فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی
سال ۴۰، شمارهٔ ۶۸ (بهار و تابستان ۱۴۰۰) صص. ۷۹ تا ۱۰۰

دربارهٔ مطالب تاریخ علمی کتاب‌های درسی ریاضی متوسطهٔ دوم

پیام سراجی و نرگس عصارزادگان

چکیده

مطالعهٔ تاریخ علم نشانگر راه و روش کاشفان علم و عناصر مؤثر در توفیق یا ناکامی دانشمندان است. انتظار می‌رود در کتاب‌های درسی به‌عنوان سند مکتوب فرهنگ جامعه که در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌گیرد، به رَوَندهای تکامل و کشف موضوعات علمی اشاره شود. مطالعهٔ تاریخ ریاضیات به‌ویژه، می‌تواند نقش به‌سزایی در بهبود کیفیت آموزش ریاضی داشته باشد. در این نوشته، حاشیه‌های افزوده‌شده به متن کتاب‌های درسی ریاضی نونگاشت با عنوان «خواندنی»، شامل اشاره‌های تاریخی، مورد بررسی انتقادی قرارگرفته و شماری از اشتباهات مشهود در این بخش‌ها، مطرح و پیشنهادهایی برای اصلاح آنها ارائه شده است.

۱. مقدمه

تاریخ علم نه‌تنها از این لحاظ جالب است که حق شایستگان را ادا می‌کند و دیگران را تشویق می‌کند تا به آنها بپیوندند، بلکه آشنایی با روش کارکاشفان همهٔ هنرکشف‌کردن را پرورش می‌دهد. (لایب‌نیتس)

آگاهی از رَوَند پیدایش مفهوم‌ها و مباحث هر رشتهٔ علمی، از جمله ریاضیات، موضوع را برای فراگیرندهٔ آن ملموس‌تر و جذاب‌تر می‌کند و این امر به افزایش بازده یادگیری کمک می‌کند. می‌گویند تاریخ علم، تصویری از ساختمان دانش بشری پیش از برچیده شدنِ داربست‌ها به خواننده عرضه می‌کند. از این طریق می‌توان پی بُرد که چه عواملی دانشمندان را با شور و حرارت و پشتکار به پژوهش در موضوع‌های

عبارات و کلمات کلیدی. کتاب درسی ریاضی؛ تاریخ ریاضی، تاریخ علم.
بر خود لازم می‌دانیم از جناب آقای دکتر یونس کرامتی، استاد پژوهشکدهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران، به‌خاطر راهنمایی‌های بی‌دریغ‌شان تشکر و قدردانی نماییم.

علمی ترغیب کرده است و همین آگاهی، مطالعهٔ علمی را معنی‌دارتر و جذاب‌تر می‌کند. «تصوّری نادرست دربارهٔ تاریخ ریاضیات وجود دارد. بی‌توجهی به فلسفهٔ پرداختن به تاریخ ریاضیات و ناآشنایی با جاذبه‌های ریاضیات موجب شده است تا در برخی نوشته‌ها از جمله کتاب‌های درسی ریاضی، اشاره به تاریخچه را همچون زنگ تفریح، خواندنی و چاشنی مناسبی برای تلطیف مباحث خشک و دشوار ریاضی به حساب آورند. از این تلقیِ نادرست دربارهٔ علم ریاضی و تاریخ آن باید به‌کلی پرهیز کرد.» [۲]

این باور وجود دارد که متن کتاب‌های درسی ریاضی علاوه بر مسائل و دیدگاه‌های آموزشی، مهم‌ترین ارزش‌های فرهنگی و اجتماعی جامعه را انعکاس می‌دهد. از این‌رو پرداختن به تاریخ ریاضیات در بسیاری از کتاب‌های درسی در سطح دبیرستان یا دانشگاه، اهمیت ویژه‌ای دارد و مورد توجه بسیاری از نویسندگان بوده است. در کتاب‌های ریاضی نونگاشت دورهٔ متوسطه اندکی به این امر توجه شده و در حاشیهٔ متن، مطالبی دربارهٔ تاریخ ریاضیات و نیز پیوند موضوع با علوم دیگر افزوده شده است. بررسی بخش‌های تاریخی کتاب‌های درسی، از گزینش بسیار شتاب‌زده و کارناشناسانهٔ این مطالب از منابع دست‌چندمِ نامعتبر حکایت می‌کند چنان‌که می‌توان یادکردِ مطالب نادرست و بی‌اساس و بی‌توجهی به یادکردِ بسیاری از نکات مهم را ویژگی غالب این بخش‌ها به‌شمار آورد. به‌طور کلی محتوای این بخش‌ها را می‌توان در سه دسته طبقه‌بندی کرد: ۱–نقل‌قول مستقیم از ویکیپدیای فارسی؛ ۲–ترجمهٔ مغلوط و غیرتخصصی از ویکیپدیای انگلیسی؛ ۳–نقل‌قول مستقیم از مطالب بی‌ارزش و غلط اینترنتی یا چاپ‌شده در روزنامه‌های عمومی و گردآوری‌شده توسط افراد غیرمتخصص و ناآشنا به حوزهٔ تاریخ علم.

شایسته است در کتاب درسی به‌عنوان سند و الگوی مهم آموزش، به قواعد پژوهش‌های علمی اصیل توجه شود و مطالب از منابع معتبر و اصلی برگزیده شوند. همچنین برای پایبندی به اصول پژوهش، ضروری است که منابع مورد استفاده به‌طور کامل ذکر شوند. خوشبختانه در حوزهٔ تاریخ علم، کتاب‌ها و مقاله‌های ارزشمندی توسط پژوهشگران انتشار یافته است و با هم‌اندیشی با استادان و متخصصان تاریخ علم، امکان بهره‌برداری از این منابع و تهیهٔ افزوده‌ای در خورِ مخاطب وجود دارد.

نخواهی که ضایع شود روزگار، به ناکاردیده مفرمای کار.

در این مقاله، به شماری از اشکالات موجود در کتاب‌های درسی ریاضی دورهٔ متوسطهٔ دوم در بخش تاریخ علم اشاره می‌شود. کتاب‌های *هندسه*۱ و ۲ و ۳، *حسابان*۱ و ۲، *ریاضی*۱ و ۲ و ۳، *ریاضیات گسسته*، *ریاضی و آمار*۱ و ۲ و ۳، *آمار و احتمال* و *ریاضی* ۲ (فنی و حرفه‌ای) چاپ سال ۱۳۹۸ بررسی و توضیحاتی در حوزه‌های «حساب، مثلثات و نجوم»؛ «هندسه و معماری»؛ «پزشکی»؛ «ریاضیات جدید و موارد دیگر» عرضه شده است.

۲. توضیحات مربوط به تاریخ مثلثات، حساب و نجوم

در متن کتاب *ریاضی ۱* می‌خوانیم:

«... کهن‌ترین جدولی که به ما رسیده و در آن، طول وترهای برخی کمان‌ها داده شده است، متعلق به هیپارک، اخترشناس سدهٔ دوم میلادی، است و شاید بتوان تنظیم این جدول را نخستین گام در راه پیدایش مثلثات دانست. همهٔ کارهای ریاضیدانان و اخترشناسان یونانی درون هندسه انجام گرفت و هرگز به مفهوم‌های اصلی مثلثات نرسیدند. خوارزمی نخستین جدول‌های سینوسی را تنظیم کرد و پس از او، همهٔ ریاضیدانان ایرانی گام‌هایی در جهت تکمیل این جدول‌ها و گسترش مفهوم‌های مثلثاتی برداشتند. مروزی جدول سینوس‌ها را تقریباً ۳۰ درجه به ۳۰ درجه تنظیم کرد و نخستین بار، مفهوم تانژانت را برای نیازهای اخترشناسی تعریف کرد. جدیدترین تلاش‌ها به‌وسیلهٔ ابوریحان بیرونی و ابوالوفا بوزجانی انجام گرفت و سرانجام خواجه نصیرالدین طوسی با جمع‌بندی کارهای دانشمندان ایرانیِ پیش از خود، نخستین کتاب مستقل مثلثات را نوشت. بعد از طوسی، جمشید کاشانی با استفاده از روشی زیبا که برای حل معادلهٔ درجه‌سه پیدا کرده بود، توانست راهی را برای محاسبهٔ سینوس کمان یک‌درجه، با هر دقت دلخواه پیدا کند. پیشرفت بعدی دانش مثلثات از سدهٔ پانزدهم میلادی و در اروپای غربی انجام گرفت.» [۱۶]

اولین دانشمندی که جدول سینوس، کسینوس، شعاع دایره ای و نسبت مثلثاتی را کشف کرد، ابوالوفا محمد بن یحیی بن اسماعیل بن عباس بوزجانی خراسانی است. وی یکی از مفاخر علمی ایران، ریاضی‌دان و اخترشناس سدهٔ چهارم هجری قمری در اول رمضان ۳۲۸ (هـ.ق) در بوزجان (تربت جام امروزی)، در مرز خراسان و افغانستان زاده شد. او مقدمات ریاضیات زمان را، همان‌جا، نزد دایی و عمویش فرا گرفت. در سن ۲۰ سالگی به بغداد رفت و نزد اساتید مختلفی به تحصیل خود ادامه داد. وی پس از مدتی به یکی از دانشمندان مشهور زمان خود تبدیل شد و با دانشمندان هم عصر خود، مکاتبات علمی داشت. به عنوان مثال، وقتی ابوریحان در خوارزم بود، برای رصد همزمان گرفتگی ماه، با بوزجانی که در بغداد بود، قرار گذاشتند تا نتیجه دو رصد که در دو نقطه مختلف انجام می‌گرفت را با هم مقایسه کنند. ابوالوفا بر بسیاری از آثار پیشینیان (ایرانی و یونانی) مثل «مقدمات» اقلیدس، «جبر و مقابله» خوارزمی، «جبر» دیوفانت، «مجسطی» بطلمیوس و غیره تفسیر نوشت. خود نیز ابتکارات و نوآوری‌های بسیاری در هندسه و مثلثات دارد. سرانجام وی در سوم رجب ۳۸۸ (هـ.ق) در بغداد درگذشت.

شکل ۱. ریاضی ۱، ص ۴۶.

در صفحهٔ ۴۶ کتاب *ریاضی ۱* می‌خوانیم:

«اولین دانشمندی که جدول سینوس، کسینوس، شعاع دایره‌ای و نسبت مثلثاتی را کشف کرد، ابوالوفا محمدبن یحیی بن اسماعیل بن عباس بوزجانی خراسانی است. ... به‌عنوان

> مثال، وقتی ابوریحان در خوارزم بود، برای رصد همزمانِ گرفتگی ماه با بوزجانی که در بغداد بود، قرار گذاشتند تا نتیجهٔ دو رصد را که در دو نقطهٔ مختلف انجام می‌گرفت، با هم مقایسه کنند. ابوالوفا بر بسیاری از آثار پیشینیان (ایرانی و یونانی) مثل «مقدمات اقلیدس»، «جبر و مقابله» خوارزمی، «جبر» دیوفانت، «مجسطی» بطلمیوس و غیره تفسیر نوشت. خود نیز ابتکارات و نوآوری‌های بسیاری در هندسه و مثلثات دارد. او در سوم رجب ۳۸۸ (ه.ق.) در بغداد درگذشت.» [۱۶]

متن صفحهٔ ۴۱ رونوشت بخش زیادی از گزارشی با نام «پیدایش مثلثات[۱]» است که غلط‌های متعددی دارد. نام ریاضیدان یونانی مورد بحث در متن صفحهٔ ۴۱، هیپارخوس[۲] است و هیپارک تلفظ فرانسوی آن است. او در «قرن دوم پیش از میلاد» و نه «قرن دوم میلادی» می‌زیسته است. لزوم استفاده از منابع معتبر اینجا پدیدار می‌شود.

در ادامه گفته شده است: «مروزی جدول سینوس‌ها را تقریباً ۳۰ درجه به ۳۰درجه تنظیم کرد» که درست نیست، چون محاسبهٔ سینوس زوایای ۳۰° و ۶۰° و ۹۰° ساده است و به تلاش چندانی نیاز ندارد. جدول زیر، دقت کار پنج ریاضیدان مسلمان را در محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی نشان می‌دهد. برای مثال، حبش حاسب مروزی در حدود سال ۸۵۰ میلادی (۲۲۹ ه.ق.) در زیج خود جدولی برای توابع سینوس و تانژانت تهیه کرد و نتایج آن تا سه رقم شصتگانی صحیح بودند. آنچه در مثلثات از طریق کتاب‌های هندی

سال	شخص	تابع(ها)	فاصله‌ها	رقمها
۸۵۰	حبش‌حاسب	سینوس، تانژانت	۱°	۳
۹۰۰	ابوعبدالله بتانی	سینوس	$\frac{۱^\circ}{۲}$	۳
۱۰۰۰	کوشیار بن لبان	سینوس، تانژانت	۱°، $۱'$	۳
۱۰۳۰	بیرونی	سینوس، تانژانت	۱°، $۱۵'$	۴
۱۴۴۰	الغ‌بیگ	سینوس، تانژانت	$۱'$	۵

شکل ۲. برگرفته از [۳]

به‌دست مسلمانان رسید، متفاوت با آثار یونانی بود. تابع وتر و جداول مربوط به آن و قضیهٔ منلائوس، تنها ابزار مثلثاتی یونانیان بود اما در نجوم و ریاضیات هندی، روش‌های مختلفی؛ هرچند ساده و موردی، برای حل مسائل هندسهٔ مسطحه و هندسهٔ کروی وجود داشت. این توابع به‌تدریج جای خود را در آثار نجومی مسلمانان باز کرد. خوارزمی نخستین منجم در جهان اسلام است که تابع جیب (سینوس) را در

[۱] شمارهٔ ۷۷۹ روزنامهٔ شرق در ۲۰ خردادماه ۱۳۸۵، https://www.magiran.com/article/1097571.

[۲] Hipparchus

قالب جدول محاسبه کرد اما *زیج حبش حاسب مروزی*، نخستین اثری است که در آن، مجموعه‌ای تقریباً کامل از توابع مثلثاتی نظیر جیب، جیب معکوس، ظل و ظل معکوس یا همان توابع سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت توصیف و جدول‌بندی شده است [۲۷]. حبش حاسب تابع‌های مثلثاتیِ سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت را می‌شناخته و با مهارت کامل آنها را در محاسبات خود به‌کار می‌برده است [۹]. حبش حاسب، پیش از بوزجانی، در *زیج* خود برای نخستین بار دو تابع تانژانت و کتانژانت را به‌صورت مستقل به‌کار برده و جدول‌هایی نیز برای آنها ترتیب داده است. بوزجانی نخستین کسی است که توابع مثلثاتی سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت را به شکل رایج امروزی تعریف کرده است [۴].

اولین جملهٔ متن صفحهٔ ۴۶ با آنچه در صفحهٔ ۴۱ آمده در تناقض است. در صفحهٔ ۴۱ آمده است: «خوارزمی نخستین جدول‌های سینوسی را تنظیم کرد» در حالی که در صفحهٔ ۴۶ آمده است: «اولین دانشمندی که جدول سینوس، کسینوس، شعاع دایره‌ای و نسبت مثلثاتی را کشف کرد، ابوالوفا بوزجانی بود.» بوزجانی نخستین کاشف «شعاع دایره‌ای» نیز معرفی شده است که عبارتی نامفهوم است.

از بررسی آثار نصیرالدین طوسی درمی‌یابیم که منجمان دورهٔ اسلامی از شش تابع مثلثاتی که در هر مورد، مضرب‌های ثابتی از تابع‌های مثلثاتی امروز هستند، آگاهی داشتند. همچنین از سدهٔ چهارم هجری به بعد، در اثر کار ابوالوفا، از امکان قرار دادنِ $R = ۱$ در تعریف سینوس، کسینوس و تانژانت با خبر شدند. پس می‌توان ابوالوفا را اولین کسی دانست که تابع‌های مثلثاتی نوین را محاسبه کرده است [۳]. محمد بن موسی خوارزمی (نیمهٔ دوم سدهٔ دوم و نیمهٔ اول سدهٔ سوم) یکی از زبَردست‌ترین دانشمندان مسلمان و بزرگترین عالم عصر خود بود. وی بنیانگذار علم جبر بوده است. از آثار وی *الجبر و المقابله*، *الجمع و التفریق* و *زیج* است. *زیج* خوارزمی نخستین کتاب در دورهٔ اسلامی است که اصطلاح جیب (سینوس) در آن آمده است ولی برخی مورّخان ریاضی احتمال می‌دهند که اصطلاح ظل (تانژانت) توسط مجریطی وارد تذهیب خوارزمی شده باشد. به هرحال، این *زیج* شامل جدول‌های مثلثاتی و مقدمه‌ای طولانی دربارهٔ نجوم نظری است [۹]. خوارزمی حدود دو قرن قبل از بوزجانی می‌زیسته و لذا کار او مقدّم بر بوزجانی است.

«... سرانجام خواجه نصیرالدین طوسی با جمع‌بندی کارهای دانشمندان ایرانی پیش از خود، نخستین کتاب مستقل مثلثات را نوشت». احتمالاً منظور از نخستین کتاب مستقل مثلثات، کتاب *کشف القناع عن اسرار شکل القطاع* است که یکی از تألیف‌های مهم طوسی دربارهٔ مثلثات است و از لحاظ تاریخ ریاضیات جالب توجه است.

در متن، به رصد مشترک یک ماه‌گرفت توسط ابوالوفا در بغداد و ابوریحان در خوارزم (=شهر باستانی کاث) اشاره شده است بی‌آنکه به هدف از این کار اشاره شود. هدف از این کار، محاسبهٔ اختلاف زمانی و طول جغرافیایی این دو شهر بوده و محاسبهٔ بوزجانی به محاسبهٔ امروزی بسیار نزدیک است. پس از رصد، بیرونی با مقایسهٔ نتایجی که خود و ابوالوفا به‌دست آورده بودند، اختلاف طول جغرافیایی میان این

دو شهر را حساب کرد [۱۱]. بیرونی در این باره می‌گوید: «با ابوالوفا محمد بن محمد بوزجانی چنان قرار گذاشته بودم که او در بغداد و من در [شهر] خوارزم (=کاث) ماه‌گرفتگی را رصد کنیم و این در سال ۳۸۷ ه.ق. صورت گرفت.» [۵]

متأسفانه در این متن به بسیاری از کارهای مهم بوزجانی مانند کشف قانون سینوس‌ها برای مثلثات کروی، اولین قدم‌ها در استفاده از اعداد منفی، معرفی نسبت‌های مثلثاتی سکانت و کسکانت و محاسبهٔ جیب نیم‌درجه اشاره‌ای نشده است. یکی از کتاب‌های ارزشمند بوزجانی که مطالب آن به‌سادگی برای دانش‌آموزان هم قابل استفاده است، با عنوان «*هندسهٔ ایرانی*» به فارسی ترجمه شده است و می‌توانست مورد اشاره قرار گیرد تا دانش آموزان به مطالعهٔ آن تشویق شوند [۴].

در صفحهٔ ۸۵ کتاب *ریاضی*۲ یک خواندنی دیگر دربارهٔ تاریخ مثلثات آمده است. با یک جستجوی ساده در ویکیپدیای فارسی و انگلیسی، به منبع اصل متن گزینش‌شده برمی‌خوریم. گمان می‌رود متن این قسمت برگردان و تلخیص شتاب‌زدهٔ مقالهٔ انگلیسی ویکیپدیا با عنوان «تاریخ مثلثات[۱]» است. در این متن آمده است:

> «در موضوع روش مثلث‌بندی، ریاضیدانان مسلمان اولین افرادی بودند که سهم بسزایی در توسعهٔ آن داشتند؛ از جملهٔ آنها ابوریحان بیرونی در اوایل قرن یازدهم میلادی بود. او روش مثلث‌بندی را برای اندازه‌گیری کرهٔ زمین و محاسبهٔ فاصلهٔ بین مکان‌های مختلف معرفی کرد.»

مسلماً اینجا منظور از «اندازه‌گیری کرهٔ زمین»، محاسبهٔ «شعاع و محیط کرهٔ زمین» است که بیرونی روش هوشمندانه‌ای را برای آن به‌کار بُرد [۳] و جا داشت به‌صورت روشن و با جزئیات به آن پرداخته می‌شد. از طرفی، روش «مثلث‌بندی» برای مخاطب آشنا نیست و ابتدا باید تعریف شود. مثلث‌بندی معادل واژهٔ triangulation است و در مثلثات و هندسه، به فرآیند تعیین مکان یک نقطه، با تشکیل مثلث‌هایی از آن نقطه به نقطه‌ای معلوم، گفته می‌شود که با داشتن معلوماتی از مثلث، می‌توان ضلع یا زاویه‌های مجهول دیگرِ مثلث را با استفاده از روابط مثلثاتی به‌دست آورد. این روش برای محاسبهٔ فواصل طولانی به‌کار می‌رفته است و امروزه نیز در نقشه‌برداری و ... استفاده می‌شود.

در ادامهٔ این متن آمده است: «در اواخر قرن یازدهم میلادی، عمر خیام با به‌کارگیری جدول‌های مثلثاتی معادلات درجه‌سه را حل کرد». می‌دانیم خیام در حل معادلات درجه‌سه با روش نوآورانهٔ خود، از مقاطع مخروطی بهره برده است و نه جداول مثلثاتی. سپس گفته شده است:

> «در قرن سیزدهم میلادی، خواجه نصیرالدین طوسی اولین فردی بود که مثلثات را به‌عنوان سبک ریاضی در کتاب خود به نگارش درآورد. وی که یک ستاره‌شناس بود، به مثلثات کروی توجه ویژه‌ای کرد و قوانینی را در این شاخه ارائه نمود.»

[۱] The History of Trigonometry

منظور از سبک ریاضی چیست؟ ریاضیدانان مسلمان، مثلثات را به‌صورت موضوعی مدون درآوردند که از لحاظ نظری بر مجموعهٔ کامل شش تابع مثلثاتی و نتیجه‌های قدرتمند متنوعی نظیر قانون سینوس‌ها و برخی اتحادهای مثلثاتی مهم، استوار بود [۳]. در ادامه آمده است:

> «در قرن پانزدهم میلادی غیاث‌الدین جمشید کاشانی، قوانین جدیدی را در موضوع حل مثلث و مثلث‌بندی مطرح کرد. وی همچنین مقادیر سینوس در جدول توابع مثلثاتی را تا ۸ رقم اعشار برای زوایای °۱، °۲، °۳، . . .، °۹۰ محاسبه کرد. او عدد پی را تا ۱۶ رقم اعشار ارائه نمود.»

سؤال این است که کاشانی کدام قوانین جدید را در موضوع حل مثلث و مثلث‌بندی مطرح کرد؟ قوانین مثلثاتی مربوط به حل مثلث را بوزجانی و نصیرالدین طوسی و ... پیش از کاشانی مطرح کرده بودند. کاشانی در رسالهٔ *وتر و جیب*، وتر روبه‌روی قوس دو درجه را در دستگاه شصتگانی تا رقم نهم آن محاسبه و نصف آن را به‌عنوان جیب یک درجه معرفی کرد. اگر مقدار مذکور را به ۶۰ تقسیم کنیم و حاصل را در دستگاه شمار دهگانی بنویسیم، سینوس یک درجه با ۲۲ رقم اعشاری به‌دست می‌آید که هفده رقم اعشاری آن با مقدار واقعی سینوس یک‌درجه موافق است [۸]. برخی متون اروپایی، کاشانی را واضع قانون کسینوس‌ها دانسته‌اند اما می‌دانیم که ریاضیدانان مسلمان دیگری پیش از کاشانی این قانون را در آثار خود آورده‌اند. همچنین یادکردِ سال‌های قمری در کنار میلادی، می‌تواند به مخاطب در درک و مقایسهٔ درستِ زمان یاری رساند.

در صفحهٔ ۶۸ کتاب *ریاضی ۱* پرسیده شده است: «مثلث خیام:... چه رابطه‌ای بین ضرایب بسط اتحادها و سطرهای مثلث خیام وجود دارد؟» سموئل (؟– در حدود ۵۷۰) در *الباهر فی علم الحساب* به نقل از کرجی (؟– در حدود ۴۲۰) از دستوری که امروزه به بسط دوجمله‌ای نیوتن مشهور است یاد می‌کند و برای یافتن ضرایب بسط، جدولی مثلثی تشکیل می‌دهد که بعدها به مثلث پاسکال مشهور شد. از این‌رو سابقهٔ کشف این مثلث به بیش از یک قرن پیش از خیام (۴۳۹ – ۵۲۶) باز می‌گردد. در سال‌های اخیر، برخی نویسندگان به گمان آنکه خیام برای نخستین بار این مثلث را طرح کرده است، آن را «مثلث خیام–پاسکال» می‌نامند [۱۲]. اروپاییان آن را مثلث پاسکال می‌نامند در حالی که پیش از پاسکال حتی ریاضیدانان دیگر دورهٔ اسلامی چون ابواسحاق کوبنانی (درگذشته پس از ۸۸۶ ه.ق. و ۱۴۸۱ میلادی) نیز در آثار خود، این جدول را ثبت کرده‌اند.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵	۵۵	۶۶
		۱	۴	۱۰	۲۰	۳۵	۵۶	۸۴	۱۲۰	۱۶۵	۲۲۰
			۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰	۱۲۶	۲۱۰	۳۳۰	۴۹۵
				۱	۶	۲۱	۵۶	۱۲۶	۲۵۲	۴۶۲	۷۹۲
					۱	۷	۲۸	۸۴	۲۱۰	۴۶۲	۹۲۴
						۱	۸	۳۶	۱۲۰	۳۳۰	۷۹۲
							۱	۹	۴۵	۱۶۵	۴۹۵
								۱	۱۰	۵۵	۲۲۰
									۱	۱۱	۶۶
										۱	۱۲
											۱

جدول ضرایب بسط دو جمله‌ای تا توان ۱۲، از دست‌نویس الباهر فی‌الجبر برگرفته از [۱۲]

۳. توضیحات مربوط به تاریخ پزشکی

در صفحهٔ ۶۰ کتاب *ریاضی ۲* می‌خوانیم:

> «قرن‌ها پیش رشیدالدین فضل‌الله همدانی، طبیب و مورخ برجستهٔ ایرانی، در کتاب جامع‌التواریخ به رسم چینی‌ها در شناسایی افراد از طریق اثر انگشت اشاره کرده و توضیح داده بود که 'شواهد و تجربیات نشان می‌دهد که اثر انگشت هیچ دو نفری کاملاً یکسان نیست'. در آن زمان، در ایران نیز از اثر انگشت برای مُهر کردن اسناد استفاده می‌کردند.»

در کتاب *تاریخ پزشکی ایران* آمده است: «خواجه رشیدالدین فضل‌الله اولین کسی نیست که از این مطلب اسم می‌برد؛ این موضوع اولین بار توسط تاجری به نام سلیمان[۱] در سال ۸۵۱ میلادی نوشته شده است. می‌توان گفت او اولین دانشمندی است که اهمیت موضوع را درک کرده و روی کاغذ آورده است [۱]. در *جامع‌التواریخ* در این باره آمده است: «و معنیِ خط انگشت آن است که به تجربه معلوم و محقق گشته که بند انگشتان مردم متفاوت است؛ هرگاه که یکی را حجتی باز دهند، آن کاغذ در میان انگشتان او نهند و بر ظَهر آن حجت به نشان خط بر موضع بند انگشت‌های او کشند تا اگر وقتی منکر شود با نشان‌های بند انگشت او مقابله کنند و چون راست باشد، انکار نتواند ....» [۲۸] بنابراین رشیدالدین فضل‌الله همدانی از بند انگشت یاد کرده است نه اثر انگشت.

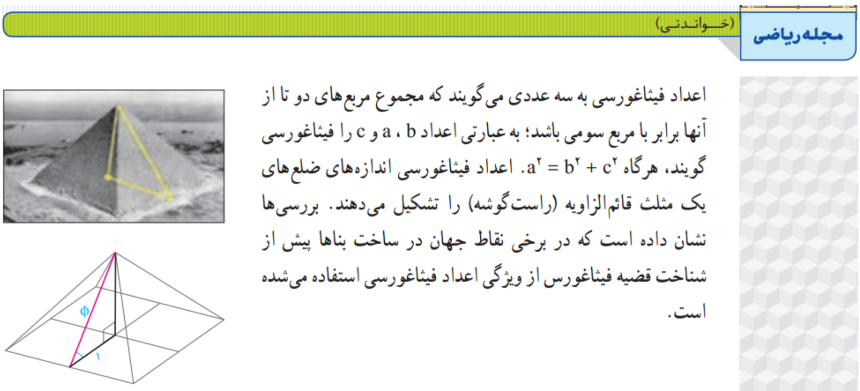
[۱] سلیمان سیرافی، بازرگان ایرانی و از اهالی بندر سیراف، رهنامه‌نویسی بود که خاطرات سفر خود از چین و هند را (در سال ۲۳۷/۱۸۵۱ ه.ق.) در مجموعه‌ای که بعدها به *اخبار الصین و الهند* مشهور شد، به زبان عربی به رشتهٔ تحریر در آورد. شادروان حسین قره‌چانلو این کتاب را به فارسی ترجمه و با عنوان «*سلسلة التواریخ* یا *اخبار الصین و الهند*» منتشر کرده است.

در ترجمهٔ فارسی *سلسلة التواریخ* یا *اخبار الصین و الهند* در باب معاملات و داد و ستد در چین آمده است: «هرگاه یکی از دیگری طلبی داشته باشد، طلب خود را می‌نویسد، بدهکار نیز بدهی خود را می‌نویسد و با علامتی که با دو انگشت وسطی و سبابه بر نوشته‌اش می‌زند، آن را نشان‌دار می‌کند (مهر می‌زند).» [۷]

۴. توضیحات مربوط به تاریخ هندسه و معماری

درکتاب *هندسه ۱*، صفحهٔ ۵۰ می‌خوانیم:

> «اعداد فیثاغورسی به سه عدد می‌گویند که مجموع مربع‌های دوتا از آنها برابر با مربع سومی باشد؛ به عبارتی اعداد b، a و c را فیثاغورسی گویند هرگاه $a^۲ = b^۲ + c^۲$. اعداد فیثاغورسی اندازه‌های ضلع‌های یک مثلث قائم‌الزاویه (راستگوشه) را تشکیل می‌دهند. بررسی‌ها نشان داده است که در برخی نقاط جهان در ساخت بناها پیش از شناخت قضیهٔ فیثاغورس از ویژگی اعداد فیثاغورسی استفاده می‌شده است.» [۲۴]


مجله ریاضی
(خـوانـدنـی)

اعداد فیثاغورسی به سه عددی می‌گویند که مجموع مربع‌های دو تا از آنها برابر با مربع سومی باشد؛ به عبارتی اعداد a ، b و c را فیثاغورسی گویند، هرگاه $a^۲ = b^۲ + c^۲$. اعداد فیثاغورسی اندازه‌های ضلع‌های یک مثلث قائم‌الزاویه (راست‌گوشه) را تشکیل می‌دهند. بررسی‌ها نشان داده است که در برخی نقاط جهان در ساخت بناها پیش از شناخت قضیه فیثاغورس از ویژگی اعداد فیثاغورسی استفاده می‌شده است.

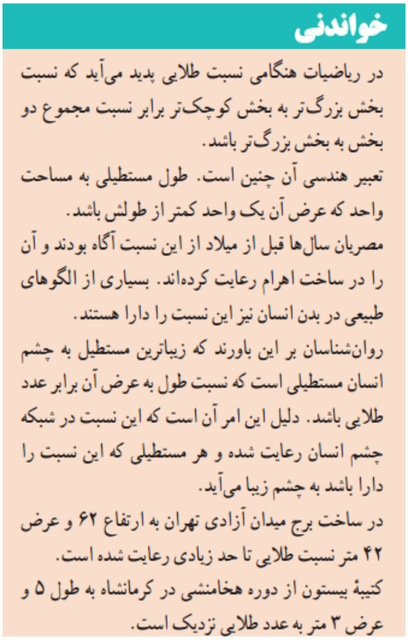
شکل ۳. هندسه ۱، ص. ۵۰

فرضیه‌ای دربارهٔ هندسهٔ به‌کار رفته در طراحی تعدادی از اهرام مصر وجود دارد که می‌گوید طراحی آنها مبتنی بر یک مثلث قائم‌الزاویه با نسبت‌های ۳ و ۴ و ۵ بوده است. می‌دانیم که بی‌نهایت سه‌تایی فیثاغورسی وجود دارد و فرضیه‌ای که در ارتباط با اهرام مصر مطرح شده فقط به سه‌تایی خاص ۳ و ۴ و ۵ مربوط است و ربطی به سایر سه‌تایی‌های فیثاغورسی ندارد. لذا باید به‌طور مشخص به این اعداد اشاره و از ذکر عبارت کلی «اعداد فیثاغورسی» پرهیز می‌شد. البته برخی از نویسندگان معتقدند اثباتی برای این فرضیه وجود ندارد [۳۳].

جالب است که در تصویر سمت چپ، نسبت وتر به ضلع در مثلث قائم‌الزاویه برابر با Φ به ۱ ذکر شده است و در واقع این تصویر مربوط به عدد Φ یا نسبت طلایی $((\sqrt{۵} + ۱)/۲)$ است که معلوم نیست چه ربطی به سه‌تایی فیثاغورسی دارد. مقالات بسیاری نیز دربارهٔ کاربرد عدد Φ در ساخت هرم جیزه در مصر وجود دارد که بسیاری از پژوهشگران، کاربرد عدد Φ و π را بر اساس حس زیبایی‌شناختی و نه آگاهیِ پیشین، صحیح می‌دانند [۳۳].

دو مطلب مهم در مورد سه‌تایی فیثاغورسی در ریاضیات باستان وجود دارد که می‌توانست در این قسمت به آنها اشاره شود: نخست لوح بابلی پلیمپتن ۳۲۲ که شامل فهرست بزرگی از این سه‌تایی‌ها است و دوم، این نکته که معماران در بابل و مصر باستان از یک تکه طناب که واحدهای ۳ و ۴ و ۵ بر روی آن مشخص شده بود، برای تولید زاویهٔ ۹۰° استفاده می‌کردند. همچنین با توجه به آغاز آموزش هندسهٔ اقلیدسی و مباحث مربوط به استدلال و قضیه‌هایی مانند قضیهٔ تالس و ...، فرصت مناسبی برای معرفی تلاش یونانی‌ها در این زمینه وجود دارد. همچنین اشاره به روش کار علمی دانشمندان مسلمانی که در دورهٔ اسلامی تلاش‌هایی برای ترجمه و شرح اصول اقلیدس داشته‌اند، می‌توانست سودمند باشد.

در صفحهٔ ۱۹ کتاب *حسابان ۱*، می‌خوانیم:



خواندنی

در ریاضیات هنگامی نسبت طلایی پدید می‌آید که نسبت بخش بزرگ‌تر به بخش کوچک‌تر برابر نسبت مجموع دو بخش به بخش بزرگ‌تر باشد.

تعبیر هندسی آن چنین است. طول مستطیلی به مساحت واحد که عرض آن یک واحد کمتر از طولش باشد.

مصریان سال‌ها قبل از میلاد از این نسبت آگاه بودند و آن را در ساخت اهرام رعایت کرده‌اند. بسیاری از الگوهای طبیعی در بدن انسان نیز این نسبت را دارا هستند.

روان‌شناسان بر این باورند که زیباترین مستطیل به چشم انسان مستطیلی است که نسبت طول به عرض آن برابر عدد طلایی باشد. دلیل این امر آن است که این نسبت در شبکه چشم انسان رعایت شده و هر مستطیلی که این نسبت را دارا باشد به چشم زیبا می‌آید.

در ساخت برج میدان آزادی تهران به ارتفاع ۶۲ و عرض ۴۲ متر نسبت طلایی تا حد زیادی رعایت شده است.

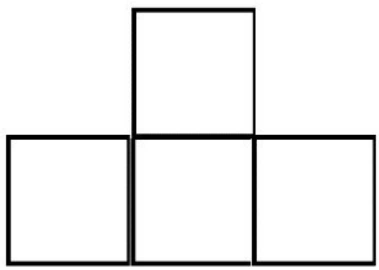
کتیبهٔ بیستون از دوره هخامنشی در کرمانشاه به طول ۵ و عرض ۳ متر به عدد طلایی نزدیک است.

شکل ۴. حسابان ۱ ص. ۱۹

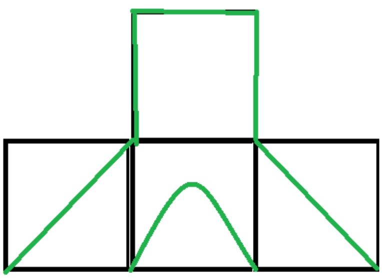
«در ریاضیات هنگامی نسبت طلایی پدید می‌آید که نسبت بخش بزرگتر به بخش کوچکتر برابر نسبت مجموع دو بخش به بخش بزرگتر باشد. تعبیر هندسی آن چنین است: طول مستطیلی به مساحت واحد که عرض آن یک واحد کمتر از طولش باشد.»

اینکه اگر در مستطیلی به مساحت واحد، طول یک واحد از عرض بیشتر باشد، نسبت طول به عرض عدد طلایی می‌شود را نمی‌توان «تعبیر هندسی» نسبت طلایی دانست، بلکه تنها یک قضیه یا نکته جالب توجه است. در ضمن، این تنها مسئله‌ای در ریاضیات نیست که در آن، نسبت طلایی ظاهر می‌شود و این نسبت، در تحلیل بسیاری ساختارهای ریاضی دیگر نیز پدید می‌آید. در ادامهٔ متن آمده است: «مصریان سال‌ها قبل، از این نسبت آگاه بوده‌اند و آن را در ساخت اهرام استفاده کرده‌اند.» جالب است در یک مطلب خواندنی در کتاب هندسه ۱ که در همین مقاله به آن اشاره شد، گفته شده است که مصریان از اعداد فیثاغورسی در ساخت اهرام استفاده کرده‌اند. معلوم نیست بالأخره این اهرام بر چه مبنایی ساخته شده‌اند! در واقع، برای این ادعا که «مصریان از نسبت طلایی آگاه بوده‌اند» هیچ مدرکی نداریم. در متن‌هایی مثل پاپیروس ریند یا پاپیروس مسکو چیزی دربارهٔ عدد طلایی وجود ندارد و این فقط یک فرضیه است که در ساخت بعضی از اهرام، نسبت طلایی رعایت شده است. در آخر این متن نیز ادعایی دربارهٔ وجود نسبت طلایی در برج آزادی و برخی آثار دیگر مطرح شده است: «در ساخت برج آزادی تهران به ارتفاع ۶۲ و عرض ۴۲ متر، نسبت طلایی تا حد زیادی رعایت شده است. کتیبهٔ بیستون از دورهٔ هخامنشی در کرمانشاه، به طول ۵ و عرض ۳ متر، به عدد طلایی نزدیک است.»

در مورد برج آزادی با اطمینان، فرضیهٔ استفاده از نسبت طلایی رد می‌شود. مهندس حسین امانت، معمار برج آزادی، در مستندی که دربارهٔ تاریخچه ساخت این بنا تهیه شده و شامل گفتگویی مفصل با ایشان است[1]، هیچ اشاره‌ای به استفاده از عدد طلایی نمی‌کند، بلکه می‌گوید شروع طراحی را بر چهار مربع که به‌صورت شکل (آ) قرارگرفته باشند، قرار داده و بر اساس آن، طراحی به‌صورت شکل (ب) ادامه یافته است:



شکل آ



شکل ب

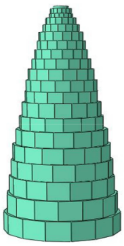
[1] این فیلم مستند از طریق سایت آپارات قابل دستیابی است.

پس با توجه به نحوهٔ طراحی معمار، نسبت ارتفاع به عرض برج، $\frac{۲}{۳}$ است نه نسبت طلایی. سایر ادعاهایی هم که در ادامهٔ این متن آمده است مانند ارتباط نسبت طلایی با ارگ بم، مقبرهٔ ابن‌سینا و ... همگی ادعاهایی ضعیف و به احتمال زیاد، نادرست هستند.

در آغاز کتاب *حسابان ۱* می‌خوانیم:

> «... این آرامگاه دارای گنبدی مخروطی به سبک اورچین (گنبد مخروطی پله‌ای شکل) است که کنگره‌های روی پله‌ها تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند».

شکل ۵. مقبرهٔ دانیال نبی، آغاز حسابان ۱



شکل ۶. شکل گنبد آرامگاه دانیال نبی

مطابق تصویر بالا، گنبد آرامگاه دانیال نبی از قرار گرفتن لایه‌های متعددی شکل گرفته که هر لایه به‌صورت یک ۱۴ یا ۱۶ ضلعی منتظم با اضلاع منحنی است و چنانچه از بالا نگاه کنیم، چندضلعی منتظم مربوط به هر لایه در چندضلعی منتظم لایهٔ پایینی محاط شده است. پس روشن است که تعداد پله‌ها در همهٔ

طبقات مساوی است و تشکیل یک دنبالهٔ حسابی نمی‌دهد. در واقع، نظم ریاضی که در ساختار این گنبد وجود دارد، به دنبالهٔ هندسی مربوط است نه دنبالهٔ حسابی و با طول ضلع چندضلعی‌های موجود در طبقات مختلف پیوند دارد. چون چندضلعی‌های منتظم هر لایه در چندضلعی منتظم لایهٔ پایینی محاط شده است، پس نسبت تشابه واحدی بین همهٔ چندضلعی‌های متوالی وجود دارد و در نتیجه طول ضلع چندضلعی‌های لایه‌ها تشکیل یک دنبالهٔ هندسی نزولی می‌دهند.

خواندنی

بهاءالدین محمدبن حسین عاملی معروف به شیخ بهایی در ذیحجهٔ **۹۵۳ هجری قمری** (برابر با پنجشنبه ۸ اسفند **۹۲۵** خورشیدی، و ۲۷ فوریهٔ ۱۵۴۷ در **بعلبک**، به دنیا آمد و در شوال ۱۰۳۰ هجری قمری (۸ شهریور ۱۰۰۰ خورشیدی، و ۳۰ اوت ۱۶۲۱) دار فانی را در **اصفهان** وداع گفت).

شیخ بهایی حکیم، فقیه، عارف، منجم، ریاضی‌دان، شاعر، ادیب، مورخ و دانشمند نامدار قرن دهم و یازدهم هجری است که در دانش‌های **فلسفه**، **منطق**، **هیئت** و **ریاضیات** تبحر داشت. حدود ۹۵ کتاب و رساله از او در **سیاست**، **حدیث**، **ریاضی**، **اخلاق**، **نجوم**، **عرفان**، **فقه**، **مهندسی** و **هنر** و **فیزیک** بر جای مانده است. به پاس خدماتی که وی به علم **ستاره‌شناسی** کرده است، **یونسکو** در سال **۲۰۰۹** که مصادف با سال نجومی بوده نام وی را در فهرست مفاخر ایران ثبت کرد.

شخصیت علمی و ادبی و اخلاق او باعث شد تا در ۴۳ سالگی شیخ‌الاسلام **اصفهان** شود و در پی انتقال پایتخت از **قزوین** به **اصفهان** (در ۱۰۰۶ قمری)، از ۵۳ سالگی تا آخر عمر (۷۵ سالگی) منصب شیخ‌الاسلامی **پایتخت صفوی** را در دربار مقتدرترین شاه صفوی، **شاه عباس بزرگ** بر عهده داشته باشد.

مهارت وی در ریاضی، معماری و مهندسی معروف بوده و از مهم‌ترین خدمات شیخ بهایی در رونق بخشیدن به شهر اصفهان، تعیین سمت قبلهٔ **مسجد شاه اصفهان** است. این قبله‌یابی که با استفاده از ابزارهای آن زمان صورت پذیرفته، هفت درجه با جهت واقعی قبله اختلاف دارد. تقسیم آب زاینده رود به محلات اصفهان و روستاهای مجاور رودخانه، ساخت گلخن گرمابه‌ای که هنوز در اصفهان معروف به حمام شیخ‌بهایی است و طراحی منارجنبان اصفهان که هم‌اکنون نیز پا برجاست، به او نسبت داده می‌شود. همچنین طرح‌ریزی کاریز نجف‌آباد ــ اصفهان است که به نام قنات زرین کمر، (یکی از بزرگ‌ترین کاریزهای ایران) و معماری **مسجد شاه اصفهان** و مهندسی حصار نجف و شاخص تعیین اوقات شرعی (ساعت آفتابی در مغرب **مسجد شاه**) را به او نسبت می‌دهند.

شکل ۷. ریاضی و آمار ۲، ص ۱۹.

در صفحهٔ ۱۹ کتاب ریاضی و آمار ۲ مطلبی دربارهٔ شیخ بهایی آمده است. در این متن می‌خوانیم: «از مهم‌ترین خدمات شیخ بهایی در رونق بخشیدن به شهر اصفهان تعیین سمت قبلهٔ مسجد شاه اصفهان است[۱].» اولاً مشخص نیست تعیین سمت قبله چه ربطی به «رونق» شهر اصفهان دارد؟! آیا در کهن شهر اصفهان تا پیش از آن، سمت قبله معلوم نبوده است؟! ثانیاً نام این مسجد، «مسجد جامع عباسی» یا «مسجد شاه» است [۲۲] (که در ۱۰۲۰ هجری به فرمان شاه عباس کبیر شروع به ساخت شده است) و پس از پیروزی انقلاب اسلامی، به «مسجد امام» تغییر نام یافت. در ادامهٔ متن آمده است: «طراحی منارجُنبان که هم‌اکنون نیز پا برجاست، به او نسبت داده می‌شود.» منارجُنبان از بناهای دورهٔ ایلخانی (حدود ۸ ه.ق.)

[۱] گفتنی است مطالب این خواندنی از ویکیپدیای فارسی انتخاب شده است.

است [۲۹] و این بیش از دو قرن قبل از زمان شیخ بهایی ساخته شده است. پس نمی‌توان «طراحی» این بنا را به شیخ بهایی نسبت داد!

در کتاب هندسه ۲، صفحهٔ ۹ می‌خوانیم:

> «هندسه در ساخت استحکامات دفاعی، قلعه‌ها و برج‌ها و باروها از دیرباز کاربردهای بسیاری داشته است. یک قضیهٔ بنیادی در هندسه موسوم به قضیهٔ هم‌پیرامونی می‌گوید در بین همهٔ شکل‌های هندسی بسته با محیط ثابت، دایره دارای بیشترین مساحت است. این موضوع در طراحی دایره‌ای‌شکل قلعه‌ها اهمیت بسیاری دارد. قلعهٔ فلک‌الافلاک (شاپورخواست) که از دورهٔ ساسانیان در شهر خرم‌آباد به جای مانده است، نمونهٔ گویایی از همین کاربردها است.»

دایره

هندسه در ساخت استحکامات دفاعی، قلعه‌ها و برج و باروها از دیرباز کاربردهای بسیاری داشته است. یک قضیهٔ بنیادی در هندسه موسوم به «قضیهٔ هم‌پیرامونی» می‌گوید در بین همهٔ شکل‌های هندسی بسته با محیط ثابت دایره دارای بیشترین مساحت است. این موضوع در طراحی دایره‌ای شکل قلعه‌ها اهمیت بسیاری دارد. قلعهٔ فلک‌الافلاک (شاپور خواست) که از دورهٔ ساسانیان در شهرستان خرم‌آباد به‌جای مانده است نمونهٔ گویایی از همین کاربردهاست.

شکل ۸. هندسه ۲، ص. ۹.

ارتباط معماری دایره‌ای‌شکل قلعه با قضیهٔ «هم‌پیرامونی» چندان مشخص نیست و خواننده متوجه نمی‌شود این قضیه چه ارتباطی به این دارد که برج‌های قلعه را به‌صورت دایره‌ای ساخته‌اند. اگر هدف این بوده است که با کمترین مصالح، بیشترین مساحت پوشش داده شود، چرا فقط برج‌ها به‌صورت دایره‌ای هستند و قسمت مرکزی به‌شکل مستطیل است؟! به نظر می‌رسد دایره‌ای بودنِ برج‌ها، ارتباطی با قضیهٔ هم‌پیرامونی و صرفه‌جویی در مصالح نداشته باشد، بلکه هدف کاربریِ سازه و اشراف کامل و راحت سربازان مستقر در برج به همهٔ جهت‌ها برای تیراندازی بوده است.

تابع‌های درجهٔ دوم

گفتگو

صدرا در ایام تعطیلات تابستان به همراه خانواده‌اش به شهر تبریز سفر کرده بود. آنها با استفاده از یک دفترچهٔ راهنما که از ایستگاه گردشگری شهر دریافت کرده بودند، هر روز از یک مکان تاریخی یا یک موزه دیدن می‌کردند. آن روز برای بازدید به مسجد کبود رفته بودند. صدرا تمام مدت به سقف مسجد خیره و محو زیبایی آن شده بود.

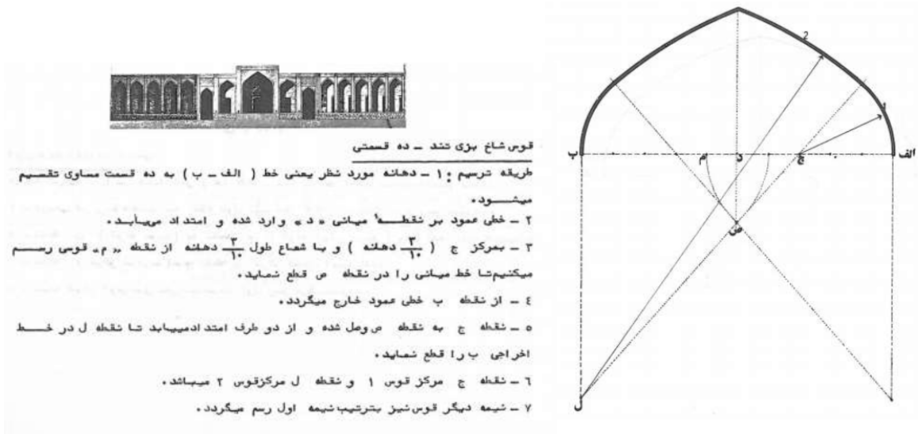
او به پدرش گفت: معماران چگونه توانسته‌اند انحنای گنبد را با این دقت ایجاد کنند. آیا معماران در زمان قدیم از ریاضیات مربوط به این معماری اطلاع داشته‌اند؟! پدرش به او گفت که بهتر است این سؤال را از دبیر ریاضی‌اش بپرسد. وقتی صدرا این موضوع را برای دبیرش تعریف کرد، دبیر ریاضی گفت: این منحنی‌ها از ساده‌ترین نوع منحنی‌ها در ریاضی هستند، که منحنی‌های درجهٔ دوم نامیده می‌شوند. نمونه‌ای از این منحنی‌ها، نمودار $f(x)=x^2$ است.

شکل ۹. ریاضی ۲ فنی و حرفه‌ای، ص ۴۶.

در کتاب *ریاضی ۲ فنی و حرفه‌ای* می‌خوانیم:

«صدرا در ایام تعطیلات تابستان به همراه خانواده‌اش به شهر تبریز سفر کرده بود. آنها با استفاده از یک دفترچهٔ راهنما که از ایستگاه گردشگری شهر دریافت کرده بودند، هر روز از یک مکان تاریخی یا یک موزه دیدن می‌کردند. آن روز برای بازدید مسجد کبود رفته بودند. صدرا تمام مدت به سقف مسجد خیره و محو زیبایی آن شده بود. او به پدرش گفت: معماران چگونه توانسته‌اند انحنای گنبد را با این دقت ایجاد کنند. آیا معماران در زمان قدیم از ریاضیات مربوط به این معماری اطلاع داشته‌اند؟! پدرش به او گفت که بهتر است این سؤال را از دبیر ریاضی‌اش بپرسد. وقتی صدرا این موضوع را برای دبیرش تعریف کرد، دبیر ریاضی گفت این منحنی‌ها از ساده‌ترین نوع منحنی‌ها در ریاضی هستند که منحنی‌های درجهٔ دوم نامیده می‌شوند. نمونه‌ای از این منحنی‌ها، نمودار $f(x) = x^2$ است.»

برای رسم منحنی طاق‌ها و گنبدهایی که «نوک تیز» هستند، یعنی در بالاترین قسمت به یک نقطه ختم می‌شوند، روش‌های گوناگونی در کتاب‌های معماری ذکر شده است و در همهٔ آنها این منحنی‌ها با کمک کمان‌هایی از دایره رسم می‌شوند. بنابراین نمی‌توانند یک سهمی باشند. یک مدرک تاریخی مهم کتاب *مفتاح‌الحساب* جمشید کاشانی است که در آن، چندین روش رسم برای ترسیم منحنی طاق‌ها ارائه می‌دهد که همگی با کمک خط‌کش و پرگار انجام می‌شوند. در شکل زیر، یک نمونه از ترسیم منحنی طاق برگرفته از [۶] مشاهده می‌شود: طریقهٔ رسم قوس شاخ‌بزی تند–ده قسمتی:



شکل ۱۰. ترسیم منحنی طاق برگرفته از [۶].

(۱) دهانهٔ مورد نظر یعنی خط (الف–ب) به ده قسمت مساوی تقسیم می‌شود؛
(۲) خطی عمود بر نقطهٔ میانی «د» وارد شده و امتداد می‌یابد؛
(۳) به مرکز ج ($\frac{۳}{۱۰}$ دهانه) و با شعاع طول $\frac{۳}{۱۰}$ دهانه از نقطهٔ «م» قوس رسم می‌کنیم تا خط میانی را در نقطهٔ ص قطع نماید؛
(۴) از نقطهٔ ب خطی عمود خارج می‌گردد؛
(۵) نقطهٔ ج به نقطهٔ ص وصل شده و از دو طرف امتداد می‌یابد تا نقطهٔ ل در خط اخراجی ب را قطع نماید؛
(۶) نقطهٔ ج مرکز قوس ۱ و نقطهٔ ل مرکز قوس ۲ می باشد؛
(۷) نیمهٔ دیگر قوس نیز به همان ترتیب نیمهٔ اول رسم می‌گردد.

۵. توضیحات مربوط به ریاضیات جدید و موارد دیگر

در کتاب *حسابان ۲* می‌خوانیم: «بی‌نهایت مقداری است که از هر مقدار دیگر بیشتر است». این توصیف برای مفهوم بی‌نهایت، دقیق نیست و به یک پارادُکس منجر می‌شود: اگر بی‌نهایت یک مقدار است و از هر مقدار دیگر بیشتر است، پس بی‌نهایت باید از خودش هم بیشتر باشد! (این وضعیت شبیه پارادوکس کانتور[۱] در مورد مجموعهٔ همهٔ مجموعه‌ها است: اگر V مجموعهٔ همهٔ مجموعه‌ها باشد، پس تعداد اعضای آن از هر مجموعهٔ دیگر بیشتر است از جمله خودش!) [۳۲]. پیشنهاد می‌شود در اینجا به بخشی

خواندنی

بی‌نهایت مفهومی انتزاعی است که در رشته‌های مختلف ریاضیات با تعبیرات مختلف به‌کار می‌رود و معمولاً به معنای «فراتر از هر مقدار» است و برای توصیف مقادیر بیش از هر عدد به‌کار می‌رود و نشانه آن در ریاضیات ∞ می‌باشد.

این نماد به‌صورت چیزی است که محدود نیست و در آن هیچ محدودیت فضایی و زمانی وجود ندارد. در حسابان بی‌نهایت به معنای حدی بی‌کران است $x \to \infty$ یعنی متغیر x فراتر از هر مقدار در نظر گرفته شده رشد می‌کند.

بی‌نهایت دارای دو مفهوم فیزیکی و ریاضی است که کاملاً با یکدیگر متفاوت‌اند مفهوم فیزیکی بی‌نهایت دارای تعریف دقیقی نیست و در جاهای مختلف دارای تعاریف متفاوت است. به عنوان مثال می‌گوییم اگر جسم در کانون عدسی محدب قرار گیرد تصویر در بی‌نهایت تشکیل می‌شود. حال اگر دو عدسی با فواصل کانونی متفاوت در نظر بگیریم و اجسامی را روی کانون این دو عدسی قرار دهیم. طبق قاعده تصاویر هر دو در بی‌نهایت تشکیل می‌شود. اما تصویر این دو دقیقاً در یک نقطه تشکیل نمی‌شود. یعنی بی‌نهایت برای این دو عدسی متفاوت است اما مفهوم بی‌نهایت در ریاضیات کاملاً متفاوت با بی‌نهایت فیزیکی است در ریاضیات می‌گوییم «بی‌نهایت از هر مقدار دیگری بیشتر است» این مفهوم دقیقاً همان مفهومی است که در «حد در بی‌نهایت» در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال در حد تابع می‌گوییم $x \to \infty$ یعنی اینکه x از هر عدد انتخاب شده‌ای بزرگ‌تر باشد.

شکل ۱۱. حسابان ۲، ص مفهوم بی‌نهایت.

از تاریخچهٔ گسترده‌ای که دربارهٔ مفهوم بی‌نهایت در ریاضیات وجود دارد از کارهای ارشمیدس در یونان باستان گرفته تا بی‌نهایت‌کوچک‌ها در آثار نیوتن و لایب‌نیتس، کارهای کانتور دربارهٔ مفهوم بی‌نهایت و موارد دیگر، اشاره شود.

در کتاب *حسابان ۲* صفحه ۵۰ می‌خوانیم:

> «... مفهوم مشتق به‌شکل امروزیِ آن، نخستین بار در سال ۱۳۶۶ میلادی توسط نیوتن و به فاصلهٔ چند سال بعد از او توسط لایب‌نیتس، مستقل از یکدیگر پدید آمد ....»

مطالب این متن خوب و بجا انتخاب شده است، فقط یک اشتباه کوچک وجود دارد: سال کشف مفهوم مشتق و انتگرال توسط نیوتن ۱۶۶۶ میلادی است نه ۱۳۶۶ [۳۱].

در کتاب *ریاضی و آمار ۲*، صفحهٔ ۱۳ یک خواندنی دربارهٔ کورت گودل و قضیهٔ ناتمامیت آمده است. در آغاز متن آمده است:

> «کورت گودِل یک ریاضیدان برجستهٔ اتریشی است که در زمینهٔ منطق، به‌ویژه تبدیل عبارات به نماد ریاضی تلاش‌های بسیاری انجام داد ....»

[۱] Cantor's Paradox

خواندنی

از نظر تاریخی مسئله یافتن خط مماس در یک نقطه از یک منحنی، برای اولین بار در اوایل قرن هفدهم میلادی زمانی مطرح شد که فرما ریاضی‌دان فرانسوی اقدام به تعیین ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های چند تابع خاص کرد. فرما دریافت که خطوط مماس، در نقاطی که منحنی ماکزیمم یا مینیمم دارد باید افقی باشد. از این‌رو به نظرش رسید که مسئله تعیین نقاط ماکزیمم یا مینیمم به حل مسئله دیگر، یعنی یافتن مماس‌های افقی مربوط می‌شود. تلاش برای حل این مسئله کلی‌تر بود که فرما را به کشف برخی از ایده‌های مقدماتی مفهوم «مشتق» هدایت کرد. مفهوم مشتق به شکل امروزی آن نخستین بار در سال ۱۳۶۶ میلادی، توسط نیوتن و به فاصله چند سال بعد از او توسط لایپ نیتس، مستقل از یکدیگر پدید آمد. شیوه نیوتن مبتنی بر دیدگاه فیزیکی بود و از مشتق برای به دست آوردن سرعت لحظه‌ای استفاده کرد، اما لایپ نیتس با دیدگاهی هندسی از مشتق برای به دست آوردن شیب خط مماس در منحنی‌ها استفاده کرد.

شکل ۱۲. حسابان ۲، ص ۵۰.

اولاً تفاوت «عبارت» و «نماد» توضیح داده نشده است. معمولاً «عبارت» دنباله‌ای از نمادها است که به‌صورت درستی پشت سر هم قرارگرفته‌اند و در نتیجه تبدیل «عبارت» به «نماد»، معنای مشخصی ندارد. اگر منظور نگارنده، کارگودل درکدگذاری فرمول‌های ریاضی با اعداد اول باشد (همان‌طورکه در ادامهٔ متن هم اشاره می‌کند)، باید گفت که این تنها یک تدبیر ساده بود که گودل در اثبات قضیه‌های ناتمامیت به‌کار برد و به هیچ‌وجه جزو ابداعات اصلی گودل شناخته نمی‌شود. همچنین این روش، ربط چندانی به روش‌های کدگذاری امروزی ندارد (برخلاف آنچه در متن در مورد ارتباط آن با بارکدهای امروزی آمده است). از طرفی، گزاره‌هایی را که (در یک نظریه) نه قابل اثبات باشند و نه قابل رد، گزاره‌های «تصمیم‌ناپذیر[۱]» گویند نه «تعمیم‌ناپذیر» [۳۰]. اصولاً واژهٔ «تعمیم‌ناپذیر» در ادبیات منطق ریاضی کاربرد خاصی ندارد.

$T = t + \frac{t}{۲} + \frac{t}{۴} + \dots$ زمان رسیدن به در خروجی کلاس

و چون جملات دنباله ... و $\frac{t}{۴}$ و $\frac{t}{۲}$ و t هیچ‌گاه صفر نمی‌شوند، پس T از مجموع بی‌شمار جمله تشکیل شده است؛ از این رو مقدار T نیز بی‌نهایت خواهد بود!

بیش از دو هزار سال زمان نیاز بود تا به این تناقض پاسخ قطعی داده شود[۳]. حل این مسئله در ریاضی به ایجاد شاخه‌ای به نام «سری‌های هندسی و محاسبهٔ مجموع آنها» انجامید که در ادامهٔ این درس برخی از مفاهیم آن را بیان خواهیم کرد. با بیان این مفاهیم، نگرانی شما نیز حل می‌شود و درمی‌یابید که چرا به در خروجی کلاستان خواهید رسید.

۱. Geometric Sequence ۲. Zeno's Paradox

۳. در سال ۱۸۱۲ گاوس و به دنبال او کوشی پس از تحقیقاتی که از سال‌ها پیش ریاضی‌دان‌هایی مانند مرکاتور، برونکور، نیوتن و اویلر از اواخر قرن هفدهم شروع کرده بودند، نتایجی دقیق برای حل این مسائل یافتند.

۷۴

شکل ۱۳. ریاضی و آمار ۳، ص ۷۴.

[۱] undecidable

در کتاب *ریاضی و آمار ۳*، صفحهٔ ۷۴ مطلبی در مورد پارادُکس زنون آمده است:

«زمان رسیدن به درِ خروجی کلاس:

$$T = t + \frac{t}{۲} + \frac{t}{۴} + \cdots$$

و چون جمله‌های دنبالهٔ $t, \frac{t}{۲}, \frac{t}{۴}, \ldots$ هیچ‌گاه صفر نمی‌شوند، پس T از مجموع بی‌شمار جمله تشکیل شده است؛ از این‌رو مقدار T نیز بی‌نهایت خواهد بود! بیش از دو هزار سال زمان نیاز بود تا به این تناقض پاسخ قطعی داده شود. حل این مسئله در ریاضی به ایجاد شاخه‌ای به‌نام 'سری‌های هندسی و محاسبهٔ مجموع آنها' انجامید که در ادامهٔ این درس، برخی از مفاهیم آن را بیان خواهیم کرد. با این مفاهیم، نگرانی شما نیز حل می‌شود و درمی‌یابید که چرا به درِ خروجی کلاستان خواهید رسید.»

در متن کتاب آمده است که *«بیش از دو هزار سال زمان لازم بود که به این تناقض پاسخ قطعی داده شود»* و سپس در پاورقی آمده است که گاوس در سال ۱۸۱۲ و به دنبال او کُشی، ... نتایجی دقیق برای حل این مسئله یافتند. همان‌طور که در متن کتاب هم به‌درستی اشاره شده است، مشکلی که در زمان زنون وجود داشت این بود که تصوّر می‌کردند مقدار هر سری نامتناهی با جمله‌های مثبت باید بی‌نهایت شود و در حالت خاص، مقدار $t + \frac{t}{۲} + \frac{t}{۴} + \ldots$ باید بی‌نهایت شود و از همگرا بودن این سری و روش محاسبهٔ مقدار آن آگاه نبودند. ولی این مشکل خیلی زودتر از زمان گاوس (قرن ۱۹) حل شد. ارشمیدس در قرن سوم قبل از میلاد، نخستین کسی بود که فرمول حد مجموع یک دنبالهٔ هندسی نامتناهی را کشف کرد و این امکان را داشت که با کمک آن، پارادُکس زنون را تحلیل کند. البته خودِ ارشمیدس این روش را برای محاسبهٔ مساحت زیر سهمی استفاده کرد و نوشته‌ای از او دربارهٔ پارادُکس زنون به‌جا نمانده است. بویر[1] دلیل این امر را نبود تعریفی دقیق برای مفهوم «حد» در دورهٔ یونان باستان می‌داند [۳۱]. این فرمول برای پیشگامان حسابان (نیوتن، لایب‌نیتس و ...) هم شناخته‌شده بود و به‌سادگی می‌توانستند به‌کمک آن، رسیدن آشیل به لاک‌پشت را توضیح دهند. در نتیجه انتساب این کار به گاوس و کُشی که در قرن ۱۹ می‌زیستند، درست نیست. در واقع ریاضیدانان قرن ۱۹ مبنای منطقی دقیقی برای مفاهیم حسابان (مشتق، سری های نامتناهی و انتگرال) فراهم کردند که برخی بی‌دقتی‌ها را در رویکرد قرن‌های ۱۷ و ۱۸ به این مفاهیم، برطرف می‌کرد.

در صفحهٔ ۹۵ کتاب *ریاضی ۲* آمده است:

«آیا تا به حال اندیشیده‌اید که باستان شناسان چگونه طول عمر یک اثر باستانی را تخمین می‌زنند؟ با استفاده از روش سال‌یابی کربن ۱۴، می‌توان عمر ....»

[1] Boyer

در اینجا قدمت سنگ‌نوشته‌های دورهٔ هخامنشی و مسئلهٔ تعیین عمر اشیای باستانی با کمک روش کربن ۱۴ درکنار هم آمده‌اند و این تصوّر در ذهن خواننده ایجاد می‌شود که قدمت این سنگ‌نوشته‌ها با روش کربن ۱۴ صورت گرفته است، در حالی که روش کربن ۱۴ تنها برای تعیین قدمت اشیایی کاربرد دارد که زمانی جزئی از یک موجود زنده بوده‌اند (مانند چوب، استخوان و ...) و در مورد اشیایی مانند سنگ کاربردی ندارد. در اینجا استفاده از تصویر یک دایناسور و اشاره به موضوع تعیین قدمت آن با روش کربن ۱۴ می‌توانست سودمند باشد.

در صفحهٔ ۱۰۵ همین کتاب می‌خوانیم:

> «... تراز شدت یک صوت عبارت است از لگاریتم (درپایهٔ ده) نسبتِ شدت آن صوت به شدت صوتِ مبنا، تراز شدت صوت را با β نشان می‌دهند ... $\beta = \log_{I_\circ} I$.»

دستوری که در اینجا برای محاسبهٔ تراز شدت صوت ارائه شده، نادرست است: دستور درست به‌صورت $\beta = \log_{۱۰} (I/I_\circ)$ است. در صفحهٔ ۱۱۱ همین کتاب آمده است:

> «ابداع لگاریتم یکی از مهم‌ترین ابداعات ریاضی است و کاربرد آن در ساده‌کردن محاسبات است. با لگاریتم، عمل ضرب به جمع و عمل تقسیم به تفریق تبدیل می‌شود.»

در اینجا باید اشاره می‌شد که کاربرد تاریخی لگاریتم در زمان ابداع آن توسط نپر و سپس استفاده از آن توسط کپلر و منجمان دیگر، ساده‌کردن محاسبات بوده و امروزه با در اختیار بودن ماشین حساب و رایانه، دیگر لگاریتم نقشی در ساده‌سازی محاسبات ندارد. اهمیتی که امروزه تابع لگاریتم دارد، نقش بنیادین آن در بیان بسیاری از دستورها و قوانین ریاضیات، فیزیک، مهندسی و ... است.

در اینجا نقل‌قولی از لاپلاس دربارهٔ کاربرد تاریخی لگاریتم نیز ذکر شده است:

> «لاپلاس دانشمند بزرگ فرانسوی دربارهٔ لگاریتم گفته است: لگاریتم ابزاری است قابل ستایش که به‌کمک آن، کار چند ماه به چند روز کاهش می‌یابد، عمر اخترشناسان را دو برابر می‌کند و از خطاهای کوچک می‌گذرد و از عبارات طولانی و جدانشدنی ریاضی بیزار است.»

مجدداً این مطلب این تصوّر را برای خواننده ایجاد می‌کند که کاربرد اصلی لگاریتم در ساده‌سازی محاسبات است و لازم بود ذکر شود که لگاریتم دیگر چنین کاربردی ندارد.

درکتاب *ریاضی۲ فنی و حرفه ای*، صفحهٔ ۹۶ نیز آمده است:

> «امروز دبیر با ورود به کلاس گفت: چه کسی می‌داند کدام موضوع از ریاضیات است که به گفتهٔ لاپلاس طول عمر اخترشناسان را چند برابر کرده است؟ او همچنین گفت: به نظر من این موضوع نه‌تنها طول عمر اخترشناسان، بلکه طول عمر دریانوردان، بازرگانان، شیمیدانان، ریاضیدانان و زمین‌شناسان و همهٔ انسان‌های کرهٔ زمین را چند برابر کرده

است. طرح این سؤال موجب تعجب هنرجویان شده بود و همه کنجکاو بودند که این چه موضوعی از ریاضی است که موجب افزایش طول عمر می‌شود.»

به این مطلب همان ایرادی که در مورد لگاریتم در کتاب ریاضی ۲ ذکر شد، وارد است. ضمناً به‌لحاظ تاریخی، لگاریتم برای ساده‌سازی محاسبات طولانی فقط در نجوم و برخی دیگر از شاخه‌های فیزیک به‌کار رفته است و «دریانوردان»، «بازرگانان»، «زمین‌شناسان» و «همهٔ انسان‌های روی کره زمین»! چنین استفاده‌ای از لگاریتم نداشته‌اند.

مراجع

[۱] الگود، س. (۱۳۵۳). *تاریخ پزشکی ایران* (م. جاویدان، مترجم) تهران: اقبال.

[۲] باقری، م. (۱۳۷۵). فوائد، اهمیت و ضرورت پرداختن به تاریخ ریاضیات. *میراث جاویدان* (شماره سوم و چهارم)، ۵۶-۵۱.

[۳] برگرن، ج. (۱۳۷۳). *گوشه هایی از ریاضیات دورهٔ اسلامی*. (م. وحیدی اصل، و ع. جمالی، مترجم) تهران: انتشارات فاطمی.

[۴] بوزجانی، ا. (۱۳۶۹). *هندسه ایرانی*، کاربرد هندسه در عمل. (س. جذبی، مترجم) تهران: انتشارات سروش.

[۵] بیرونی، ا. (۱۹۶۲ م). *تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن*. (بولگاکوف، تدوین) قاهره.

[۶] حلی، س. (۱۳۶۵). *گره‌ها و قوس‌ها در معماری اسلامی*. مؤلف.

[۷] سیرافی، س. (۱۳۸۱). *سلسلة‌التواریخ یا اخبار الصین و الهند* (ح. قرچانلو، مترجم) تهران: اساطیر.

[۸] قربانی، ا . (۱۳۶۸). *کاشانی‌نامه: احوال و آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی*. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

[۹] قربانی، ا. (۱۳۷۵). *زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی از سده سوم تا سدهٔ یازدهم هجری* (نسخه چاپ دوم). تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

[۱۰] کرامتی، ی. (۱۳۸۳). *بوزجانی*. تهران: *مرکز دایرة المعارف بزرگ اسلامی*.

[۱۱] کرامتی، ی. (۱۳۹۰، آذر). *زندگینامه و کارنامهٔ علمی ابوالوفا بوزجانی*. *کتاب ماه علوم و فنون*، دورهٔ دوم (شمارهٔ هشتم).

[۱۲] کرامتی، ی. (۱۳۹۳). تاریخ تحول حساب در ایران. در تاریخ جامع ایران (جلد ۱۳، صص. ۲۴۵–۳۳۰). تهران: *بنیاد دایرة‌المعارف بزرگ اسلامی*.

[۱۳] مؤلفان. (۱۳۹۸). *آمار و احتمال*. تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۱۴] مؤلفان. (۱۳۹۸). *حسابان* (۱). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۱۵] مؤلفان. (۱۳۹۸). *حسابان* (۲). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۱۶] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضی* (۱). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۱۷] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضی* (۲). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۱۸] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضی* (۲) فنی کلیه رشته های فنی حرفه‌ای و کاردانش. تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۱۹] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضی* (۳). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۰] مؤلفان. .(۱۳۹۸) *ریاضی و آمار* (۱). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۱] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضی و آمار* (۲). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۲] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضی و آمار* (۳). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۳] مؤلفان. (۱۳۹۸). *ریاضیات گسسته*. تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۴] مؤلفان. (۱۳۹۸). هندسه (۱). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۵] مؤلفان. (۱۳۹۸). هندسه (۲). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۶] مؤلفان. (۱۳۹۸). هندسه (۳). تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.

[۲۷] نیک فهم خوب روان، س. (۱۳۹۲). حبش حاسب مروزی. در *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی* (جلد ۲۰، ص. ۶۸). تهران: بنیاد دایرةالمعارف بزرگ اسلامی.

[۲۸] همدانی، ر. (۱۳۷۳). *جامع التواریخ* (جلد دوم). (م. روشن، و م. موسوی، تدوین کنندگان) تهران: البرز.

[۲۹] هنرفر، ل. (۱۳۵۰). *گنجینهٔ آثار تاریخی اصفهان*. اصفهان: انتشارات ثقفی.

[30] Boolos, G., Jeffery, R., Burgess, J. (2007), *Computability and Logic*, Cambridge University Press.

[31] Boyer, C. (1949), *The History of Calculations and its Conceptual Development*. New York, Dover.

[32] Mendelson, E. (1997), *Introduction to Mathematical Logic*, 4th edn., Springer-Verlag.

[33] Robins, G., Charles, C., Mathmatical Bases of Ancient Egyption Architeture, *Historia Mathematica,* **12** (1985), 107–122.

تاریخ ارسال: ۱۳۹۸/۱۱/۱۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۲/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۲/۲

پیام سراجی: دانشگاه فرهنگیان اصفهان، خانهٔ ریاضیات اصفهان

رایانامه: P_seraji54@yahoo.com

نرگس عصارزادگان: کارشناسی ارشد تاریخ علم دورهٔ اسلامی، خانهٔ ریاضیات اصفهان.

رایانامه: Narges.assarzadegan@gmail.com

Mathematical Culture and Thought
Volume 40, Number 68, Spring/Summer 2021, Pages 79–100
doi: 10.30504/mct.2021.313

On the History of Science in the High School Mathematics Textbooks

P. Saraji[1], N. Asarzadegan[2]✉

[1]Department of Mathematics, Farhangian University, Iran
[2]Isfahan Mathematics House

Abstract. Studying the history of science shows the ways and methods of the discoverers of science and the factors influencing the success or failure of scientists. It is expected that the evolution and discovery of scientific subjects will be mentioned in the textbooks as a written document of the culture of the society that is provided to the students. Studying the history of mathematics, especially, can play a significant role in improving the quality of mathematics education. In this article, the margins added to the text of non-mathematical textbooks with the title "Readable", including historical references, have been critically examined and a number of obvious mistakes in these sections have been raised and suggestions for their correction have been presented.

Keywords: math. textbook, history of mathematics, history of science
Article history: Recieved 1 February 2020; Accepted 21 April 2020
Article type: opinion

References

[1] al-Bīrūnī, *The Taḥdid Nihāyāt al-Amākin li-taṣḥīḥ Masāfāt al-Masākin*, edited by Bulgakov, Cairo, 1962. [in Arabic]
[2] Buzjani, *Applied Geometry*, transl. S. Jazbi, Soroush, Tehran, 1990. [in Persian]
[3] Berggren, J. L., *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Springer, 2017.
[4] Boolos, G., Jeffery, R., Burgess, J. *Computability and Logic*, Cambridge University Press, 2007.

[1]P_seraji@yahoo.com
[2]narges.assarzadegan@gmail.com

[5] Boyer, C., *The History of Calculations and its Conceptual Development*, Dover, New York, 1949.
[6] *Calculus (1*), Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[7] *Calculus (2)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[8] *Discrete Mathematics*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[9] Elgood, C. L., *Safavid Medical Practice: or, The Practice of Medicine, Surgery and Gynaecology in Persia Between 1500 A.D. and 1750 A.D*, London, 1970.
[10] *Geometry (1)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[11] *Geometry (2)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[12] *Geometry (3)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[13] Ghorbani, A., *Biagraphie des Mathematiciens de l'epoque Islamique*, IUP, Tehran, 1996. [in Persian]
[14] Ghorbani, A., *Kāshānī Nāmah*, IUP, Tehran, 1989. [in Persian]
[15] Helli, S., *Knots and Arches in Islamic Architecture*, Self-published, S. Helli, n.p., 1986. [in Persian]
[16] Honarfar, L., *Isfahan's Treasure of Historical Works*, Sagafi, Isfahan, 1971. [in Persian]
[17] Karamati, Y., Buzjani, *The Great Islamic Encyclopaedia*, The Centre for the Great Islamic Encyclopaedia, Tehran, 2004. [in Persian]
[18] Karamati, Y., *Buzjani, Biography and His Scientific Contribution*, Kitāb Māh 'Ulūm va Funūn , 8 (2011). [in Persian]
[19] Karamati, Y., The History of Development of Arithmetic in Iran, in *The Comprehensive History of Iran*, vol. 13, Encyclopaedia Islamica Foundation., Tehran, 2004, 330-345. [in Persian]
[20] *Mathematics (1)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[21] *Mathematics (2)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[22] *Mathematics (2)*, (all technology displines) Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[23] *Mathematics (3)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[24] *Mathematics and Statistics (1)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[25] *Mathematics and Statistics (2)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[26] *Mathematics and Statistics (3)*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]
[27] Mendelson, E., *Introduction to Mathematical Logic*, 4th edn., Springer-Verlag, 1997.
[28] Nikfahm Khobravan, S., Habash ḥāsib Marvazī, *The Great Islamic Encyclopaedia* , vol. 20, Encyclopaedia Islamica Foundation., Tehran, 2013, 68. [in Persian]
[29] Rashid ad-Din, *Jāmiʿ al-Tawārīkh*, ed. M. Roshan and M. Mousavi, Alborz, Tehran, 1994. [in Persian]
[30] Robins, G., Charles, C., Mathmatical Bases of Ancient Egyption Architeture, *Historia Mathematica*, **12** (1985), 107–122.
[31] Sirafi, *Akhbar al-Sin wa'l-Hind*, transl. Gharchanlou, Asatir, Tehran, 2002. [in Persian]
[32] *Statistics and Probability*, Sāzmān Chāp va Nashr Ketābhā-ye Darsī, Tehran, 2019. [in Persian]