خلاصه می‌شود؛ نگاهی که یادآور دیدگاه قرون وسطایی نسبت به ریاضیات در چارچوب مقولات ارسطویی است. بیشتر گرایش‌های فلسفه ریاضی که امروزه ذیل عنوان‌های طبیعی‌گرایی^۵، ساختارگرایی^۶ و افسانه‌گرایی^۷ مطرح می‌شوند، در زمره این مکاتب نرم جای دارند. بحث ما در این مقاله، در مورد افسانه‌گرایی است. مرجع [۲۸] برای مروری بر مکاتب‌های فلسفه ریاضی معاصر توصیه می‌شود.

۲. افسانه‌گرایی ریاضی

افسانه‌گرایی ریاضی از شاخه‌های نام‌گرایی^۸ در فلسفه ریاضی محسوب می‌شود که خود در مقابل واقع‌گرایی (رالیسم) یا افلاطونی‌مشربی^۹ قرار دارد.^{۱۰} در اینجا واقع‌گرایی به‌تعبیر هستی‌شناختی^{۱۱} مطرح است، یعنی این دیدگاه که اشیای ریاضی وجودی واقعی و مستقل از ما دارند. افسانه‌گرایان صورت‌ظاهر احکام ریاضی را که در آن، اشیای ریاضی با هویت وجودی مجرد (یعنی در خارج فضا-زمان) حاضرند، می‌پذیرند ولی از آنجا که عموماً اعتقادی به چنین وجهی از وجود ندارند، منکر وجود اشیای ریاضی هستند یا نسبت به آن موضع لادری دارند. لذا از نظر بیشتر افسانه‌گرایان نمی‌توان اعتبار صدق (به مفهوم‌های رایج) را به جمله‌های راجع به اشیای ریاضی نسبت داد. آنچه برای افسانه‌گرایان قابل طرح می‌ماند، ارزش

^{۱۰} چنان‌که در نوشتگان فلسفه ریاضی معمول است، در اینجا دو اصطلاح واقع‌گرایی و افلاطونی‌مشربی مترادف فرض شده‌اند ولی گاهی واقع‌گرایی به معنای عام‌تری به‌کار می‌رود. مثلاً واقع‌گرایانی هستند که مجرد بودن اشیای ریاضی را نمی‌پذیرند و برای آنها وجودی همچون وجود مفاهیم نظری در علوم طبیعی قائل‌اند.

^۱philosophy of mathematical practice ^۲semantics ^۳epistemology ^۴category theory ^۵naturalism

^۶structuralism ^۷fictionalism ^۸nominalism ^۹Platonism ^{۱۱}ontological

و کاربرد احتمالی روایات ریاضی، مستقل از صدق آنها است که به درجات مختلف به آن پایبند هستند (اینجاست که نقل قول‌ها از پیکاسو و مک‌لین در آغاز مقاله، مصداق پیدا می‌کند). در واقع وجه مشترک طیف وسیع گرایش‌های مطرح با عنوان افسانه‌گرایی، اتخاذ جنبه منفی کلمه fiction به معنی غیرواقعی پنداشتن اشیای ریاضی است؛ گرچه چنان‌که خواهیم دید، بعضی رویکردها تشابه روایت ریاضی و روایت رمان ادبی را نیز مد نظر دارند و حتی کوشش می‌کنند از نظرات رایج در معناشناسی ادبیات رمانی، در مورد روایات ریاضی بهره بگیرند. برای جمع‌بندی و سهولت ارجاع بعدی، استدلال و نتیجه‌گیری‌های پایه‌ای مورد قبول بیشتر گرایش‌های افسانه‌گرایی را به صورت زیر خلاصه می‌کنیم:

(۱) صورت ظاهر احکام ریاضی راجع به اشیای ریاضی را بدون هیچ‌گونه تفسیر و تأویلی باید پذیرفت؛

(۲) اشیای ریاضی مستقل از ما و مجرد هستند، به این مفهوم که در فضا-زمان قرار ندارند؛

(۳) از آنجا که بنا بر (۲)، موجودات ریاضی ساخته ذهن ما نیستند (به دلیل استقلال وجودی) و نیز خارج فضا-زمان قرار دارند، این موجودات با ما رابطه علی ندارند؛

(۴) از آنجا که بنا بر (۳)، اشیای ریاضی با ما رابطه علی ندارند، کسب دانش درباره آنها برایمان ممکن نیست؛^۱

(۵) از (۳) و (۴) نتیجه می‌شود که ما دلیلی برای وجود حقیقی اشیای ریاضی نداریم؛

(۶) از (۱) و (۵) نتیجه می‌شود که ما دلیلی برای صدق قضیه‌های ریاضی نداریم؛

(۷) قضیه‌های ریاضی با همان شکل ظاهری‌شان در علوم تجربی کاربرد دارند. بنابراین سودمندی استفاده از آنها را در عین عدم اطمینان به (یا انکار صدق) آنها، می‌پذیریم.

لازم به ذکر است که افسانه‌گرایی، فراگیر طیف نسبتاً گسترده‌ای است و در مورد حکم‌های (۱) تا (۷) بالا میان افسانه‌گرایان اتفاق نظر کامل وجود ندارد. می‌توان این را ابراز کرد که حکم‌های (۱) تا (۴) را جمیع افسانه‌گرایان می‌پذیرند، در مورد (۵) و (۶) بعضی کاملاً منکر وجود اشیای ریاضی و در نتیجه منکر صدق قضیه‌های ریاضی هستند، بعضی دیگر نسبت به موضوع‌های وجود اشیای ریاضی و صدق قضیه‌ها، موضع لاادری دارند و سرانجام، بعضی در عین لاادری بودن نسبت به وجود اشیای ریاضی، برای قضیه‌ها قائل به صدق هستند. در مورد (۷)، عبارت «عدم اطمینان به (یا انکار صدق)» را به منظور پوشش هر دو گرایش به کار گرفته‌ایم.

^۱ استدلال (۱)-(۴) که به استدلال بناسراف [۳] نیز معروف است، در بخشی قابل ملاحظه از نوشتگان فلسفه ریاضی معاصر مورد اشاره و استناد است. مقاله حاضر نسبت به این استدلال دید انتقادی دارد. برای مطالعه نقد دیگری از استدلال بناسراف، به [۲۳] مراجعه کنید.

به لحاظ تاریخی، افسانه‌گرایی به عنوان نوعی پاسخ به صورت خاص طبیعی‌گرایی کوآین-پاتنم^۱ شکل گرفت که معمولاً از آن، نوعی وجود حقیقی برای اشیای ریاضی استنباط می‌شود. طبیعی‌گرایی در اینجا به این معنی است که نتایج علوم طبیعی را باید بهترین مرجع برای هر گونه داوری و باور قابل اعتماد، پذیرفت؛ حتی در مورد احکام ریاضیات. از این منظر، طبیعی‌گرایی یک نظریه تجربه‌گرا^۲ محسوب می‌شود و در مقابل گرایش دکارتی مبنی بر تقدم فلسفه یا باور به وجود احکام پیشینی، قرار می‌گیرد. جنبه دیگر نظریه کوآین-پاتنم، رویکرد واقع‌گرایانه آن به اشیای مجرد ریاضی است که برای بسیاری از آنها (هر آنچه بالقوه در علوم طبیعی کاربردپذیر باشد) وجودی هم‌ارز با وجود مفاهیم نظری علوم تجربی قائل هستند. به‌طور کامل‌تر، نظریه کوآین-پاتنم مبتنی بر سه اصل زیر است:

- طبیعی‌گرایی؛
- کل‌گرایی^۳. بنابر این اصل، معمولاً احکام خاص نیستند که به‌طور منفرد در معرض داوری آزمایش یا مشاهده قرار می‌گیرند، بلکه داوری معطوف به کل آن نظریه و چارچوب نظری است که حکم در آن مطرح می‌شود؛
- استدلال‌گریزناپذیری^۴. ریاضیات جزئی ضروری و گریزناپذیر از بهترین نظریات علوم طبیعی است.

از این احکام نتیجه می‌شود همان‌طور که بنابر آخرین نظریات علمی، الکترون وجود دارد، اشیای مجرد ریاضی نیز که در نظریات فیزیکی دال بر وجود الکترون ظاهر می‌شوند، وجودی حقیقی دارند (به [۱۷، ۱۹، ۲۰] نگاه کنید). در واقع کوآین شبکه معرفت علمی را به‌صورت یک دستبافت در هم تنیده و پیچیده ترسیم می‌کند که همه گره‌ها به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم با هم در ارتباط هستند و فقط گره‌های لبه آن با تجربه جهان خارج در تماس مستقیم قرار دارند و منطق و ریاضیات در هسته درونی این دستبافت واقع‌اند. گره‌های لبه‌ای بیشترین تأثیرپذیری را از مواجهه با تجربه دارند و هرچه به هسته مرکزی نزدیک‌تر شویم، گره‌ها نسبت به تغییر مصون‌تر می‌شوند. هر گونه ناهماهنگی با تجربه، از گره خارجی به گره‌های متصل به آن در شبکه منطقی منتقل می‌شود و نوعی بازسازی سازمانی ضرورت خواهد یافت که اثرات آن در گره‌های نزدیک به لبه محسوس‌تر است و هرچه به هسته نزدیک‌تر شویم، کم‌رنگ‌تر می‌شود.

این تصویر و روایت معمولاً به‌نوعی تعهد نسبت به واقعیت وجودی اشیای ریاضی تلقی می‌شود و از این رو نظریه کوآین-پاتنم در اصطلاح رایج فلسفه ریاضی، برجسب واقع‌گرایی خورده است. به‌عکس، نام‌گرایان منکر مشروعیت اطلاق «وجود» به مفاهیم کلی هستند که در چارچوب فضا-زمان قرار نمی‌گیرند و مجردات ریاضی را واژگان یا ابزار زبانی تلقی می‌کنند. به‌ویژه افسانه‌گرایان برای ساخته‌های ریاضی جایگاهی مشابه مخلوقات افسانه‌ای رمان قائل هستند که در روایات ریاضیاتی جای دارند. با این رویکرد،

^۱Willard V. O. Quine, Hillary Putnam ^۲empiricist ^۳holism ^۴indispensability argument

عینیتِ دانش ریاضی به سطح عینیتِ وقایع افسانه‌ای فرو می‌کاهد و باید مسائل معرفت‌شناختی و معناشناختی ریاضی را در چارچوبی مشابه آثار ادبی مطرح کرد. از منظرهای مختلف می‌توان افسانه‌گرایان را به شاخه‌های گوناگون تقسیم کرد. یک تقسیم‌بندی متداول برحسب میزان تعهد آنها به واقع‌گرایی در نظریات علوم تجربی است که بر این اساس، افسانه‌گرایان به سه گروه تقسیم می‌شوند: واقع‌گرا، واقع‌گرایی معتدل (یا افسانه‌گرایی معتدل)^۱ و تجربه‌گرایی ساختی^۲. گروه اول که نماینده شاخص آن هارتری فیلد^۳، نخستین افسانه‌گرا است، به واقعیت وجودی اشیائی که در نظریه‌های علوم تجربی ظاهر می‌شوند باور دارند، ولی گروه دوم نسبت به بخش قابل ملاحظه‌ای از این مفاهیم موضع نام‌گرایانه دارند؛ هرچند که نظریه‌های موفق علوم تجربی را صادق یا تقریباً صادق تلقی می‌کنند. مکتب تجربه‌گرایی ساختی در فلسفه علم که پرداخته‌ون‌فراسن^۴ است، برای نظریه‌های علوم تجربی فقط کفایت تجربی^۵ قائل است، به این مفهوم که علم تجربی را فقط متعهد به آنچه قابل مشاهده است می‌داند و معتقد است احکام علمی فقط در قبال مشاهده‌پذیرها از نظر صدق قابل ارزیابی هستند و روایات نظری که بلاواسطه قابل مشاهده نیستند، موضوعیت صدق یا کذب ندارند [۲۵].

پیش از آنکه به تشریح دقیق‌تر شاخه‌های افسانه‌گرایی بپردازیم، لازم است به تشابه‌ها و تفاوت‌های روایات ریاضیاتی و روایات ادبیاتی اشاره‌ای کنیم تا بتوان مواضع شاخه‌ها را در قبال این امر ارزیابی کرد. البته همان‌طور که قبلاً اشاره شد، در بعضی نظریات افسانه‌گرا چیزی جز غیرواقعی بودن^۶ اشیای ریاضی مد نظر نیست. در مورد شباهت‌ها:

- یک نقش کاربردی مهم و مشترک ادبیات و ریاضیات، گسترش و توانمندسازی زبان است. همان‌گونه که آثار ادبی موجب پربار شدن زبان طبیعی می‌شود و قالب‌های جدیدی را برای گفتمان اجتماعی می‌آفریند، تحقیقات ریاضی هم دامنه تعریف‌ها و مفاهیم زبان علمی را گسترش می‌دهد و تسهیلات جدیدی برای توصیف و نمایش مفاهیم علمی و روابط بین آنها پدید می‌آورد؛
- آثار ادبی و آثار ریاضی هر دو با توسل به شیوه انتزاع از پدیده‌ها، تمرکز بر برخی ویژگی‌ها و با چشم‌پوشی انتخابی از بعضی پیچیدگی‌ها در رویدادهای اجتماعی یا پدیده‌های طبیعی، ویژگی‌هایی را برجسته‌سازی و راه را برای کاوش عمیق‌تر در آنها باز می‌کنند. به استعاره می‌توان

^۱ اصطلاح معتدل را به دلیل خنثی بودن نسبی آن انتخاب کرده‌ایم. در واقع اصطلاح‌های گوناگون دیگری مانند easy-road fictionalist (Colyvan), nominalistic scientific realist (Belaguer, Leng), weasel fictionalist (Melia)

نیز به‌کار گرفته می‌شود. اصطلاح معتدل ترجمه از عنوان مقاله [۶] نوشته فیلسوف آرژانتینی ماریو بونگه نیست؛ در آنجا این کلمه در چارچوبی کمی متفاوت به‌کار گرفته شده است.

^۲constructive empiricist ^۳Hartry Field ^۴Bas van Fraassen ^۵empirical adequacy ^۶fictionality

هر پدیده علمی یا رویداد اجتماعی را تابلویی پیچیده و پر از نقش و رنگ درهم و برهم فرض کرد که در نگاه اول، کاملاً نامفهوم است. ریاضیدان یا رمان‌نویس با حذف پاره‌ای عناصر، طرح‌هایی ساده‌تر، موزون‌تر و قابل درک‌تر را نمایان می‌سازد.

در مقابل، نقاط افتراق و پرسش‌هایی جدی نیز وجود دارد که مدافع افسانه‌گرایی باید موضع خود را در برابر آنها مشخص کند:

- اگر ریاضیات، روایتی داستانی است که مانند رمان در ذهن ریاضیدان شکل می‌گیرد، منشاء کاربردپذیری آن در علوم طبیعی چیست؟ ممکن است یک اثر ادبی یا مجموعه‌ای از آنها الهام‌بخش پیدایش قالب‌های فکری نو در مباحث روانی و اجتماعی شود و این متناظر با بخشی از شیوه‌های به‌کارگیری ریاضیات در علوم است. ولی علاوه بر ایجاد قالب‌های تفکر برای نظریه‌های علمی، ریاضیات قالب‌های محاسباتی کارسازی نیز برای استخراج نتایج در علوم طبیعی فراهم می‌آورد که ظاهراً همانندی برای آن در ادبیات موجود نیست؛
- مشکل دیگری که بی‌ربط با نکته پیشین نیست، قطعیت احکام ریاضی است. در مقایسه با سایر معارف بشری، احکام ریاضی عموماً مدل و نمونه ایده‌آل قطعیت علمی در نظر گرفته می‌شوند و بخشی از سودمندی کاربردشان در پیش‌بینی‌های علمی، مرهون همین قطعیت است. اگر مفاهیم تعریف‌شده ریاضی را شخصیت‌های روایات ریاضی فرض کنیم، این مخلوقات پس از تعریف رسمی، بی‌درنگ از اختیار پدیدآورنده خارج می‌شوند و هویتی انعطاف‌ناپذیر به خود می‌گیرند که با قطعیت احکام ریاضی مرتبط است. در یک رمان منسجم، ممکن است نویسنده آزادی کامل در آراستن شخصیت‌ها نداشته باشد، ولی شخصیت داستان هیچ‌گاه به‌طور کامل از اختیار او خارج نمی‌شود، بلکه اغلب به‌طور تدریجی تکامل می‌یابد و چه‌بسا برخی گوشه‌های شخصیت او همواره پنهان بماند.

۳. افسانه‌گرایی فیلد

تندترین موضع‌گیری در برابر نظرات کوآین-پاتنم از آن هارتری فیلد است. فیلد با انتشار کتابی کوچک با نام علم بدون عدد [۹] در سال ۱۹۸۰، منکر استدلال گریزن‌ناپذیری در به‌کارگیری ریاضیات در فیزیک شد. در این کتاب، فیلد مدعی شد که نظریه گرانش نیوتنی را بدون استفاده از ریاضیات بازسازی کرده است. او همچنین ابراز امیدواری کرد که بتوان این پروژه را به سایر قسمت‌های فیزیک نیز توسعه داد و در مقدمه کتاب بعدی خود [۱۰] به شرح تفصیلی دیدگاه افسانه‌گرایانه خود پرداخت. بحث در مورد صحت ادعای فیلد را به بعد موکول و نخست رویکرد او را نسبت به نقش ریاضی بازگو می‌کنیم. با الهام از ادبیات منطق ریاضی و شاید بخشی از برنامه هیلبرت در مورد رابطه ریاضیات متناهی و ریاضیات

رایج، فیلد هر نظریه ریاضی معطوف به کاربرد را یک توسعه محافظه‌کارانه^۱ از نظریه تجربی متناظر قلمداد می‌کند؛ به این معنی که مدعی است آنچه به‌کمک ریاضیات قابل دریافت است، بدون استفاده از آن نیز قابل دسترسی است ولی افزودن ریاضیات کار را سهولت می‌بخشد و خدشه و ناسازگاری در اصل نظریه ایجاد نمی‌کند. در مورد مفهوم صدق در ریاضی، فیلد رویکردی مشابه کارنپ^۲ (مثلاً [۷]) اختیار می‌کند؛ این گونه که در گفتمان درون-ریاضی، نظریه صدق تارسکی و روایت صورتگرایی را می‌پذیرد ولی منکر صدق بیرونی ریاضیات، مثلاً در رابطه با کاربرد آن می‌شود. افسانه‌گرایی برای فیلد به معنی نفی صدق گزاره‌هایی است که در آنها به اشیای ریاضی ارجاع می‌شود در عین اینکه سودمندی تسهیلاتی این گزاره‌ها را می‌پذیرد.

بحث‌های بسیاری درباره کتاب علم بدون عدد اثر فیلد، صورت گرفته است و شاید امروزه مشکل بتوان مدافعانی جدی و خوشبین برای این نظریه یافت. در میان طیف وسیع و متنوع نقدها، از یک سو برخی افراد ایرادهای فنی مانند استفاده فیلد از منطق مرتبه دوم را مطرح کرده‌اند و از سوی دیگر، نسبت به امکان پیاده‌سازی کاری مشابه برای مکانیک کوانتومی ابراز تردید شده است. ولی شاید اساسی‌ترین نقد، متوجه سوء تفاهمی بنیادی درباره ارتباط عملیات انجام شده در [۹] با ادعای ریاضی‌زدایی اثر است. ریاضیدان یا فیزیکدان نوعی که از تذکرات آغازین چند صفحه اول کتاب فیلد به سرعت عبور کرده باشد، از خواندن کتاب متحیر می‌شود: اینکه فیلد به چه معنی مدعی است از به‌کار گرفتن ریاضیات اجتناب کرده است. آیا به‌کارگیری «نقطه فضا-زمان» به جای «چهارتایی مرتب از اعداد حقیقی» یا اصطلاح «ناحیه فضا-زمان» به جای «زیرمجموعه \mathbb{R}^4 » و یا به‌کار گرفتن کمیت‌های یک‌دار (فاصله، زمان، ...) به جای تابعی به مجموعه اعداد حقیقی، ریاضی‌زدایی است یا صرفاً رجعت به شیوه ریاضی‌نویسی قبل از ابداع نظریه مجموعه‌ها؟ همان‌طور که در مقدمه اشاره کردیم، یک عامل گسست تفاهم میان جامعه ریاضی‌ورز و عامه دست‌اندرکاران امروزی فلسفه ریاضی این است که بسیاری از فلاسفه تلقی جدی و جزمی نسبت به نقش هستی‌شناختی نظریه مجموعه‌ها در ریاضیات دارند، در حالی که برای اکثر ریاضی‌ورزان، نظریه مجموعه‌ها یک زبان کارا و منعطف ولی مؤکداً مجازی^۳ است. اینکه موضوعی به زبان نظریه مجموعه‌ها نوشته شود، معمولاً نه ریاضی‌وار بودن آن را برجسته می‌کند و نه از ریاضی‌وار بودن آن می‌کاهد. نیوتن هم نظریه خود را به زبان مجموعه‌ها نوشت ولی نام «اصول ریاضی فلسفه طبیعی»^۴ را بر آن نهاد. از نظر نیوتن آنچه که به کار او هویت ریاضی می‌بخشید و نقطه عطفی در تاریخ فیزیک پدید آورد، ارائه روابط کمی دقیق میان پدیده‌های فیزیکی قابل مشاهده بود که فیزیک را از جامعه کیفی-ارسطویی فلسفه طبیعی به در آورد. حال اگر فیلد، مانند بسیاری از فلسفه‌کاران معاصر، ترجیح می‌دهد قرن‌ها تاریخ ریاضی‌سازی را نادیده بگیرد و با تعریفی جزمی از ریاضیات به‌مثابه داستان اشیای مجازی که در گفتمان نظریه اصل موضوعی

^۱conservative extension ^۲Rudolf Carnap ^۳virtual ^۴Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica

مجموعه‌ها ظاهر می‌شوند، کاربردپذیری ریاضیات را حتی در مواردی که پیشینه‌ای قبل از پیدایش نظریه مجموعه‌ها دارند، مورد داوری قرار دهد، اعتبار محتوایی این بحث مورد سؤال است و قطعاً این موضوع نمی‌تواند کنجکاوی یا هیجانی در میان ریاضیدانان یا فیزیکدانان برانگیزد.

۴. افسانه‌گرایی معتدل و تجربه‌گرایی ساختی

با توجه به بحث بالا، به نظر می‌آید که فیلد برای جمله‌های حاوی مفاهیم نظری متداول در علوم تجربی (که آنها را متمایز از مفاهیم مجرد ریاضی می‌داند) مفهوم صدق قائل است، در حالی که گزاره‌های متناظر ریاضی (به‌زعم خودش) را به‌سبب حضور اشیای مجرد، افسانه‌ای تلقی می‌کند. در شهود ذهنی ریاضیدان و فیزیکدان و در عملکرد روزمره او قطعاً یک چنین تمایز و تلقی هویتی دیده نمی‌شود و از این رو ادعای ریاضی‌زدایی فیلد، برای بیشتر ریاضیدانان و فیزیکدانان یک بازی زبانی تلقی می‌شود. افسانه‌گرایان معتدل در عین اینکه نظریه‌های مقبول علوم تجربی را صادق یا با تقریب عملی، صادق تلقی می‌کنند، نسبت به مفاهیم نظری که در این نظریه‌ها ظاهر می‌شوند، رویکرد نام‌گرایانه دارند و آنها را نیز مشمول بررسی و توجیهی مشابه اشیای ریاضی می‌دانند. نظریه تجربه‌گرایی ساختی ون‌فراسن مفهومی حتی ضعیف‌تر از صدق را برای نظریه‌های علوم تجربی قائل است و استفاده از این صفت را فقط برای آنچه که بدون واسطه توضیح و توجیه نظری، مشاهده‌پذیر است جایز می‌داند. بنابراین پیوندی طبیعی میان این نظریه و افسانه‌گرایی ریاضی وجود دارد. مدافع اصلی این پیوند، اتاویو بوئنو^۱ است که مروری جامع بر نظراتش را می‌توان در [۵] یافت. با توجه به قرابت رویکرد بوئنو با نظرات بسیاری از افسانه‌گرایان معتدل، تفکیکی در دنباله بحث قائل نمی‌شویم. کافی است اشاره کنیم که او در مورد وجود اشیای مجرد ریاضی، همانند وجود مفاهیم نظری و غیرقابل مشاهده علوم تجربی، نگاه لادری دارد و قضیه‌های ریاضی را علی‌رغم تردید در مورد وجود اشیای ریاضی، اساساً صادق می‌داند.

از دیگر شخصیت‌های برجسته افسانه‌گرایی معتدل باید از بلاگر^۲ [۲]، بونگه^۳ [۶]، لنگ^۴ [۱۲]، میلیا^۵ [۱۴]، پاپینو^۶ [۱۶]، رزن^۷ [۲۱]، یابلو^۸ [۲۷] و به‌اعتباری، ریاضیدان شهیر معاصر، مانین^۹ [۱۳] نام برد. از این میان، بعضی خود را افسانه‌گرا معرفی نمی‌کنند و شاید فقط بلاگر و لنگ به‌طور قاطع پایبند حکم‌های (۱) تا (۷) باشند. یابلو و مانین بیشتر جنبه استعاری ریاضیات را مورد نظر دارند و رویکرد آنان را می‌توان هرمنوتیکی نامید. در رابطه با تشابه روایات ریاضی و روایات رمانی، بوئنو، لنگ، یابلو و مانین موضوع را به‌صورتی جدی‌تر از دیگران پیگیری کرده‌اند. لنگ در [۱۲] به توصیف شباهت‌هایی میان نظریات معناشناختی والتن^{۱۰} [۲۶] در ادبیات رمانی و معناشناختی افسانه‌گرایانه در ریاضیات می‌پردازد و بوئنو در [۵] سعی کرده است از تصویر توماسن^{۱۱} [۲۴] در مورد شخصیت‌های داستانی بهره بگیرد.

^۱Otávio Bueno ^۲Mark Balaguer ^۳Mario Bunge ^۴Mary Leng ^۵Joseph Melia ^۶David Papineau

^۷Gideon Rosen ^۸Stephen Yablo ^۹Yuri Manin ^{۱۰}Kendall L. Walton ^{۱۱}Amie L. Thomasson

اشاره بیشتر به رویکرد استعاری را به بخش پایانی ماکول می‌کنیم و در باقیمانده این بخش نگاهی کوتاه به بحث‌های مربوط به سه فرض کلیدی جریان اصلی افسانه‌گرایی خواهیم کرد.

فرض کلیدی (۱) افسانه‌گرایان، دال بر پذیرش صورت ظاهر احکام ریاضی به‌عنوان جمله‌های خبری در مورد اشیای ریاضی، مورد بحث و مناقشه بسیار گسترده بوده است و نمی‌توان ادعا کرد که در این مورد، اجماع نظری حاصل شده است. تعبیر متداول دیگری در مورد محتوای احکام ریاضی که از دیرباز مطرح بوده است، تعبیر شرطی بودن احکام ریاضی به‌صورت «اگر...، آن‌گاه...» است که مورد قبول برخی صورت‌گرایان و نیز بعضی پوزیتیویست‌ها و ویتگنشتاین بوده است. موارد دیگر عبارت‌اند از اعتراض به تعبیر وجود ارجاعی، هر جا که سور وجودی منطقی ظاهر می‌شود و نیز تردید در تعبیر تعهد هستی‌شناختی نظرات کوآین-پاتنم. یک مرجع به‌نسبت جدید در این باره، کتاب [۱] است که در آن، ازونی^۱ ضمن پذیرش عدم وجود اشیای ریاضی، صدق قضیه‌های ریاضی را با توسل به بازنویسی این گزاره‌ها به‌گونه‌ای که تعهد هستی‌شناختی نداشته باشند، تأیید می‌کند. به نظر می‌آید که بهترین دفاع افسانه‌گرایی مانند بلاگر و لنگ در مقابل تعبیرهای رقیب (۱)، ادعای ساده‌تر بودن باور به (۱) در مقابل پیشنهادهای دیگر و سازگار بودن این تعبیر با معناشناسی در فلسفه زبان است.

فرض دیگری که افسانه‌گرایان سرسخت بر آن اصرار می‌ورزند، مجرد بودن اشیای ریاضی در مقابل ذهنی^۲ بودن آنها است؛ باوری که خودبه‌خود حکم بر عدم اشیای ریاضی می‌کند، زیرا جایگاهی برای وجود این اشیاء باقی نمی‌گذارد مگر اینکه به افلاطونی‌مشریبی جزمی ایمان بیاوریم. در واقع در [۲]، بلاگر خود به امکان این نتیجه‌گیری اقرار می‌کند. دلایلی که بلاگر علیه این نظر متداول که اشیای ریاضی ساخته‌های ذهنی هستند اقامه می‌کند، چندان قانع‌کننده نیست. یک دلیل او توسل کلی به اتهام *روان‌باوری*^۳ است؛ نوعی اتهام که از زمان فرگه شایع شده است و گروه‌های متعدد از جمله پوزیتیویست‌ها گاهی برای سرکوب رقیبان از آن استفاده می‌کنند. در مقابل، می‌توان به استدلال یان میتلسسکی^۴ اشاره کرد که به «اشیای خیال»^۵ به چشم رویدادهای الکتروشمیایی در مغز می‌نگرد که در حافظه ثبت می‌شوند و نکته عینی و ذریبط در موردشان این است که می‌توان تشخیص داد دو شیء خیال یکی هستند یا متمایزند [۱۵]. دلیل دیگر بلاگر علیه اشیای ذهنی، امکان‌ناپذیری تصور ذهنی مفهوم بینهایت است. بیشتر افسانه‌گرایان مانند فیلد، «جعبه سیاه» ریاضیات صورت‌گرایانه موجود در چارچوب نظریه مجموعه‌ها، از جمله مفهوم بینهایت بالفعل را درست می‌پذیرند و به‌ویژه برای شهودگرایی براوتر جایگاهی قائل نیستند. اینکه ذهن انسان توان تصور بینهایت یا دست‌کم، بینهایت بالقوه را دارد یا نه، از دوران باستان تاکنون مورد مناقشه بوده است. در عصر جدید، ریاضیدانانی چون پوانکاره و هیلبرت وجود و به‌کارگیری این توانایی را یکی از وجه‌های متمایزکننده ریاضیات از منطق محض قلمداد کرده‌اند.

^۱Jody Azzouni ^۲mental ^۳psychologism ^۴Jan Mycielski ^۵thought objects

نکته دیگری که نیاز به توضیح و تأکید دارد، رویکرد افسانه‌گرایان به صدق و قطعیت ریاضی است. دو حکم ریاضی زیر را در نظر بگیرید:

• ۵ یک عدد اول است؛

• ۵ یک عدد مرکب است.

هیچ‌یک از این دو حکم از نظر افسانه‌گرایان سرسخت صادق نیست، زیرا از نظر آنان عدد ۵ وجود ندارد که اول یا مرکب باشد. این در حالی است که هر یک از این دو حکم نقیض دیگری است و برای افسانه‌گرایان، حکم اول و فقط آن، توصیف و نمایشی از یک واقعیت عینی است، زیرا مثلاً می‌توان با استفاده از ۵ مهره و کوشش در چینش منظم آنها در یک شبکه مستطیلی به این نتیجه رسید که تنها راه ممکن، قراردادن هر پنج مهره در یک ردیف است. تعبیر متداول افسانه‌گرایی از وضعیت پیش‌آمده این است که حکم اول حکمی در روایت ریاضیاتی است و از این رو پذیرفتنی است، در حالی که حکم دوم و هر حکم دیگری که در روایت ریاضیاتی معتبر نباشد، در چارچوب افسانه‌گرایی پذیرفتنی نیست. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره کردیم، «جعبه سیاه» ریاضیات رایج را عموم افسانه‌گرایان بی‌چون و چرا می‌پذیرند. بنابراین کل بحث معناشناسی در افسانه‌گرایی سرسخت، یک بحث قراردادی درون-گروهی است که نه تنها بازتابی در ریاضیات رسمی ندارد، بلکه نمی‌تواند نقشی در روشنایی یا عمق بخشیدن به شهود ذهنی ریاضی‌ورزان داشته باشد. در بخش بعد سعی می‌کنیم نشان دهیم که رویکرد هرمنوتیکی به افسانه‌گرایی می‌تواند مدعی کسب جایگاهی در تأملات فلسفی ریاضی‌ورزان باشد.

۵. هستی‌شناسی و استعاره

در آغاز اشاره داشتیم به تمایز میان مکاتب سخت و مکاتب نرم فلسفه ریاضی و اینکه سه مکتب پرآوازه اوایل قرن بیستم را باید از نوع اول و گرایش‌های جاری را از نوع دوم به حساب آورد. روایت زیر در مورد مسیری که فلسفه ریاضی در صد و اندی سال اخیر طی کرده، همه‌گیر شده است: هر سه مکتب معروف، درگیر کوشش برای بازگرداندن یقین و قطعیت به ریاضیات بودند؛ شاخص مهمی که به سبب بروز پارادکس‌ها، به‌ویژه در پیوند با مفهوم بینهایت، دچار بحران و تزلزل شده بود. منطق‌گرایی که به جاسازی ریاضیات درون منطق کمر بسته بود، به دلایل گوناگون از جمله اینکه ناچار می‌شد بخش قابل ملاحظه‌ای از نظریه مجموعه‌ها و همراه آن، مشکلات ریاضیات را به درون منطق بکشد، موفقیت‌آمیز نبود و به‌استثنای پاره‌ای تعبیرهای فلسفی، بخش بزرگی از بدنه آن به‌صورت ساده‌تر در صورت‌گرایی بازسازی شد. ساختگرایی، به‌ویژه شهودگرایی براونری، با وجود برخورداری از پشتوانه تاریخی، چون به نظر می‌آمد مانع پیشرفت «ریاضیات ایده‌آلیستی» نیمه دوم قرن نوزدهم است، مورد استقبال عمومی قرار نگرفت و به‌صورت یک جریان اقلیتی باقی ماند. صورت‌گرایی هیلبرت که سازگارترین مکتب با جریان‌های ریاضی

روز به نظر می‌رسید و آغازی درخشان داشت، با شوک قضیه‌های ناتمامیت گودل مواجه شد و به فنای ابدی محکوم گشت. این داستان غم‌انگیز را دست‌اندرکاران معاصر فلسفه ریاضی این‌گونه ادامه می‌دهند که با روح جدیدی که نظرات کواپن و مقاله بناسراف [۳] در فلسفه ریاضی دمیده‌اند، امروزه این رشته تحرک و شادابی خود را بازیافته و شاهد شکوفایی مکاتب جدیدی است که شامل انواع ساختارگرایی، افسانه‌گرایی و غیره است.

لازم است نخست نقدی موجز از این تصویر رایج ارائه کنیم:

۱- پارادکس‌ها و کوشش برای بازگرداندن یقین به ریاضیات، یک پدیدهٔ ثانوی در تاریخ ریاضیات بود نه عامل اولیهٔ شکوفایی فلسفه ریاضی؛ بحران اولیه، دگرگونی در هستی‌شناسی ریاضیات بود. تا نیمهٔ دوم قرن نوزدهم، هستی‌شناسی در ریاضیات جدا از علوم طبیعی نبود. آزادسازی دامنهٔ گفتمان ریاضی از قیود علوم طبیعی، از یک سو راه را برای آفرینش مفاهیم کاملاً جدید در ریاضیات گشود و از سوی دیگر، خلأ هستی‌شناختی در ریاضیات ایجاد کرد. نمونه‌های اولیهٔ این دگرگونی را در آثار جبر و آنالیز ددکیندا^۱ و اثر تاریخ‌ساز ریمان در هندهسه^۲ می‌یابیم؛ نظریهٔ مجموعه‌ها، بینهایت‌های بالفعل کانتور و پارادکس‌ها در ادامهٔ راه پدید آمدند. تاریخ جنبش‌های صورتگرایی اولیه در قرن نوزدهم به پیش از پیدایش پارادکس‌ها بازمی‌گردد و نقطهٔ مشترک این مکتب‌ها، نفی اهمیت مقولهٔ هستی‌شناسی در ریاضی بود. برای مثال، در یک مکتب صورتگرایی که به ریاضیات به‌منزلهٔ بازی با نماد می‌نگریست، بحث در مورد وجه وجودی یک مفهوم ریاضی همان قدر معنی‌دار تلقی می‌شد که بحث در مورد وجه وجودی مهرهٔ فیل در بازی شطرنج. در برنامهٔ صورتگرایی هیلبرت نیز شیئی بودن خاصی متوجه مفاهیم ریاضی نبود و فقط رفتار اشیای ریاضی در چارچوب اصول موضوع نباید به ناسازگاری منطقی منجر می‌شد.

۲- علی‌رغم مواجه شدن با قضیهٔ دوم ناتمامیت گودل که رؤیای اثبات سازگاری ریاضیات در چارچوب برنامهٔ هیلبرت را بر باد داد، مشکل بتوان موردی از یک مکتب فلسفی در تاریخ علم یافت که در حد این برنامه بر علم مربوط اثرگذار بوده باشد. علاوه بر نقش مهم آن در پدید آوردن منطق ریاضی و بررسی‌های نظری علم محاسبه، چهرهٔ غالب ریاضیات امروز ساختهٔ برنامهٔ هیلبرت است. پذیرش عمومی روش اصل موضوعی و قراردادن نظریهٔ مجموعه‌ها به‌عنوان یک جایگاه منعطف و مجازی در خلأ ایجادشده در پی بریدن از هستی‌شناسی علوم طبیعی، هر دو میراث این برنامه هستند. جنبش بورباکی در فرانسه که مفهوم

^۱ مقصود مثلاً تعریف‌های ددکیندا از دستگاه‌های جبری مانند ایدال در پیوست در سنامهٔ دیریکله در نظریهٔ اعداد، و تعریف دقیق او از مجموعهٔ اعداد حقیقی به‌جای توسل به شهود هندسی-فیزیکی خط راست است. دیدگاه‌های فلسفی ددکیندا و شرح ریاضیاتی کار او در کتاب کوچک زیر که مشتمل بر دو مقاله معروف از او است، آمده است:

Dedekind, R., *Essays on the Theory of Numbers*, Dover, New York, 1963.

^۲ سخنرانی سال ۱۸۵۴ ریمان در دانشگاه گوتینگن. چند ترجمهٔ انگلیسی از این سخنرانی موجود است، از جمله در جلد دوم کتاب زیر:

Spivak, M., *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, 3rd. edn., Publish or Perish, Houston, 1999.

ساختار و ساختارگرایی در ریاضی را سال‌ها قبل از ورود این مفاهیم به فلسفه ریاضی جدید مطرح ساخت نیز یک جریان نشئت گرفته از برنامه هیلبرت بود. از نگاه تاریخی، شاید امید هیلبرت به اثباتی درونی برای سازگاری ریاضیات بیش از حد جسورانه و خوشبینانه می‌نمود؛ امروزه عامه ریاضی‌ورزان با سازگاری ریاضیات به‌سان یک باور تجربی کنار آمده‌اند. همان‌طور که پیشتر نیز اشاره کردیم، مکتب‌های امروزی فلسفه ریاضی نیز به‌طور کامل (و جزمی‌تر از ریاضی‌ورزان) توصیف نظریه مجموعه‌ای و صورت‌گرایانه از ریاضیات را عملاً مرجع قرار داده‌اند. این اقدام تناقضی ایدئولوژیک در بر دارد، زیرا صورت‌گرایی هرگونه بحث وجودی در مورد هویت اشیای ریاضی را عبث می‌داند، حال آنکه مکتب‌های معاصر هر یک به شیوه‌ای پیگیر احیای هستی‌شناسی در فلسفه ریاضی هستند.

۳- به جرأت می‌توان گفت که یک گسست کامل میان دغدغه‌های سه مکتب سخت اوایل قرن بیستم و دل‌بستگی‌های مکتب‌های نرم معاصر وجود دارد. این دگرگونی ربطی به تحولات درون ریاضیات ندارد. البته شاید امروز ریاضیات دورانی آرام‌تر و به تعبیر توماس کیون^۱ یک دوره علم‌هنجاری^۲ را می‌گذراند. به‌زعم بعضی، در حال حاضر مسائل فلسفی ریاضیات آن‌قدر عاجل به نظر نمی‌رسند که توجه ریاضی‌ورزان را به خود جلب کنند.^۳ به هر صورت مکاتب نرم از این وضعیت استفاده کرده و به مسائلی می‌پردازند که با ذات‌فلاسفه سازگارتر است. نکته جالب اینجاست که علی‌رغم پذیرفتن صورت هیلبرتی ریاضیات، فلاسفه معاصر در سلايق فلسفی‌شان عملاً متمایل به قالب‌های تفکر فلسفه زبان راسل و فرگه هستند نه فلسفه ریاضی هیلبرت.

غرض از بحث بالا اشاره به این است که در تضاد با مسیر تاریخی فلسفه ریاضی، اکثر دست‌اندرکاران فلسفه ریاضی امروز، نقشی پررنگ برای هستی‌شناسی قائل هستند. دیدگاهی متفاوت در نظرات مستقل یک فیلسوف، استیون یابلو، و یک ریاضیدان معاصر، یوری مانین، یافت می‌شود که می‌توان از آنها به افسانه‌گرایی هرمنوتیک یاد کرد. این دو به‌جای اینکه صورت ظاهر احکام ریاضی را جمله‌های خبری در مورد اشیای ریاضی قلمداد کنند، این احکام را به‌صورت استعاری تعبیر می‌کنند. یابلو تأکید دارد که هرگاه اثری از استعاره در یک جمله وجود داشته باشد، نباید برای آن جمله تعهد هستی‌شناختی قائل شد [۲۷].

^۳ این ادعا جای بحث دارد. شاید بیش از آنکه دغدغه‌های فلسفی اوایل قرن بیستم به سرانجام رضایت‌بخشی رسیده باشند، بررسی فلسفی آنها به بن‌بست رسیده و موضوع رها شده است. برای مثال، از آنجا که استدلالی پیشینی برای سازگاری ریاضیات رایج وجود ندارد، باور ما به سازگاری مفهوم‌های کم متصل یا بینهایت بالفعل، نه‌تنها پایه تجربی ندارد، بلکه همچنان فاقد پشتوانه منطقی است. قابل تصور است که با پیشرفت استفاده از رایانه در ریاضیات، این نوع مفاهیم تدریجاً به حاشیه کشانده شوند و فلسفه‌های ساختی ریاضی جایگاه غالب فعلی صورت‌گرایی را اشغال کنند. مورد دیگر، این سؤال فلسفی-بنیادی است: ساختار فعلی منطق ریاضی که قرار بود مدل تفکر ریاضی باشد تا چه حد در پاسخ دادن به هدف‌های اولیه موفقیت‌آمیز بوده است و چه چشم‌اندازی برای تحوّل و اصلاح احتمالی آن وجود دارد؟ این نوع سؤال خیلی کمتر از پژوهش در درون منطق ریاضی مورد توجه قرار گرفته است. شایان ذکر است که مکتب‌های فلسفه ریاضی معاصر هیچ‌گونه موضعی در قبال این‌گونه مسائل نمی‌گیرند یا توجهی به آنها ندارند.

او بیشتر جمله‌های ریاضی را از این سنخ می‌پندارد و با نتیجه‌گیری‌های هستی‌شناختی دربارهٔ آنها موافق نیست. در مقابل، گفته شده است که محتوای هر جمله استعاری فقط با ارجاع به یک جمله متناظر خالی از استعاره معلوم می‌شود. البته می‌توان پاسخ داد که جمله متناظر لازم نیست لزوماً به شکلی باشد که تعهد هستی‌شناختی را ایجاد کند. مثال معروفی از کتاب والتن [۲۶] که بارها مورد استفاده قرار گرفته است، هرچند ارتباطی مستقیم با ریاضیات ندارد، این جمله است: «شهر کروتونه^۱ در قوس چکمه ایتالیا قرار دارد.» استدلال می‌شود که گرچه این جمله بلادرنگ معنی مورد نظر را به کسی که با نقشه ایتالیا آشنا باشد آشکار می‌سازد، لیکن درک معنی جمله واقعاً وابسته به آشنایی با شکل چکمه‌گون نقشه کشور ایتالیا و شناخت ارجاع کلمه قوس است و این جمله استعاری فقط صورت اختصاری این اطلاعات جغرافیایی است. ادعا می‌شود که در چارچوب بحث علمی و ریاضی، استعاره ممکن است در بخش توصیف^۲ موفق باشد ولی معلوم نیست که در کار تبیین^۳ که جزء مهم دیگری از فرآیند علمی است، به کار آید (به [۸]، صفحه ۸۰، نگاه کنید). به نظر می‌رسد نگاه مانین به نقش گسترده استعاره در ریاضیات، علوم طبیعی و زبان طبیعی، پاسخی تند به این‌گونه تردیدها باشد. علی‌الاصول مانین به کل ارتباط ما با جهان در چارچوب نمایش زبانی می‌نگرد و زبان طبیعی را هم نوعی فرآیند استعاری تلقی می‌کند. بدین ترتیب، گذر از یک توصیف به توصیفی دیگر، فقط یک تغییر چارچوب استعاری است، نه گذر از استعاره به واقعیت. بیان شناخت از واقعیت با زبان پیوند دارد؛ بنابراین همواره حاوی استعاره است.

زبان طبیعی و زبان ریاضی هر یک نقاط قوت و ضعف نسبی خود را دارند. زبان ریاضی به سبب دارا بودن نحو^۴ قوی و دقیق، امکان محاسبه، جبر، پیاده‌سازی الگوریتم و کلاً آنچه را که مانین به استعاره «برون‌سپاری تفکر» می‌نامد، فراهم می‌سازد. زبان طبیعی که گسترده‌تر از زبان ریاضی است، دقت نحوی زبان ریاضی را ندارد و از این رو مناسب به‌کارگیری در توصیف روابط دقیق علمی نیست ولی از سوی دیگر، به سبب وسعت میدان، کارایی استعاری بیشتری از زبان ریاضی دارد و لذا همچنان در گفتمان علمی و ریاضی نقشی مؤثر ایفا می‌کند.

آثار مانین دربارهٔ فلسفه ریاضی [۱۳] به ویژه در مورد نقش کارساز زبان ریاضی به‌عنوان واسطه استعاری در گذر از پدیده‌های فیزیکی به محاسبه، حاوی بینش‌های غز و بدیعی است که سزاوار توجه بیشتر هم از سوی ریاضیدانان و فیزیکدانان و هم از سوی فلاسفه است. او معتقد است که نقش واقعی نظریه مجموعه‌ها از نظر تاریخی، ایجاد نوعی بستر هندسی مجازی و منعطف است که غنای استعاری نامحدودی برای گفتمان علمی پدید می‌آورد. این دیدگاه در تضاد با نگاه جزمی به نظریه مجموعه‌ها به‌سان «مبانی» قطعی ریاضیات است. مانین ادعای ارائه یک دیدگاه جامع و مدون را در فلسفه ریاضی ندارد ولی افکار او می‌تواند باعث احیای توجه به این معرفت‌فراموش شده باشد.

^۱Crotone ^۲description ^۳explanation ^۴syntax

سپاسگزاری: نسخه اول مقاله را آقای دکتر کاوه لاجوردی بررسی کردند که بیشتر نظراتشان لحاظ شد. نسخه بعدی را آقایان دکتر محمد اردشیر و دکتر حمید وحید مورد بازبینی قرار دادند که سعی شد نکات مورد اشاره‌شان در حد امکان رعایت شود. نویسنده از این دوستان بسیار سپاسگزار است.

یادداشت درباره نقل قول‌های آغاز مقاله: قول اول از صفحه ۳۱۵ بخش «سخنان پیکاسو» در کتاب زیر نقل شده است:
The Arts, vol. 3, Marius de Zayas, New York, 1923.

دومی از متن سخنرانی مانین در کنگره بین‌المللی ریاضیدانان، کیوتو-ژاپن در سال ۱۹۹۰ با عنوان

Mathematics as Metaphor

انتخاب شده است. این متن در [۱۳] تجدید چاپ شده است. نقل سوم برگزیده از صفحه ۴۴۳ کتاب

Mac Lane, S., *Mathematics: Form and Function*, Springer-Verlag, New York, 1986

است. در جمله نقل‌شده، واژه درست در برابر correct و واژه صادق در برابر true به‌کار رفته است. قول آخر هم از مقاله

Philosophical Arguments

نوشته گیلبرت رایل گزینش شده که در مجموعه زیر آمده است:

Ayer, A. (ed.), *Logical Positivism*, The Free Press, New York, 1959.

مراجع

- [1] Azzouni, J., *Deflating Existential Consequence*, Oxford University Press, Oxford, 2004.
- [2] Balaguer, M., *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 1998.
- [3] Benacerraf, P., Mathematical truth, *Journal of Philosophy*, **70** (1973), 661–679. Reprinted in [4] and [11].
- [4] Benacerraf, P., Putnam, H. (eds.), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, 2nd edn., Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1983.
- [5] Bueno, O., Mathematical fictionalism, in *New Waves in Philosophy of Mathematics* (eds. Bueno, O., Linnebo, Ø.), Palgrave Macmillan, New York, 2009.
- [6] Bunge, M., Moderate mathematical fictionalism, in *Philosophy of Mathematics Today* (eds. Agazzi, E., Darvas G.), Kluwer, Dordrecht, 1997.
- [7] Carnap, R., Empiricism, semantics and ontology, in *Meaning and Necessity*, 2nd. edn., University of Chicago Press, Chicago, 1956. Reprinted in [4].
- [8] Colyvan, M., *An Introduction to the Philosophy of Mathematics*, University of Sydney, Sydney, 2011.
- [9] Field, H., *Science without Numbers*, Blackwell, Oxford, 1980.

- [10] ———, *Realism, Mathematics and Modality*, Blackwell, Oxford, 1989.
- [11] Hart, W. (ed.), *The Philosophy of Mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 1996.
- [12] Leng, M., *Mathematics and Reality*, Oxford University Press, Oxford, 2010.
- [13] Manin, Y., *Mathematics as Metaphor: Selected Essays*, Amer. Math. Soc., Providence, 2007.
- [14] Melia, J., Weasling away the indispensability argument, *Mind*, **109** (2000), 455–479.
- [15] Mycielski, J., Russell's Paradox and Hilbert's (much Forgotten) View of Set Theory, in *One Hundred Years of Russell's Paradox* (ed. Link, G.), de Gruyter, Berlin, 2004.
- [16] Papineau, D., Mathematical fictionalism, *International Studies in the Philosophy of Science*, **2** (1988), 151–174.
- [17] Putnam, H., *Philosophy of Logic*, Harper, New York, 1971.
- [18] ———, What is mathematical truth, *Historia Mathematica*, **2** (1975), 529–533.
- [19] Quine, W., Two dogmas of empiricism, *Philosophical Review*, **60** (1951), 20–43. Reprinted in [11].
- ترجمه فارسی: «دو حکم جزمی تجربه‌گرایی»، منوچهر بدیعی، ارغنون، شماره ۷ و ۸ (پائیز و زمستان ۱۳۷۴)، ۲۵۱–۲۷۸.
- [20] Resnik, M., Quine and the web of belief, in [22], 412–436.
- [21] Rosen, G., Modal fictionalism, *Mind*, **99** (1990), 327–354.
- [22] Shapiro, S. (ed.), *The Oxford Handbook of the Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Oxford, 2005.
- [23] Tait, W., Truth and proof: The Platonism of mathematics, *Synthese*, **69** (1986), 341–370. Reprinted in [11].
- [24] Thomasson, Amie L., *Fiction and Metaphysics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999.
- [25] van Fraassen, B., *The Scientific Image*, Clarendon, Oxford, 1980.
- [26] Walton, Kendall L., Metaphor and prop oriented make-believe, *European Journal of Philosophy*, **1** (1993), 39–57.
- [27] Yablo, S., Does ontology rest on a mistake, *Aristotelian Society, Supplementary Volume*, **72** (1998), 229–261.
- [۲۸] وحید، حمید، گرایش‌های موجود در فلسفه ریاضیات، نشر ریاضی، سال ۱۰، شماره ۲ (۱۳۷۸)، ۷–۲۰.