

## دشوارترین معمای منطقی همه دورانها\*

جرج بولس

مترجم: احسان ممتحن

### ۱. سرآغاز

چند سال پیش ریموند اسمولیان، منطق‌دان و استاد معما، مسئله‌ای طرح کرد که من هیچ رقیبی برای آن در کسب عنوان دشوارترین معمای منطقی همه دورانها، نمی‌شناسم. در این مقاله، معما را شرح می‌دهیم، حلی برای آن ارائه می‌کنیم و آن‌گاه به اختصار، یکی از جالب‌توجه‌ترین جنبه‌های آن را مورد بحث قرار می‌دهیم.

معما این است که سه ایزدانوی  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیبی، صدق، کذب و تصادف نامیده شده‌اند. صدق همیشه صادقانه سخن می‌گوید، کذب همیشه سخنانش کذب است و اینکه تصادف، صادقانه یا کاذبانه سخن بگوید، کاملاً تصادفی است. وظیفه شما این است که هویت  $A$ ،  $B$  و  $C$  را با سه سؤال بله-خیر<sup>۱</sup> روشن سازید. هر سؤال باید دقیقاً از یکی از ایزدان پرسیده شود. ایزدان زبان می‌دانند اما به همه سؤال‌ها به زبان خودشان پاسخ خواهند داد که در آن، واژگان مترادف «بله» و «خیر» به ترتیبی عبارت‌اند از «دا» و «ها» و البته شما نمی‌دانید که کدام واژه، کدام معنی را در بردارد.<sup>۲</sup> پیش از آنکه پاسخ تا حدی طولانی این معما را ارائه دهم، بگذارید پاسخ برخی از سؤال‌هایی را که گهگاه درباره این معما مطرح می‌شود، بیان کنم:

---

عبارات و کلمات کلیدی. منطق ریاضی؛ معماهای ریاضی؛ صدق و کذب؛ ریموند اسمولیان.

\* نام و نشان مقاله اصلی از این قرار است:

Boolos, G., The hardest logic puzzle ever, *The Harvard Review of Philosophy*, spring 1996, 62–65.

<sup>۱</sup> منظور از سؤال بله-خیر، سؤالی است که پاسخ آن تنها یکی از دو کلمه «بله» و «خیر» باشد.

<sup>۲</sup> این گره آخر را که واژه‌های ایزدان برای کلمات «بله» و «خیر» کدام یک است، جان مکاری (John McCarthy)، دانشمند علوم رایانه به معما افزوده است.

- محتمل است ایزدبانویی بیش از یک بار مورد سؤال واقع شود (و لذا محتمل است از یکی از ایزدبانوها اصلاً سؤالی پرسیده نشود).
- اینکه دومین سؤال چیست و خطاب به کدام ایزدبانو مطرح می‌شود، ممکن است به پاسخ سؤال اول بستگی داشته باشد (و البته چنین است در مورد سؤال سوم).
- منظور از اینکه تصادف صادقانه یا کاذبانه سخن می‌گوید، این است که صدق و کذب سخن او به نتیجه پرتاب سکه‌ای خیالی در ذهنش بستگی دارد: اگر نتیجه پرتاب سکه شیر باشد، صادقانه سخن می‌گوید و اگر خط باشد، کاذبانه.
- تصادف برای هر سؤال بله-خیری که پرسیده شود، پاسخ خواهد داد «دا» یا «ها».

## ۲. طرح سه معما

پیش از حل کردن دشوارترین معمای منطقی همه دوران‌ها، سه معمای مرتبط با آن اما به مراتب، ساده‌تر را مطرح و حل می‌کنیم. سپس ایده حل آنها را با هم ترکیب می‌کنیم تا دشوارترین معمای منطقی همه دوران‌ها حل شود. دو معمای آخر، از نوعی هستند که ممکن است برای خواننده کاملاً آشنا باشند اما نخستین معما معروف نیست (در واقع نگارنده آن را ضمن اندیشیدن به دشوارترین معمای منطقی همه دوران‌ها ابداع کرده است).

**معمای ۱:** دو آس و یک سرباز را ضمن توجه به مکان‌های آنها، در یک ردیف و پشت‌به‌رو، روی میزی می‌گذارم. شما نمی‌بینید که کدام ورق کجا قرار گرفته است. مسئله این است که به یکی از سه ورق اشاره کنید و از من تنها یک سؤال بله-خیر بپرسید و با توجه به پاسخ من، با اطمینان، آس را شناسایی کنید. اگر به یکی از آس‌ها اشاره کنید، من سؤال شما را صادقانه پاسخ خواهم گفت. اما اگر به سرباز اشاره کنید، به سؤال شما کاملاً از روی تصادف، «بله» یا «خیر» پاسخ خواهم داد.

**معمای ۲:** فرض کنیم به طریقی، فهمیده باشید که طرف سخن شما تصادف نیست، بلکه صدق یا کذب است و البته نمی‌دانید کدام یک هستند. هر ایزدبانویی که با او در حال سخن گفتن هستید، شما را با پاسخ به زبان فارسی مفتخر می‌سازد. به دلیلی، می‌خواهید بدانید که آیا دوشنبه در قرقیزستان قرار دارد یا نه. چه سؤال بله-خیری می‌توانید از این ایزدبانو بپرسید که از جوابش بتوانید مشخص کنید که دوشنبه در قرقیزستان است یا نه؟

**معمای ۳:** اکنون کاملاً مطمئن، در حال صحبت کردن با صدق هستید اما او از پاسخ دادن به زبان فارسی امتناع خواهد کرد و تنها «دا» یا «ها» خواهد گفت. چه تک سؤال بله-خیری می‌توانید بپرسید تا معلوم کنید که دوشنبه در قرقیزستان است یا نه؟

### ۳. حل این سه معما

پاسخ معمای ۱ از این قرار است: به ورق وسطی اشاره کنید و بپرسید «آیا ورق سمت چپ آس است؟» اگر جواب دهم «بله»، ورق سمت چپ را انتخاب کنید؛ اگر جواب بدهم «خیر»، ورق سمت راست را انتخاب کنید. ورق وسطی آس باشد یا نباشد، مطمئن باشید با انتخاب ورق سمت چپ در صورت شنیدن پاسخ «بله» از من و انتخاب ورق سمت راست در صورت شنیدن پاسخ «خیر»، آس را پیدا می‌کنید. دلیلش این است که اگر ورق وسطی آس باشد، پاسخ من صادقانه است و لذا اگر بگویم «بله»، ورق سمت چپ آس است و اگر بگویم «خیر»، ورق سمت راست آس است. اما اگر ورق وسطی سرباز باشد، آن‌گاه هر دو ورق دیگر آس هستند و مجدداً اگر بگویم «بله»، ورق سمت چپ آس است (و همچنین ورق سمت راست اما ربطی به این نتیجه ندارد) و اگر بگویم «خیر»، ورق سمت راست آس است (و همچنین ورق سمت چپ اما باز ربطی به این نتیجه ندارد).

برای حل معماهای ۲ و ۳، از ادات اگر و تنها اگر استفاده خواهیم کرد. کاربرد ادات اگر و تنها اگر در منطق این گونه است که وقتی اگر و تنها اگر را بین دو جمله که هر دو صادق یا هر دو کاذب هستند قرار می‌دهیم، جمله‌ای به دست می‌آوریم که صادق است اما وقتی آن را میان یک جمله صادق و یک جمله کاذب می‌گذاریم، جمله‌ای کاذب به دست می‌آید. برای مثال، «ماه از پنیر ساخته شده است اگر و تنها اگر رُم در روسیه است» یک جمله صادق است، زیرا «ماه از پنیر ساخته شده است» و «رُم در روسیه است» هر دو کاذب‌اند. اما «ماه از پنیر ساخته شده است اگر و تنها اگر رُم در ایتالیا است» و «ماه فاقد هوا است اگر و تنها اگر رُم در روسیه است» کاذب‌اند. با وجود این، «ماه فاقد هوا است اگر و تنها اگر رُم در ایتالیا است» صادق است (قاعده‌های صدق ادات اگر و تنها اگر ربطی به علل، تبیین‌ها یا قوانین طبیعت ندارد).

برای حل معمای ۲، از ایزدبانو نه سؤال ساده «آیا دوشنبه در قرقیزستان است؟»، بلکه سؤال پیچیده‌تر «آیا تو صدق هستی اگر و تنها اگر دوشنبه در قرقیزستان است؟» را بپرسید. در این صورت (در غیاب هرگونه آگاهی از دانش جغرافیا) چهار امکان وجود دارد:

- (۱) ایزدبانو صدق است و دوشنبه در قرقیزستان است. در این صورت پاسخ «بله» می‌شنوید؛
- (۲) ایزدبانو صدق است و دوشنبه در قرقیزستان نیست. این بار پاسخ «خیر» می‌شنوید؛
- (۳) ایزدبانو کذب است و دوشنبه در قرقیزستان است. پاسخ «بله» دریافت می‌کنید، زیرا تنها یک جمله صادق است و بنابراین پاسخ صحیح «خیر» است و ایزدبانو که کذب است، کاذبانه می‌گوید «بله»؛
- (۴) ایزدبانو کذب است و دوشنبه در قرقیزستان است. در این حالت آخر، پاسخ «خیر» دریافت می‌کنید، زیرا هر دو جمله کاذب است. پاسخ درست، «بله» است و ایزدبانوی کذب، کاذبانه می‌گوید «خیر».

پس صرف نظر از اینکه با کدام یک از صدق یا کذب در حال صحبت هستید، اگر دوشنبه در قرقیزستان باشد، یک پاسخ «بله» به این سؤال پیچیده دریافت می‌کنید و اگر چنین نباشد، یک پاسخ «خیر». با توجه به پاسخ پرسش پیچیده، می‌توانید بفهمید که دوشنبه در قرقیزستان است یا نه. نکته قابل توجه این است که اگر شما از ایزدبانوی صدق یا کذب بپرسید «آیا تو صدق هستی اگر و تنها اگر  $X$ ؟» و جواب را به زبان فارسی دریافت کنید، صرف نظر از اینکه با کدام یک از این دو در حال حرف زدن باشید، اگر  $X$  صادق باشد، پاسخ «بله» دریافت خواهید کرد و اگر  $X$  کاذب باشد، پاسخ «خیر».

جواب معمای ۳ کاملاً مشابه است: از صدق نپرسید که «آیا دوشنبه در قرقیزستان است؟»، بلکه بپرسید «آیا 'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر دوشنبه در قرقیزستان است؟» دوباره چهار امکان وجود دارد:

- (۱) «دا» یعنی «بله» و دوشنبه در قرقیزستان است. در این صورت صدق می‌گوید «دا»؛
- (۲) «دا» به معنای «بله» است و دوشنبه در قرقیزستان نیست. در این صورت صدق می‌گوید «ها» (یعنی خیر)؛
- (۳) «دا» به معنای «خیر» است و دوشنبه در قرقیزستان است. در این صورت صدق می‌گوید «دا» (یعنی خیر)؛
- (۴) «دا» به معنای «خیر» است و دوشنبه در قرقیزستان نیست. در این صورت هر دو جمله کاذب‌اند و لذا جمله «'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر دوشنبه در قرقیزستان است» صادق است. پس پاسخ درست سؤال ما (به فارسی)، «بله» است و بنابراین صدق می‌گوید «ها».

پس صرف نظر از اینکه «دا» و «ها» کدام یک به معنای «بله» است و کدام یک به معنای «خیر»، اگر دوشنبه در قرقیزستان باشد، پاسخ «دا» دریافت می‌کنید و اگر در قرقیزستان نباشد، پاسخ «ها».

این بار نکته این است که اگر شما از صدق بپرسید: «آیا 'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر  $Y$ ؟»، آن‌گاه صرف نظر از اینکه «دا» و «ها» هر کدام چه معنایی دارد، اگر  $Y$  صادق باشد، پاسخ «دا» دریافت می‌کنید و اگر  $Y$  کاذب باشد، پاسخ «ها».

با تلفیق این دو نکته، می‌بینیم که اگر از یکی از صدق و کذب (که باز فرض می‌گیریم که تنها «دا» یا «ها» پاسخ می‌دهند)، پرسش خیلی پیچیده «آیا 'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر 'تو صدق هستی اگر و تنها اگر  $X$ ؟» را بپرسید، آن‌گاه صرف نظر از اینکه طرف صحبت شما ایزدبانوی صدق یا ایزدبانوی کذب باشد و صرف نظر از معنای «دا» و «ها»، اگر  $X$  صادق باشد، پاسخ «دا» و اگر  $X$  کاذب باشد، پاسخ «ها» دریافت خواهید کرد. اکنون می‌توانیم دشوارترین معمای منطقی همه دوران‌ها را حل کنیم.

## ۴. حل دشوارترین معمای منطقی همه دوران‌ها

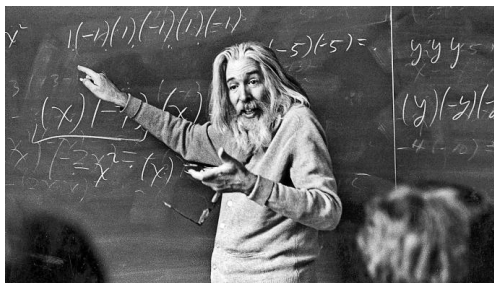
نخستین اقدام شما باید یافتن ایزدبانویی باشد که مطمئناً تصادف است نه صدق یا کذب. برای این کار، رو به  $A$  کرده و سؤال اول را بپرسید: «آیا 'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر 'تو صدق هستی اگر و تنها اگر  $B$  تصادف است؟» اگر  $A$  صدق یا کذب باشد و شما جواب «دا» دریافت کنید، آن‌گاه چنان‌که دیدیم،  $B$  تصادف است و بنابراین  $C$  یا صدق است یا کذب. اما اگر  $A$  صدق یا کذب باشد و شما پاسخ «ها» دریافت کنید، آن‌گاه  $B$  تصادف نیست و بنابراین  $B$  یا صدق است یا کذب. اما اگر  $A$  تصادف باشد چه می‌شود؟ اگر  $A$  تصادف باشد، آن‌گاه  $B$  و  $C$  هیچ‌کدام تصادف نیستند. پس اگر  $A$  تصادف باشد و پاسخ «دا» دریافت کنید،  $C$  تصادف نیست ( $B$  هم نیست اما ربطی به این بحث ندارد) و بنابراین یا صدق یا کذب است و اگر پاسخ «ها» دریافت کنید،  $B$  تصادف نیست ( $C$  هم نیست اما باز ربطی به این بحث ندارد) و بنابراین  $B$  یا صدق است یا کذب. بنابراین صرف‌نظر از اینکه  $A$  صدق، کذب یا تصادف باشد، اگر به سؤال اول پاسخ «دا» دریافت داشتید،  $C$  یا صدق است یا کذب و اگر جواب «ها» گرفتید،  $B$  یا صدق است یا کذب.

اکنون رو به یکی از ایزدبانوان  $B$  و  $C$  کنید که متوجه شده‌اید صدق است یا کذب. بیاید فرض کنیم با  $B$  طرف هستیم - اگر با  $C$  طرف بودیم، فقط نام‌های  $B$  و  $C$  را در آنچه به دنبال می‌آید، جابه‌جا کنید - و سؤال دوم را بپرسید: «آیا 'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر رم در ایتالیا است؟» صدق جواب خواهد داد «دا» و کذب پاسخ خواهد داد «ها». پس با دو پرسش، روشن ساخته‌اید که  $B$  صدق است یا کذب. برای پرسش سوم و آخر، دوباره رو کنید به  $B$  که می‌دانید صدق است یا کذب و سؤال سوم را بپرسید: «آیا 'دا' به معنای 'بله' است اگر و تنها اگر  $A$  تصادف است؟» فرض کنیم  $B$  صادق است. در این صورت پاسخ «دا» را دریافت خواهید کرد و لذا  $A$  تصادف است. بنابراین  $A$  تصادف است،  $B$  صدق است و  $C$  کذب است و خلاص؛ اما اگر پاسخ «ها» گرفتید، آن‌گاه  $A$  تصادف نیست. پس  $A$  کذب است،  $B$  صدق است و  $C$  تصادف است و دوباره خلاص. گیریم  $B$  کذب باشد. در این صورت اگر جواب «دا» بگیرید، آن‌وقت چون  $B$  کاذبانه سخن می‌گوید،  $A$  تصادف نیست و بنابراین  $A$  صدق است،  $B$  کذب است و  $C$  تصادف است و خلاص؛ اما اگر پاسخ «ها» دریافت کردید، آن‌گاه  $A$  تصادف است و بنابراین  $B$  کذب است و  $C$  صدق است و دوباره کارمان به پایان می‌رسد.

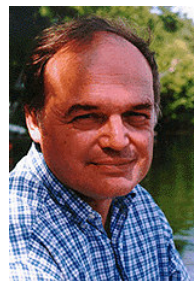
خوب! وقتی می‌گفتم این معما دشوار است، سختم از سر کذب یا تصادف نبود، این طور نیست؟ تذکری درباره دشوارترین معمای همه دوران‌ها: قانونی از منطق وجود دارد به نام قانون طرد شق ثالث که بنابر آن، به‌ازای هر گزاره مانند  $X$ ، یا  $X$  صادق است یا 'چنین نیست که  $X$ ' صادق است (قانون امتناع تقیضین می‌گوید دو گزاره  $X$  و 'چنین نیست که  $X$ ' هر دو با هم صادق نیستند). ریاضیدانان و فیلسوفان گهگاه به اعتبار منطقی قانون طرد شق ثالث تاخته‌اند. نمی‌توانیم امیدوار باشیم که این مجادله

اینجا حل شود اما می‌توان مشاهده کرد که در حلی که برای معمای ۱ ارائه کردیم، دقیقاً هنگامی که گفتیم «ورق وسطی آس باشد یا نباشد...»، از قاعده طرد شقّ ثالث استفاده‌ی اساسی کردیم. از دشوارترین معمای منطقی همه‌ی دوران‌ها و حتی به نحوی سراسرتر، از معمای ۱ آشکار می‌شود که اگر قرار بود استفاده از قانون طرد شقّ ثالث را مردود بدانیم، از سنجش امکان‌های گوناگون حتی در زندگی روزمره، درمی‌ماندیم. راستی! دوشنبه در تاجیکستان است، نه در قرقیزستان!

**یادداشت مترجم:** جرج بولس<sup>۱</sup> (۱۹۴۰-۱۹۹۶) از فیلسوفان و منطق‌دانان زبده‌ی روزگار ما بود. او دانشجوی دکتری هیلری پاتنم<sup>۲</sup> بود و سال‌ها در ام. آی. تی به تدریس اشتغال داشت. او نخستین دانش‌آموخته‌ی مقطع دکتری در رشته‌ی فلسفه از این دانشگاه نیز بود. بولس خطیبی جذاب بود که به‌ویژه به‌سبب ارائه‌ی اثباتی آسان برای قضیه‌ی ناتمامیت گودل، شهرت یافت. او علاقه‌ای جدی به همه‌ی انواع معماها داشت. یک بار در سال ۱۹۹۳ به دور پایانی مسابقات جدول کلمات متقاطع تایمز رسید و امتیازی که به‌دست آورد، از بالاترین امتیازاتی است که تاکنون توسط یک آمریکایی اخذ شده است. مقاله‌ای که می‌خوانید یکی از مقالات کمتر فنی بولس است که در پاسخ به معمایی از ریموند اسمولیان<sup>۳</sup> به رشته‌ی تحریر درآمده است. ریموند اسمولیان (۱۹۱۹-۲۰۱۷) منطق‌دان، ریاضیدان، استاد طرح معماهای منطقی و نوازنده‌ی ماهر پیانو بود. نوشته‌های درسی او درباره‌ی قضیه‌های گودل در فهم بهتر این قضیه‌ها نقش داشته‌اند. او باور داشت که قضیه‌ی تارسکی به‌مراتب از قضیه‌ی ناتمامیت گودل جذاب‌تر است به‌ویژه که اثباتی آسان‌تر هم دارد و به همان اندازه به‌لحاظ فلسفی، تفکربرانگیز است. از اسمولیان کتاب‌های فوق‌العاده‌ای، هم در حوزه‌ی سرگرمی و معما و هم در حوزه‌ی کتب دانشگاهی، منتشر شده است. مارتین گاردنر<sup>۴</sup> از دوستان نزدیک ریموند اسمولیان بود.



ریموند اسمولیان



جرج بولس

احسان ممتحن: دانشگاه یاسوج، دانشکده‌ی علوم پایه، گروه ریاضی

رایانامه: e-momtahan@yu.ac.ir