
به مناسبت سال بین‌المللی علوم پایه برای پیشرفت پایدار، ۲۰۲۲

کارایی «نامعقول» ریاضیات*

یان استیوارت

ترجمهٔ محمد جلوداری ممقانی

معجزهٔ مناسب بودن زبان ریاضی برای فرمول‌بندی قوانین فیزیک موهبتی عالی است که نه می‌توانیم درکش کنیم نه مستحق آن هستیم. باید به خاطر آن سپاسگزار باشیم و امیدوار باشیم که در تحقیقات آتی معتبر مانده و بخواهیم یا نخواهیم، خوشحال و شاید هم‌زمان شگفت‌زده شویم، به شاخه‌های وسیعی از دانش بشری تسری یابد.

یوجین ویگنر، کارایی نامعقول ریاضیات در علوم طبیعی

ریاضیات به چه دردی می‌خورد؟

در زندگی روزمره، چه کاری برای ما انجام می‌دهد؟

در گذشته‌ای نه‌چندان دور، پاسخ‌های آسانی برای این پرسش‌ها وجود داشت. شهروندان معمولی تمام مدت، مبنای حساب را برای بررسی صورت‌حساب خرید خود به کار می‌بردند. نجارها نیازمند هندسهٔ مقدماتی بودند. مساحان و ملاحان نیز به مثلثات نیاز داشتند. حسابان لازمهٔ مهندسی بود. امروزه اوضاع طوری دیگر است. صندوق سوپرمارکت صورت‌حساب را ارائه می‌دهد، سفارش غذای ویژه را تفکیک و مالیات فروش را اضافه می‌کند. وقتی لیزر بارکد را می‌خواند صدای

عبارات و کلمات کلیدی: کارایی نامعقول، واقعی بودن، کلیت، وحدت، تنوع

نوع مقاله: ترویجی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۵/۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۶/۲

* Stewart, I., *What's the Use?—How Mathematics Shapes Everyday Life*, Basic Books, New York, 2021, pp.1-9.

از دوست خوبم، آقای سیامک کاظمی، به‌خاطر ویرایش این متن و ارائهٔ پیشنهادهای سازنده سپاسگزار می‌کنم.

بیبیب را می‌شنویم، و تازمانی که این بیبیب‌ها با کالاها مطابقت دارند فرض ما بر این است که این دستگاه‌های الکترونیکی کارشان را درست انجام می‌دهند. هنوز حرفه‌های بسیاری متکی بر دانش ریاضی گسترده‌ای هستند، با این حال، بخش بزرگی از ریاضیات را به ابزارهای الکترونیکی مجهز به الگوریتم‌های ساختاری برون‌سپاری کرده‌ایم.

موضوع مورد بحث من با اینکه حضور ندارد آشکار و مشهود است. همه از آن با خبرند اما کسی در مورد آن حرف نمی‌زند.

آسان است اگر نتیجه بگیریم که ریاضیات کهنه و منسوخ شده است، اما، این تصور اشتباه است. بدون ریاضیات دنیای امروز تکه‌پاره خواهد شد. به‌عنوان شواهدی معتبر، کاربردهای ریاضیات را در سیاست، حقوق، پیوند کلیه، برنامه‌های تحویل کالا توسط سوپر مارکت، امنیت اینترنت، جلوه‌های ویژه سینمایی، و تولید فنر نشان خواهیم داد. خواهیم دید که چگونه ریاضیات نقشی اساسی در اسکنرهای پزشکی، عکس‌برداری دیجیتال، فیبر پهن‌باند، و پرتاب ماهواره ایفا می‌کند. چگونه کمک می‌کند تا اثرات تغییرات اقلیمی را پیش‌بینی کنیم، چگونه از ما در مقابل تروریست‌ها و هکرهای اینترنتی حفاظت می‌کند.

شگفتا، بسیاری از این کاربردها متکی بر ریاضیاتی هستند که به دلایلی متفاوت ابداع شده‌اند، در بسیاری موارد فقط براساس شم و دیدگاه شخصی ابداع‌کنندگان. هنگام تحقیق در مورد مطالب این کتاب وقتی با کاربردهای موضوعی که هرگز فکر نمی‌کردم وجود داشته باشند مواجه می‌شدم، مکرراً شگفت‌زده شده‌ام. معمولاً مباحثی مانند منحنی‌های فضاپارک، چهارگان‌ها، و توپولوژی به کار گرفته می‌شد که هرگز فکر نمی‌کردم کاربردی عملی داشته باشند.

ریاضیات سامانه‌ای عظیم از مفاهیم و روش‌های خلاقانه است که دقیقاً زیر پوست تکنولوژی‌های دگرگون‌سازی قرار گرفته است که در حال ساختن قرن بیست و یکم به‌صورتی کاملاً متفاوت با هر عصر و زمانی در گذشته هستند - بازی‌های ویدیویی، مسافرت‌های هوایی بین‌المللی، مخابرات ماهواره‌ای، رایانه‌ها، اینترنت، تلفن‌های همراه. یک آیفون را خراش دهید تا درخشش شفاف ریاضیات را ببینید. این نکته را ساده نگیرید، لطفاً.

*

عده‌ای میل دارند فرض کنند که رایانه‌ها با توانایی‌های معجزه‌آسای خود، ریاضی‌دانان و حتی خود ریاضیات را خلق می‌کنند. اما، رایانه‌ها بیشتر از نقشی که میکروسکوپ‌ها در تغییر جایگاه

زیست‌شناسان دارند، در تغییر جایگاه ریاضی‌دانان نقش ندارند. رایانه‌ها روشی را که برای انجام کار ریاضی انتخاب کرده‌ایم تغییر می‌دهند، اما، غالباً ما را از محاسبات خسته‌کننده معاف می‌کنند. آن‌ها به ما وقت فکر کردن می‌دهند، کمک می‌کنند الگوها را جستجو کنیم، و ابزاری جدید و قدرتمند برای رسیدن سریع‌تر و موثرتر به موضوع در اختیار قرار می‌دهند.

درحقیقت، دلیل اصلی تبدیل شدن ریاضیات به ابزاری اساسی، رواج گسترده رایانه‌های ارزان‌قیمت و قدرتمند است. پیدایش آن‌ها فرصت‌های جدیدی را برای استفاده از ریاضیات در حل مسئله‌های دنیای واقعی پدید آورده است. روش‌هایی که پیش‌ازین به علت نیاز به محاسبات سرسام‌آور عملی نبودند، اکنون به روش‌های عادی تبدیل شده‌اند. بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان عصر مداد و کاغذ در مواجهه با روشی که نیازمند یک میلیارد محاسبه بود از فرط ناامیدی دست به آسمان بلند می‌کردند. امروزه، این روش‌ها را به‌صورت عادی به کار می‌بریم زیرا با تکنولوژی موجود مجموع اعداد را در کسری از ثانیه به دست می‌آوریم.

ریاضی‌دانان - البته همراه با دست‌اندرکاران بسیاری از حرفه‌های دیگر - مدت‌های مدیدی از پیشگامان انقلاب رایانه‌ای بوده‌اند. به جورج بول فکر کنید، که منطق نمادین را ابداع کرد که مبنای معماری رایانه‌های فعلی را تشکیل می‌دهد. به آلن تورینگ و ماشین جهانی وی، ماشین تورینگ، فکر کنید که سامانه‌ای ریاضیاتی است که می‌تواند هر چیز محاسبه‌پذیر را محاسبه کند. به محمد خوارزمی فکر کنید که کتاب جبر وی متعلق به ۸۲۰ میلادی بر نقش روش‌های محاسباتی سیستماتیک تأکید کرده است که اکنون به افتخار او الگوریتم نامیده می‌شوند.

بیشتر الگوریتم‌هایی که توانایی شگفت‌انگیزی در کامپیوترها ایجاد می‌کنند اکیداً مبتنی بر ریاضیات‌اند. اغلب روش‌های مورد توجه از «قفسه‌ای» در مخزن ایده‌های ریاضی برداشته شده‌اند، مانند الگوریتم رتبه‌بندی صفحه^۱ گوگل، که میزان اهمیت یک وبگاه را کمی می‌کند و صنعتی چند میلیارد دلاری ایجاد کرده است. حتی قوی‌ترین الگوریتم یادگیری عمیق در هوش مصنوعی از مفاهیم ریاضی آزموده‌شده مانند ماتریس‌ها و گراف‌های وزن‌دار استفاده می‌کند. کار کسالت‌آوری مانند جستجوی سندی که حاوی رشته‌ای از حروف الفباست، دست‌کم به روش معمولی، شامل یک ابزار ریاضی هوشمند موسوم به اتوماتون متناهی حالت است.

نقش ریاضیات در این پیشرفت‌های هیجان‌انگیز دارد کم‌رنگ انگاشته می‌شود. بنابراین وقتی رسانه‌ای برخی توانایی‌های شگفت‌انگیز جدید رایانه‌ها را مطرح می‌کند، در نظر داشته باشید که در

^۱PageRank

گوشه‌های آن مقدار زیادی ریاضیات و کلی مهندسی، فیزیک، شیمی، و روانشناسی پنهان است، و اینکه بدون حمایت این رشته از حامیان پنهان، این سوپرستار دیجیتال نخواهد توانست هنرنمایی و توجه همگان را جلب کند.

در دنیای امروز اهمیت ریاضیات کم‌برآورد می‌شود زیرا تقریباً کل آن به پشت صحنه انتقال می‌یابد. هنگام قدم زدن در خیابان شهر از نمادهایی که اهمیت بانک‌ها، سبزی‌فروش‌ها، سوپرمارکت‌ها، محصولات مد، تعمیر ماشین، وکلا، غذاهای حاضری، عتیقه‌جات، خیریه‌ها، و هزاران فعالیت و حرفه دیگر را اعلام می‌کنند آگاه می‌شوید. اما، یک پلاک برنجی پیدا نمی‌کنید که حضور یک ریاضی‌دان مشاور را اعلام کند. سوپرمارکت‌ها به شما، ریاضیات بسته‌بندی شده نمی‌فروشند.

با این حال اگر قدری عمیق‌تر فکر کنید اهمیت ریاضیات به سرعت آشکار می‌شود. معادلات ریاضی آیرودینامیک در طراحی هواپیما بسیار اساسی‌اند. کشتی‌رانی به مثلثات وابسته است. روش کاربرد امروزی آن با روش کاربرد کریستف کلمب تفاوت دارد، زیرا ما ریاضیات را به جای مداد، مرکب، و جدول‌های ملاحی در وسایل الکترونیکی خود وارد کرده‌ایم، اما، اصول مورد استناد یکی هستند. توسعه پزشکی جدید متکی بر آمار است تا اطمینان حاصل شود که داروها سالم و مؤثرند. ارتباطات ماهواره‌ای به درک عمیق دینامیک مدارات وابسته است. پیش‌بینی وضع هوا نیازمند جواب‌های معادلاتی است که مبین نحوه حرکت اتمسفر، میزان بخار موجود در آن، میزان گرمی و سردی آن، و نحوه تعامل تمام این ویژگی‌هاست. ما متوجه این نکته نمی‌شویم که این عوامل همگی در خود ریاضیاتی نهفته دارند، زیرا نیازی به دانستن آن برای سود بردن از آن نداریم.

چه چیزی ریاضیات را در چنین دامنه وسیعی از فعالیت‌های آدمی این‌گونه سودمند می‌کند؟ این پرسشی جدید نیست. در ۱۹۵۹ یوجین ویگنر فیزیک‌دان یک سخنرانی بسیار عالی در دانشگاه نیویورک با عنوان «کارایی نامعقول ریاضیات در علوم طبیعی» ایراد کرد. او بر علوم طبیعی تأکید کرد، اما، همین نکته را می‌توان در خصوص تأثیر باورنکردنی ریاضیات بر کشاورزی، پزشکی، سیاست، ورزش، و هر چه شما بگویید به کار بست. خود ویگنر امیدوار بود که این تاثیر به «شاخه‌های وسیعی از دانش» تسری یابد. که چنین هم شد.

واژه اصلی عنوان سخنرانی وی، «نامعقول»، برجستگی خاصی دارد زیرا تعجب‌آور است. بیشتر کاربردهای ریاضیات کاملاً «معقول»‌اند به این معنی که وقتی بفهمید کدام روش‌ها در حل یک مسئله مهم یا اختراع یک ابزار به کار رفته است آن کاربرد باورکردنی می‌نماید. اینکه مثلاً مهندسان معادلات آیرودینامیک را برای طراحی هواپیما به کار می‌برند کاملاً معقول است. زیرا آیرودینامیک

برای نخستین بار به خاطر آن خلق شد. بسیاری از ریاضیات مورد کاربرد در پیش‌بینی وضع هوا در ذهن آدمی برای این کار پدید آمده‌اند. آمار از کشف الگوهای بزرگ‌مقیاس در داده‌های مربوط به رفتار انسان پدید آمده است. اندازه ریاضیات مورد نیاز برای طراحی عینک‌های با لنزهایی که کانون‌های متغیر دارند غول‌آسا است، ولی تقریباً تمام آن با تصورات نورشناسی در ذهن انسان ابداع شده است.

به معنای مورد نظر ویگنر، وقتی چنین ارتباطی بین انگیزه اولیه برای ابداع یک مفهوم یا مبحث ریاضی و کاربرد نهایی آن وجود ندارد، توانایی ریاضیات برای حل مسئله‌های مهم نامعقول جلوه می‌کند. ویگنر سخنان خود را با داستانی، که من آن را با آب‌وتاب بیان خواهم کرد، آغاز می‌کند. دو هم‌کلاسی سابق همدیگر را ملاقات می‌کنند. یکی آماردانی است که روی روندهای جمعیتی تحقیق می‌کند، او مقالات تحقیقاتی خود را به دیگری نشان می‌دهد، که با یک فرمول استاندارد در آمار، مربوط به توزیع نرمال یا «خم زنگدیس» آغاز می‌شود. او نمادهای مختلفی را معرفی می‌کند - این اندازه جمعیت است، آن یکی یک میانگین نمونه است - و شرح می‌دهد که فرمول را چگونه می‌توان بدون شمارش همه جمعیت برای استنباط اندازه جمعیت به کاربرد. دوست وی فکر می‌کند که رفیقش دارد مزاح می‌کند، ولی کاملاً مطمئن نیست، بنابراین در مورد نمادهای دیگر پرس‌وجو می‌کند. سرانجام به نمادی می‌رسد که مشابه π است.

«این چیه؟ خیلی آشناست.»

«عدد پی است - نسبت محیط دایره بر قطر آن.»

رفیقش می‌گوید: «حالا می‌فهمم که سر به سرم می‌گذاری.» «آخر دایره را چه کار به اندازه‌های

جمعیت؟»

نکته اول در مورد این قصه آن است که بدبینی دوست او کاملاً قابل درک است. عقل سلیم حکم می‌کند که دو مفهوم این چنین ناهمخوان نمی‌توانند مرتبط باشند، یکی در مورد هندسه، دیگری در مورد جمعیت، بحق چیزهای نشنیده. نکته دوم آن است که علی‌رغم عقل سلیم، ارتباطی وجود دارد. خم توزیع نرمال فرمولی دارد که اتفاقاً شامل عدد پی است. صرفاً عدد تقریبی مناسبی هم نیست اصل جنس است، عدد قدیمی π است. اما علت ظهور آن در فرمول خم توزیع نرمال حتی برای ریاضی‌دانان اصلاً شهودی نیست، و برای دیدن نحوه ظهور آن باید حسابان پیشرفته دانست، چه رسد به چرایی‌اش.

بگذارید در مورد π داستان دیگری برایتان نقل کنم. چند سال پیش حمام زیر پله را بازسازی

می‌کردیم. وقتی اسپنسر، کارگری همه‌فن‌حریف که برای کاشی‌کاری آمده بود، متوجه شد که من کتاب‌های ریاضی توصیفی برای عامه مردم می‌نویسم، گفت: «یک مسئله ریاضی برای شما پیدا کرده‌ام». گفت: «باید زمینی گرد را کاشی‌کاری کنم و باید مساحت آن را بدانم تا تعداد کاشی‌های مورد نیاز را محاسبه کنم. فرمولی وجود دارد که یادمان داده‌اند.»

گفتم: «پی ضربدر π به توان ۰.۲»

«همان است!» بنابراین نحوه کاربرد آن را به یادش آوردم. شادمانه با راه‌حلی برای مسئله کاشی‌کاری، همراه با نسخه‌ای امضاشده از یکی از کتاب‌های من و این کشف که ریاضیاتی که در مدرسه یاد گرفته است، برخلاف اعتقاد دیرینه‌اش، در شغل فعلی‌اش مفید واقع شده است، رفت. تفاوت بین این دو قصه روشن است. در قصه دوم، π ظاهر می‌شود زیرا از آغاز دقیقاً برای حل همین نوع مسئله مطرح شده است و نمونه ساده و سراسازی از کارایی ریاضیات است. در قصه اول هم π ظاهر شده و مسئله را حل می‌کند، اما حضور آن شگفتی‌آفرین است. این داستانی از کارایی نامعقول است: کاربردی از یک مفهوم ریاضی در جایی که با منشأ آن کاملاً بی‌ارتباط است.

در کتاب به چه کار می‌آید؟ [منظور همان کتاب استیوارت است] درباره کاربردهای معقول ریاضیات زیاد صحبت نخواهم کرد. آن‌ها ارزشمندند، جالب‌اند، مانند هر چیز دیگری بخش بزرگی از چشم‌انداز ریاضیات‌اند، آن‌ها به سهم خود مهم‌اند - ولی ما را در جای خود می‌خکوب و شگفت‌زده نمی‌کنند، همچنین آن‌ها ممکن است موجب گمراهی مقامات شوند که تصور کنند که تنها راه پیشبرد ریاضیات تصمیم‌گیری در مورد مسائل است و سپس استخدام ریاضی‌دانان که راهی برای حل آن‌ها پیدا کنند. چیز نامطلوبی در مورد تحقیق هدفمند از این نوع وجود ندارد، ولی این کار جنگیدن با یک دست است درحالی‌که دست دیگر از پشت بسته شده است. تاریخ مکرراً به ارزش این دست دوم، توانایی شگفت‌انگیز تخیل آدمی، اشاره دارد. چیزی که ریاضیات را قدرتمند می‌کند ترکیب این دو راه تفکر است. هریک دیگری را کامل می‌کند.

مثلاً، در سال ۱۷۳۶ توجه ریاضی‌دان بزرگ، لئونهارد اویلر، به معمای کوچک جالبی در مورد مردمی که روی پل‌ها راه می‌رفتند جلب شد. او می‌دانست که این معما جالب است زیرا به نظر می‌رسید که حل آن نیازمند نوع جدیدی از هندسه است، هندسه‌ای که مفاهیم رایج زاویه و طول را ندید بگیرد. اما، او احتمالاً نمی‌توانست پیش‌بینی کند که مبحثی که حل این معما موجب پیدایش آن شد در قرن بیست و یک با کاربرد در عمل پیوند کلیه، بیماران بسیاری را به زندگی بر خواهد گرداند. پیوند کلیه در آن زمان امری کاملاً تخیلی به نظر می‌رسید، اما حتی اگر چنین نبود، هر ارتباطی بین

این معما و پیوند کلیه مضحک به نظر می‌رسید.

و کیست که تصور کرده باشد که کشف خم‌های فضاپرکن - خم‌هایی که از هر نقطه داخل یک مربع می‌گذرند - می‌تواند به شرکت Meals on Wheels (غذا روی چرخ) در طراحی شبکه مسیره‌های رساندن غذا کمک کند؟ مسلماً این تصور در ذهن ریاضی‌دانان نبود که این مسائل را در دهه ۱۸۹۰ مطالعه می‌کردند، به تعریف مفاهیم رازآمیزی چون «پیوستگی» و «بُعد» علاقه داشتند، و جزو اولین کسانی بودند که باید به این نکته اشاره می‌کردند که ممکن است برخی باورهای محبوب در ریاضیات نادرست باشد. بسیاری از همکاران آن‌ها کل این جریان را انحرافی و منفی می‌دانستند. سرانجام همه فهمیدند که زندگی در بهشت احمق‌ها اصلاً خوب نیست، جایی که فرض بر این است که همه چیز به خوبی پیش خواهد رفت درحالی‌که چنین اتفاقی نمی‌افتد.

تنها ریاضیات ادوار گذشته نیست که به این طریق به کار می‌رود. روش‌های پیوند کلیه مبتنی بر تعداد زیادی از گسترش‌های جدید بینش اولیه اوایلر هستند، که الگوریتم‌های قدرتمند بهینه‌سازی ترکیبایی - انجام بهترین گزینش از میان گسترده‌ای وسیع از امکانات - یکی از آن‌هاست. روش‌های ریاضیاتی بی‌شماری که هم‌اکنون انیمیشن‌سازها به کار می‌گیرند شامل روش‌هایی متعلق به کمتر از ۱۰ سال پیش‌اند. یکی از این‌ها «فضا شکل» است، فضایی بی‌نهایت بُعدی از خم‌ها که یکی گرفته می‌شوند مشروط بر اینکه فقط در یک تغییر مختصات اختلاف داشته باشند. آن‌ها برای هموار و طبیعی دیده شدن دنباله انیمیشن‌ها به کار گرفته می‌شوند. یک دستاورد بسیار جدید مانستگی مداوم است که وقتی به وجود آمد که ریاضی‌دانان محض می‌خواستند ناوردهای توپولوژیکی پیچیده‌ای را محاسبه کنند که سوراخ‌های چندبُعدی اشکال هندسی را شمارش می‌کنند. معلوم شد روش آن‌ها روش مؤثری است برای اطمینان از اینکه شبکه‌های حسگر مربوط به حفاظت ساختمان‌ها یا پایگاه‌های نظامی در مقابل حملات تروریستی یا جنایی، پوشش کاملی ارائه می‌دهند. امنیت ارتباطات اینترنتی را می‌توان با استفاده از مفاهیمی مجرد از هندسه جبری - «گراف‌های هم‌ریشه فراتکین» - ایمن ساخت. این مطالب به قدری جدیدند که فعلاً به صورت ابتدایی وجود دارند، اما، در صورتی که توانایی آن‌ها محقق شود، سامانه‌های رمز امروزی را به زباله تبدیل خواهند کرد.

کار ریاضیات فقط این نیست که این‌گونه چیزهای عجیب را در موقعیت‌های نادر به نمایش بگذارد بلکه آن را به صورت عادت مثبتی در می‌آورد. در واقع، تاجایی‌که به نظر بسیاری از ریاضی‌دانان مربوط است، این شگفتی‌ها جذاب‌ترین کاربردهای موضوع هستند، و توجیه اصلی برای بررسی آن به عنوان یک موضوع است، نه انبانی از ترفندهای گوناگون، یکی برای هر نوع مسئله.

ویگنر در ادامه سخنرانی خود گفت: «سودمندی بسیار زیاد ریاضیات در علوم طبیعی چیزی اسرار آمیز است و توجیهی عقلانی برای آن وجود ندارد». البته، این درست است که ریاضیات در وهله اول از مسئله‌های موجود در علوم نشأت گرفت، اما، ویگنر از تأثیر آن بر حوزه‌هایی که برای آن‌ها طراحی شده بود، در تعجب نبود بلکه شگفتی او از کارایی ریاضیات در حوزه‌های ظاهراً نامرتبط بود. حسابان از تحقیقات نیوتون در مورد حرکت سیارات ناشی شد، بنابراین چندان شگفت‌انگیز نیست که کمک می‌کند تا نحوه حرکت سیارات را بفهمیم. ولی، شگفت‌انگیز است که کمک می‌کند برآوردهای آماری در مورد جمعیت‌های انسانی به دست آوریم، (چنان‌که در داستان کوتاه ویگنر آمده)، یا تغییرات در تعداد ماهی‌های صیدشده در دریای آدریاتیک طی جنگ جهانی اول را تبیین می‌کند، بر قیمت‌گذاری اختیارات در بخش مالی تأثیر می‌گذارد، در طراحی جت‌های مسافربری به مهندسان کمک می‌کند، و در ارتباطات راه دور بسیار اساسی است. زیرا حسابان برای هیچ‌کدام از این مقاصد ابداع نشده بود.

حق با ویگنر بود. نحوه ظهور مکرر و ناخواسته ریاضیات در علوم فیزیکی، و نیز در حوزه‌های بسیاری دیگر از فعالیت‌های آدمی، یک راز است. یک راه رسیدن به این راز آن است که قبول کنیم گیتی از ریاضیات «ساخته شده» است، و آدمی تنها در حال کشف این سازه بنیادی است. من در این [کتاب] از احتمالات صحبت نخواهم کرد، اما، این نکته درست است که احتمال یک راز را با رازی عمیق‌تر جایگزین می‌کند. چرا گیتی از ریاضیات ساخته شده است؟

*

در یک سطح عملی‌تر، می‌توان استدلال کرد که ریاضیات چهره‌های متفاوتی دارد که کمک می‌کنند تا به مفهوم مورد نظر ویگنر، به‌طور نامعقولی مؤثر باشد. یکی، به نظر من، ارتباطات بسیار آن با علوم طبیعی است، که به عنوان تکنولوژی متحول‌کننده به دنیای انسانی منتقل می‌شود. درحقیقت بسیاری از نوآوری‌های بزرگ ریاضیاتی از پرسش‌های علمی ناشی شده‌اند. بقیه در ملاحظات بشری ریشه دارند. پیدایش اعداد از حسابداری ابتدایی (چند گوسفند دارم؟) ناشی شده‌است. هندسه به معنی «اندازه‌گیری زمین» است و ارتباط نزدیکی با مالیات بر زمین و ساختن اهرام در مصر باستان دارد. مثلثات، از نجوم، دریانوردی، و نقشه‌کشی سر برآورد.

با این حال، این توجیه به‌تنهایی رضایت‌بخش نیست. بسیاری دیگر از نوآوری‌های بزرگ ریاضیاتی از پرسش‌های علمی یا مسائل خاص انسانی پدید نیامده‌اند. انگیزه اولیه برای کشف یا ابداع اعداد

اول، اعداد مختلط، جبر مجرد، و توپولوژی کنجکاو آدمی و نوعی حس الگوجویی بوده است. این دلیل دوم برای تأثیر زیاد ریاضیات است: ریاضی‌دانان با استفاده از آن، الگوها را جستجو کرده و ساختار پایه را نمایان می‌کنند. آنان زیبایی را نه در فرم که در منطق می‌جویند. وقتی نیوتن می‌خواست حرکت سیارات را بفهمد، جواب را وقتی پیدا کرد که مانند یک ریاضی‌دان فکر کرد و به جستجوی الگوهایی عمیق‌تر زیر پوست داده‌های نجومی خام روی آورد. سپس قانون جاذبه خود را مطرح کرد. بسیاری از مهم‌ترین ایده‌های ریاضیاتی ابداً از دنیای واقعی انگیزه نگرفته‌اند. پی‌یر فرما، وکیلی که در قرن هفدهم برای تفریح به ریاضیات می‌پرداخت، کشفیات بنیادی بسیاری در نظریه اعداد کرد: الگوهایی عمیق در مورد رفتار اعداد صحیح. سه قرن طول کشید تا تحقیقات وی در این زمینه کاربردهای عملی پیدا کند، اما اکنون معاملات تجاری که اینترنت را هدایت می‌کنند بدون استفاده از آن امکان‌پذیر نیست.

یکی دیگر از ویژگی‌های ریاضیات که از سال‌های ۱۸۰۰ تاکنون به صورت فزاینده‌ای روشن شده عمومیت آن است. ساختارهای مختلف ریاضی ویژگی‌های مشترکی دارند. فایده‌های جبر مقدماتی با قواعد حساب یکی هستند. انواع مختلف هندسه (اقلیدسی، تصویری، نا اقلیدسی، و حتی توپولوژی) همگی رابطه نزدیکی با هم دارند. این یگانگی پنهان را می‌توان از اول با کار روی ساختارهای کلی که از قواعد مشخص‌شده‌ای پیروی می‌کنند، تصریح کرد. مفاهیم عام را که بفهمید، تمام مثال‌های خاص واضح می‌شود. به این ترتیب وقت زیادی صرفه‌جویی می‌شود، که درغیراین‌صورت اساساً با انجام تکراری همان کار به دفعات زیاد با زبانی اندک متفاوت، تلف می‌شد. این البته عیبی هم دارد: موضوع را بسیار مجرد می‌کند. به جای صحبت از مفاهیم مأنوس مانند اعداد، کلیات باید به هر چیزی با اسم‌هایی مانند «حلقه نوتری»، «رسته تانسوری»، یا «فضای برداری توپولوژیکی» اشاره کنند که از قواعدی یکسان مانند اعداد تبعیت می‌کنند. وقتی این نوع تجرید به صورت حداکثری پیاده شود، فهمیدن این مفاهیم عام چه هستند، ممکن است مشکل باشد، تا چه رسد به کاربرد آن‌ها. هرچند آن‌قدر مفیدند که آدمی نمی‌تواند بدون آن‌ها کاری انجام دهد. نت فلیکس را می‌خواهید؟ یکی باید روی ریاضیاتش کار کند. معجزه نیست، درست خود نت فلیکس است.

ویژگی چهارم ریاضیات، که با این بحث به شدت مرتبط است، قابلیت انتقال آن است که یکی از نتایج کلیت آن می‌باشد، و این یکی از علل لزوم تجرید است. یک روش یا مفهوم ریاضیاتی بدون در نظر گرفتن مسئله الهام‌بخش آن، از سطحی از کلیت برخوردار است که معمولاً آن را در حل

مسئله‌های کاملاً متفاوت دیگر قابل استفاده می‌کند. بنابراین هر مسئله‌ای که بتواند در چارچوب مناسبی به شکل دیگری بیان گردد به ابزاری مناسب تبدیل می‌شود. ساده‌ترین و مؤثرترین روش برای تولید ریاضیات قابل انتقال، طراحی انتقال‌پذیری آن از آغاز با تصریح بر کلیت‌هاست.

در دو هزار سال گذشته، ریاضیات الهامات خود را از سه منبع اصلی دریافت کرده است: کارکردهای طبیعت، کارکردهای انسان، و تمایلات الگوجوی داخلی ذهن انسان. کل موضوع بر این سه ستون اتکا دارد. شگفت این‌که علی‌رغم منابع انگیزشی گوناگون، ریاضیات کلاً یک چیز واحد است. هر شاخه ریاضیات صرف‌نظر از منشأ و هدف آن به تمام شاخه‌های دیگر محکم بسته شده است – و بندها با گذشت زمان قوی‌تر و پیچیده‌تر می‌شوند.

این حاکی از دلیل پنجم برای کارایی زیاد ریاضیات، به این طریق غیرمنتظره است: وحدت. و در کنار این، دلیل ششمی هم هست، که برای آن به موازات پیشروی در متن کتاب مستندات بسیاری ارائه خواهیم داد: تنوع.

واقعی بودن، زیبایی، کلیت، قابلیت حمل، وحدت، «تنوع» که در کنار هم به کارآمدی ریاضیات منجر می‌شود.
به همین سادگی.

Unreasonable Effectiveness

I. Stewart

Translated by M. J. Mamaghani¹

¹Department of Mathematics, Allameh Tabataba'i University, Iran

Abstract. This is a translation of the first chapter in *What's the Use?—How Mathematics Shapes Everyday Life* (2021), by I. Stewart.

Keywords: unreasonable effectiveness of mathematics, applications of mathematics, features of mathematics

Article history: Received 24 July 2022; Accepted 24 August 2022

¹J_mamaghani@atu.ac.ir