

ریاضیدانی مقدماتی-اندیش*

امیدعلی شهنی کرمزاده

تقدیم به جان هورتُن کان‌وی، مقدماتی-اندیش‌ترین نابغه ریاضی روزگار ما

مترجم: احسان ممتحن

چکیده

جان هورتُن کان‌وی، ریاضیدان نامبردار انگلیسی در یازدهم آوریل ۲۰۲۰ در سن ۸۲ سالگی درگذشت. علت مرگ او ابتلا به کووید-۱۹ تشخیص داده شد. مجلهٔ متمتیکال اینتلیجنسر که کان‌وی یکی از نویسندگان پُر و پا قرص آن بود، به مناسبت درگذشت او در تدارک تهیهٔ یک ویژه‌نامه است و به این مناسبت، از شماری از ریاضیدانان جهت ارائهٔ مقاله برای این ویژه‌نامه دعوت شده است. در همین راستا و به دلیل مقاله‌هایی که آقای دکتر امیدعلی شهنی کرمزاده اخیراً در مجلهٔ متمتیکال اینتلیجنسر دربارهٔ بعضی از آثار کان‌وی به چاپ رسانده است، از وی نیز دعوت به عمل آمده است. به سبب مقام شامخ کان‌وی در عالم ریاضیات، هیئت تحریریهٔ مجلهٔ فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی تصمیم گرفت که بخشی از مقالهٔ مذکور را در این شماره به چاپ رساند. با سپاس از آقای دکتر کرمزاده برای در اختیار گذاشتن مقالهٔ مدعو [۱۲] و موافقت جهت انتشار پاره‌ای از آن.

این واژه‌ها را از آن رو برای تقدیم‌نامه‌ام برگزیده‌ام، و به‌ویژه عبارت «مقدماتی-اندیش» را در آن گنجانده‌ام که ترکیب این واژه‌ها به نحوی برازنده، جان کان‌وی را به‌سان ریاضیدانی «تکرار نشدنی» توصیف می‌کند. به واقع، او برای من چنین ریاضیدانی بود.

* نام و نشان مقالهٔ اصلی از این قرار است:

Karamzadeh, O. A. S., An elementary-minded mathematician, To appear in the special issue of *The Mathematical Intelligencer* (Conway issue), June 2021.

من کان‌وی را شخصاً نمی‌شناختم. ما حتی یک ایمیل هم با هم رد و بدل نکردیم. تنها تجربه‌های مشترکی که من و او داشتیم، شرکت در کنگره ریاضیدانان در هلستینکی در سال ۱۹۷۸ و کنگره زوریخ در سال ۱۹۹۴ بود. در هر دوی این کنگره‌ها، من شرکت‌کننده‌ای عادی و او ریاضیدانی مدعو بود. به‌ویژه در سال ۱۹۹۴، او سخنران اصلی کنگره بود. شوربختانه به سخنرانی ۴۵ دقیقه‌ای‌اش در سال ۱۹۷۸ نرسیدم اما خوشبختانه شانزده سال بعد، در سخنرانی او درباره گره‌بندی، مشبکه‌ها و گدها، جزو حضار بودم. در طول این سخنرانی جذّاب، کان‌وی بالا و پایین می‌پرید، از خنده روده‌برمان می‌کرد و به یکباره نکته و شگردی ریاضی را از آستینش بیرون می‌آورد که هیچ‌یک از حضار (دست‌کم من) به هیچ‌وجه انتظارش را نداشتیم. پس از پایان سخنرانی، حضار برایش کفی مرتب و طولانی زدند. پشتک و وارویی که قبل از ترک صحنه سخنرانی زد، حضار را برانگیخت تا تشویق و کف‌زدن‌هایشان را تا مدت‌ها ایستاده ادامه دهند. برایم مطلقاً بی‌سابقه بود! سخنرانی‌اش نه تنها محشر و شگفت‌انگیز، که نمایشی بود دیدنی و رنگارنگ. گرچه در آن زمان، یعنی سال ۱۹۹۴، کان‌وی به اینکه سخنرانی عالی است اشتهار یافته بود، تا خودم ندیدم باورم نشد.

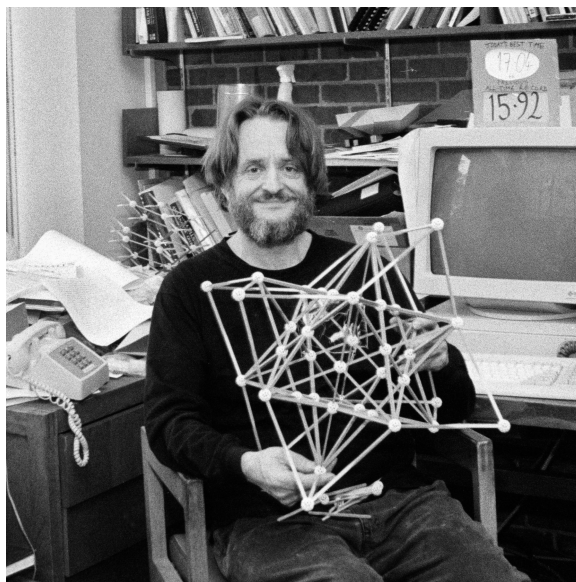
به‌تازگی مطلع شدم که از آن سخنرانی خیلی راضی بوده و تا مدت‌ها این رضایت را در خود احساس می‌کرده است. در مصاحبه‌ای گفته بود که آن سخنرانی برایش حکم بازگشت دوباره به زندگی را داشت. بعدها برای آنکه لذت شرکت در این سخنرانی را یادآور شوم، به دکتر ممتحن، همکار و دانشجوی سابقم، پیشنهاد کردم که از کاریکاتور مشهور کان‌وی اثر سیمون فریزر، برای طرح روی جلد کتابش [۱۳] استفاده کند. این تصویر استعاری که کان‌وی را با سُم نشان می‌دهد و از پیشانی او کُرّه شاخدار الکساندر روییده است، خیلی الهام‌بخش است. ایده این کار را از [۱] سرقت کردم. با اینکه به نظر می‌رسد فریزر این کاریکاتور را مدت‌ها قبل از سال ۱۹۹۴ کشیده باشد اما هر وقت من این کتاب را دستم می‌گیرم و به طرح روی جلدش نگاه می‌کنم، به یاد کان‌وی بر روی صحنه سخنرانی در زوریخ می‌افتم. اگر بخواهم مقایسه‌ای کنم، تنها نام‌های بزرگ صنعت نمایش - صحنه‌گردانانی بزرگ مانند بیتل‌ها در سال‌های آغازین خوانندگی‌شان - می‌توانستند چنین نمایشی دهند و چنین جمعیت بزرگی از حضار را به وجد آورند. دست بر قضا، هر چهار عضو گروه بیتل‌ها از هم‌نسلان کان‌وی و درست مثل او زاده لیورپول بودند، شهری که شهرت جهان‌گیر خودش را از اینکه کانون موسیقی و فوتبال است به‌دست آورد. پیشنهاد می‌کنم ریاضیات را نیز به موسیقی و فوتبال اضافه کنند. جان، در سراسر دنیا شمار بزرگی طرفدار پَر



و پا قرص از دانشجویان استعداد درخشان داشت، نه لزوماً دانشجویان ریاضی، که به معماها و جورچین‌های مبتکرانه و بی‌شمار او علاقه داشتند. من واقعاً گمان می‌کنم اگر تعداد بیشتری ریاضیدان مثل کان‌وی در کشورهای گوناگون داشتیم که می‌توانستند ریاضیات را به نحوی اثرگذار با توده‌های مردم و دانش‌آموزان در میان گذارند، آن وقت درست مانند موسیقیدان‌ها و بازیکنان فوتبال، ما هم می‌توانستیم طرفداران ریاضی داشته باشیم.

اکنون بگذارید توضیح دهم که وقتی کان‌وی را ریاضیدانی مقدماتی-اندیش توصیف کردم، منظورم چه بود. نخست اینکه در یک مصاحبه [۱۴، صفحه ۲۵۶] فروتنانه از خودش به‌عنوان ریاضیدانی خیلی مقدماتی یاد می‌کند. با آنکه او به آفرینش نتایج باورنکردنی نظیر اعداد سوررئال^۱ (دست بر قضا، او این اعداد را بزرگترین کشف خود می‌دانست، [۱۴] را مطالعه کنید)، بازی زندگی^۲، قضیه اختیار^۳، در کنار نظریه گروه‌های متناهی (او یکی از نویسندگان اصلی اطلس گروه‌های متناهی بود)، مشبکه‌ها و جز آنها اشتغال داشت، از پرداختن به ریاضیات مقدماتی رویگردان نبود. مصاحبه‌کننده، پروفیسور دیرک شلایشر، بی‌درنگ می‌گوید: «پس شما ریاضیدان مقدماتی خیلی عمیقی هستید.»

^۱surreal numbers ^۲game of life ^۳free will theorem



کانوی استاد حرفه‌ای ابداع ابزارهای مقدماتی پُر فایده بود. من این موضوع را در اثباتش از قضیهٔ تثلیثگر مورلی که می‌گوید «نقاط برخورد تثلیگرهای زوایای یک مثلث، رأس‌های مثلثی متساوی‌الاضلاع هستند»، با رسم مثلث‌های متساوی‌الساقینی با اضلاع قرمز رنگ دیدم که آنها را «شگرد متساوی‌الساقین‌های کانوی» [۱۰] نامیدم. همان موقع، با پرسش کلاسیک مربوط به قضیهٔ اشتاینر-لهموس نیز سر و کله می‌زد [۵]، یعنی این قضیه: «هر مثلثی با دو نیمساز مساوی، متساوی‌الساقین است». در میانهٔ ابداع دایرهٔ کانوی و انتشار مقالاتی دربارهٔ مربع‌های جادویی، قضیهٔ پاسکال، ستارهٔ شش‌پَر اسرارآمیز و جز آنها، علایقش شامل ارائهٔ اثباتی جدید برای گنگ بودن عدد $\sqrt{2}$ و پژوهش‌هایی دربارهٔ اثبات‌هایی دیگر از این گنگ بودن نیز می‌شد [۲]. اثباتش برای قضیهٔ تثلیثگر مورلی در [۳] این قضیه را دوباره به بحثی محبوب برای بعضی از نویسندگان تبدیل کرد و سرآغازی بر پژوهش‌های تازه دربارهٔ این قضیه شد [۷، ۱۰]. به‌ویژه ادعای او در مورد ساده‌ترین بودن این اثبات، باعث شد پس از گذشت بیش از نیم قرن، دوباره به این قضیه بازگردم [۱۱].

از همهٔ اینها گذشته، او قضیهٔ کوچک کانوی را ارائه کرد؛ به‌شوخی گفته بود که چرا فرما تنها کسی باشد که قضیهٔ کوچک دارد و ابراز امیدواری کرده بود که قضیهٔ کوچک او آخرین قضیه‌اش نشود! [۴، ۹] کانوی شاید تنها ریاضیدان طراز اولی باشد که این مطلب را کاملاً محتمل دانسته

بود که فرما قضیه آخر خود را با ابزارهای مقدماتی که در اختیار داشته اثبات کرده است [۱]. من هم به همین نتیجه رسیده‌ام؛ هرچند دلایل من اندکی با دلایل کان‌وی متفاوت است. بیا بید به بعضی از این نتایج با تفصیلی بیشتر بپردازیم. به نظر می‌رسد کان‌وی و همکارش رِبا در [۵] از این موضوع آگاه بودند که پرسش قدیمی «وجود اثباتی مستقیم برای قضیه اشتاینر-لهموس» برای هزاران معلم و میلیون‌ها دانش‌آموز در سراسر جهان باعث زحمت شده است. ضمن پژوهش دربارهٔ اثبات‌های گوناگون این قضیه، کان‌وی و رِبا سرانجام، به درستی نتیجه گرفتند که این پرسش، اساساً نابجا است. من هم با این موضوع موافقم. یکی از دانشجویانم، برای پایان‌نامه کارشناسی ارشد خود در آموزش ریاضی، بیش از ۱۰۰ اثبات برای قضیه اشتاینر-لهموس را مطالعه کرد. در میان این اثبات‌های به‌ظاهر مستقیم، اثبات‌هایی غیرمستقیم در لباس مبدل هم وجود داشت. به نظر می‌رسد که تعریف اثبات مستقیم برای آدم‌های مختلف، متفاوت است.

از نظر من، اثباتی مستقیم است که تنها بر اصول موضوع (بُنداشت‌ها) مبتنی باشد. چرا بر ارائهٔ اثبات‌های مستقیم یا قرار دادن دیگر محدودیت‌ها بر نحوهٔ نزدیک شدن به حل یک مسئله مصرّ هستیم؟ برای مثال، به نظر می‌رسد بعضی نویسندگان، اثبات‌های «از آخر به اول»^۱ را «اثبات‌های متقلّبانه»^۲ می‌دانند! اگر مثلاً کسی سه عدد صحیح $a < b < c$ بگیرد و آنها را به توان عددی مانند $n \geq 3$ برساند و به مدد الهامی غیبی، نشان دهد که $a^n + b^n \neq c^n$ ، آیا همچنان می‌توان مدعی بود که این «اثباتی متقلّبانه» برای آخرین قضیه فرما است؟ باید به یاد داشته باشیم که تقریباً همهٔ ریاضی‌پیشگان محض در جستجوی تناقض هستند؛ به دیگر سخن، «تقلیل به تناقض»^۳ روشی طبیعی برای حمله به مسائل ریاضی است [۸]. یکی از ویژگی‌های ریاضیات، آزادی در دنبال کردن هر مسیر مشروعی است که یک ریاضیدان ممکن است در کلنجار رفتن با یک مسئله اختیار کند. نباید هیچ محدودیتی بر نوعی خاص از تفکر وجود داشته باشد، زیرا چنین محدودیتی می‌تواند به از دست رفتن بصیرت ریاضی منجر شود.

اما بگذارید نکته‌ای در بیان تفاوت میان اثبات با «تقلیل به تناقض» و اثبات مستقیم بگویم. در اولی، همهٔ ریاضیات، حتی گاهی اوقات بدون ذکر نتیجه‌ای خاص، به‌طور غیرمستقیم از اثبات پشتیبانی می‌کنند. به این دلیل است که این قبیل اثبات‌ها به سرعت به تناقض مطلوب ما منجر می‌شوند؛ هرچند در اثبات‌های مستقیم، هیچ نتیجه‌ای در ریاضیات، از اثبات ما پشتیبانی نمی‌کند

^۱backward proofs ^۲cheating proof ^۳reductio ad absurdum

مگر آنکه بدان استناد شود. در موقعیت‌هایی این یک مزیت برای اثبات مستقیم محسوب می‌شود، زیرا برای رسیدن به هدف نهایی خود به وسیلهٔ چنین اثباتی، اغلب مجبور به خلق محصولات جانبی سودمندی می‌شویم. برای مثال، اثباتی مستقیم از وجود خط اوایلر با ویژگی‌هایش در [۶] به عنوان محصول جانبی، وجود نقطهٔ برخورد ارتفاعات را در اختیار ما می‌نهد). کاکستر پیش از نسبت دادن این اثبات به ان. ای. کورت در [۶]، اوایلر را با تأکید بر این نکته می‌ستاید که: بعضی از ساده‌ترین اکتشافات او از این ویژگی برخوردارند که آدمی می‌تواند روح اقلیدس را به تصویر درآورد که انگار می‌گوید: «چرا چنین چیزی به ذهن خودم نرسید؟» یا چنان‌که کانوی پیش از این، همین مطلب را در مصاحبه‌اش [۱۴] متذکر شده است: «در نگاه نخست، به نظر می‌رسد همهٔ چیزهای ساده را تاکنون گفته‌اند اما می‌توان متوجه شد که نگفته‌اند.»

این مقاله را با بیان چند نکتهٔ دیگر دربارهٔ کانوی به پایان می‌برم. این روزها ریاضیدانان برجسته با توجه به اولویت‌هایشان، به دو مجموعهٔ مسئله حل‌گن‌ها و نظریه‌سازها تقسیم می‌شوند. بعضی ریاضیدانان استثنایی هستند که ترجیح می‌دهند در اشتراک این دو مجموعه قرار گیرند. من واقعاً باور دارم که نباید به دنبال بهترین ریاضیدان بود. در عین حال، به باور من، کانوی در میان عناصر ماکسیمال این اشتراک، خود را چونان یک مقدماتی-اندیش بی‌رقیب، متمایز ساخت. بر اساس تجربهٔ درک حضور او در دو کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیات، خواندن بسیاری از مصاحبه‌هایش و اطلاع یافتن از طریق دیگرانی که شخصیت شاد و زبان‌آور (به این معنی که با هر کسی چه ریاضیدان حرفه‌ای، چه دانش‌آموز سخن می‌گفت، با لطیفه‌هایش دیگران را روده‌بر می‌کرد و جز اینها) او را در کنفرانس‌ها و کارگاه‌های تابستانی برای دانشجویان شخصاً تجربه کرده بودند، باید بیفزایم که: او روح و روان هر همایش ریاضی بود.^۱ البته با تبدیل واژه «همانی» به «همایش» در ضرب‌المثل اصلی، شخصیتی همانند را در همایش‌های ریاضی توصیف کرده‌ایم. همچنین انطباق کردار و گفتارش بر روی صحنه در سال ۱۹۹۴، باعث شد برخلاف ضرب‌المثل مشهور دیگری، بگوییم: کلامی که در یک سخنرانی با کردار همراه شود، دوبار گویاتر است.^۲

مراجع

[1] Alberts, D., John Horton Conway-Talking a good game, *Math. Horizons*, 1 (1994), no. 2, 6–9.

^۱ اصل ضرب‌المثل این است: He was the life and soul of any party

^۲ اصل ضرب‌المثل این است: Actions speak louder than words

- [2] Conway, J., Shipman, J., Extreme proofs I: The irrationality of $\sqrt{2}$, *The Mathematical Intelligencer*, **35** (2013), no. 3, 2–6.
- [3] Conway, J., On Morley's trisector theorem, *The Mathematical Intelligencer*, **36** (2014), no. 2, 3.
- [4] Conway, J., A characterization of the equilateral triangle and some consequences, *The Mathematical Intelligencer*, **36** (2014), no. 2, 1–2.
- [5] Conway, J., Ryba, A., The Steiner-Lehmus angle bisector theorem, *The Mathematical Gazette*, **98** (2014), issue 542, 193–203.
- [6] Coxeter, H. S. M., *Introduction to Geometry*, 2nd. edn., John Wiley & Sons, New York, 1969.
- [7] Gorgian, I., Karamzadeh, O. A. S., Namdari, M., Morley's theorem is no longer mysterious!, *The Mathematical Intelligencer*, **4** (2015), no. 37, 6–7.
- [8] Hardy, G. H., *A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [9] Karamzadeh, O. A. S., An elementary short proof of Conway's little theorem, *The Mathematical Gazette*, **102** (2018) issue 555, 1–2.
- [10] Karamzadeh, O. A. S., Is John Conway's Proof of Morley's Theorem the Simplest and Free of A Deus Ex Machina?, *The Mathematical Intelligencer*, **36** (2014), no. 3, 4–7.
- [11] Karamzadeh, O. A. S., Is the Mystery of the Morley's Trisector Theorem Resolved?, *Forum Geometricorum*, **18** (2018), 297–306.
- [12] Karamzadeh, O. A. S., An elementary-minded mathematician, To appear in the special issue of *The Mathematical Intelligencer* (Conway issue), June 2021.
- [13] Momtahan, E., *Incredible Results in Mathematics*, A Collection of Some Popular Talks, in Farsi, by O. A. S. Karamzadeh, published by Shahid Chamran University, Ahvaz-Iran, 2000.
- [14] Schleicher, D., Interview with John Horton Conway, *Notice of AMS*, **60** (2013), no. 1, 567–575.