فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی

سال ۴۱، شمارهٔ ۷۱ (پاییز و زمستان ۱۴۰۱) صص. ۱۰۷ تا ۱۱۸

سه حکایت از گلستان سعدی از منظر نظریهٔ بازی‌ها

احمد احمدی، مریم اسماعیلی✉، جواد فتحی

چکیده. امروزه کاربرد نظریهٔ بازی‌ها در بسیاری از علوم رواج یافته است. با وجود این، سالیان درازی است که کاربرد نظریهٔ بازی‌ها در بسیاری از علوم اجتماعی همچون اقتصاد، جامعه‌شناسی، و سیاست با احتیاط نگریسته می‌شود، زیرا بسته به موقعیت فردی و اجتماعی بازیکنان می‌توان نتایج متفاوتی را از یک بازی انتظار داشت. در این میان، شناخت رفتاری هر بازیکن و استنتاج ریاضی‌گونهٔ آن مستلزم اطلاعاتی است که از جملهٔ آن‌ها شناخت باورها و فرهنگ جامعه‌ای است که بازیکنان به آن تعلق دارند. در این مقاله، با انتخاب سه حکایت از گلستان سعدی و بیان آن‌ها در قالب بازی دونفره نشان خواهیم داد که آموزه‌های سعدی در آن کتاب، که برخاسته از باور و فرهنگ ماست، تا چه اندازه با تصمیم‌گیری منطقی مبتنی‌بر نظریهٔ بازی‌ها همخوانی دارد.

۱ مقدمه

هنگام حل مسائل عملی (اقتصادی، نظامی، و غیره) اغلب ناچاریم موقعیت‌هایی را تجزیه و تحلیل کنیم که در آن‌ها دو یا چند طرف معارض در تعقیب اهداف متعارضی هستند و درنتیجه عملِ هر طرف بستگی به خط‌مشی انتخابی طرف دیگر دارد. چنین موقعیت‌هایی را موقعیت تعارض‌آمیز می‌نامند. نیاز به تحلیل موقعیت‌های تعارض‌آمیز موجب بسط روش‌های ریاضی ویژه‌ای شده است. نظریهٔ بازی‌ها دراصل یک نظریهٔ ریاضی دربارهٔ چنین موقعیت‌هایی است. هدف آن تدوین توصیه‌هایی برای هریک از طرفین جهت اقدام عقلایی در جریان یک موقعیت تعارض‌آمیز است. واضح است موقعیت‌های تعارض‌آمیزی که در عمل رخ می‌دهد بسیار پیچیده‌اند و تحلیل آن‌ها به دلایل بسیاری امکان‌پذیر نیست. برای امکان‌پذیر بودن تحلیل ریاضی چنین موقعیت‌هایی باید خود را از دست

عبارات و کلمات کلیدی: گلستان سعدی، حکایت، نظریهٔ بازی‌ها، تعادل نش
نوع مقاله: پژوهشی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۶/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۳/۲۳

doi: 10.30504/mct.2022.1237.1861

چنین عوامل درجه دوی خلاص کنیم و یک مدل ساده‌شده و صوری از موقعیت بسازیم. چنین مدلی را یک «بازی» می‌نامند [۶].

نظریهٔ بازی‌ها در ابتدا و تا سه قرن پیش برای تحلیل راهبرد بهینه در بازی کارت‌ها و حتی شطرنج استفاده می‌شد. ولی به‌مرور در حدود سال‌های ۱۸۳۰ میلادی با توجه به ضرورت مطالعهٔ رقابت بین بنگاه‌های مختلف توسط کورنو[۱] و برتران[۲] برای تحلیل نتیجهٔ بازی دو بنگاه مورد استفاده قرار گرفت. به‌رغم استفادهٔ گسترده، این نظریه زمانی به شاخهٔ علمی مستقل تبدیل شد که فون نویمان طی مقاله‌ای در سال ۱۹۲۸ وجود تعادل در فضای پیوسته از حرکت‌ها را اثبات کرد. او به‌همراه مورگنشترن[۳] با انتشار کتاب *نظریهٔ بازی‌ها و رفتار اقتصادی* [۱۳] در سال ۱۹۴۴ مفهوم مطلوبیت را وارد تحلیل بازی‌های رقابتی و همکارانه کرد و عملاً علم جدید نظریهٔ بازی‌ها متولد شد [۳]. سال‌ها تمرکز بر بازی همکارانه بود تا اینکه جان نش[۴] در سال ۱۹۵۰ راهبرد بهینه را تعمیم داد و تعادل را در بازی غیرهمکارانه ثابت کرد [۱۲] که امروزه آن را «تعادل نش» می‌نامند. از آن زمان به بعد نظریهٔ بازی‌ها به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفت و مفاهیم جدیدی چون تعادل کامل، بازی فرعی، اطلاعات کامل، و بازی بیزی[۵] توسط کسانی چون راینهارت زِلتِن[۶] و جان هارشانیی[۷] وارد دنیای نظریهٔ بازی‌ها شد [۱۱].

اکنون سال‌هاست که نظریهٔ بازی به‌عنوان یکی از شاخه‌های ریاضیات، در پیشبرد علوم مختلف به‌کار گرفته می‌شود. با استفاده از این نظریه می‌توان نتیجهٔ هر پدیده‌ای را که قابلیت طراحی به‌شکل بازی دارد پیش‌بینی کرد، البته این نتیجه قطعی نیست و قطعی‌نبودن آن یا به‌عبارتی احتمال رخداد آنچه پیش‌بینی می‌شود به میزان اطلاعات بازی بستگی دارد. قسمتی از این اطلاعات مربوط به رفتار بازیکنان و انتخاب یک راهبرد از بین راهبردهای ممکن است، زیرا انتخاب راهبرد یا تصمیم‌گیری هر بازیکن در یک بازی به عوامل بسیاری همچون ژنتیک، جنسیت، موقعیت اجتماعی، باورها، و عقاید شخصی، قومی یا ملی وابسته است. همان‌طورکه گفتیم استفاده از تحلیل ریاضی برای همهٔ موارد مؤثر در تصمیم‌گیری کاری بس دشوار است. هدف ما در این مقاله بررسی سه حکایت از گلستان سعدی با استفاده از زبان نظریهٔ بازی‌ها است تا نشان دهیم تا چه اندازه توصیه‌های اخلاقی سعدی با تصمیم‌گیری عقلانی مبتنی‌بر این نظریه سازگاری دارد.

اینکه چرا حکایت‌هایی از گلستان سعدی برگزیده شده دلایل روشنی دارد: «یکی از جلوه‌های

---

[1] Antoine Augustin Cournot (1801-1877) [2] Joseph Louis François Bertrand (1822-1900) [3] Oskar Morgenstern (1902-1977) [4] John Forbes Nash [5] Bayesian [6] Reinhard Selten [7] John Charles Harsanyi

ادراک قوی و آزمون‌های سعدی در زندگی، مردم‌شناسی اوست و معرفت وی به‌دلیل روحیات افراد بشر که به صور گوناگون در گلستان به‌نظر می‌رسد» [۷]. دلیل دیگر اینکه، «سعدی در این کتاب، انسان را با دنیای او و با همهٔ معایب و محاسن و با تمام تضادها و تناقض‌هایی که در وجود او هست، تصویر می‌کند. در دنیای گلستان، زیبایی در کنار زشتی و اندوه در پهلوی شادی است و تناقض‌هایی هم که عیب‌جویان در آن یافته‌اند، تناقض‌هایی است که در کار دنیاست. سعدی چنین دنیایی را که پُر از تناقض و تضاد و سرشار از شگفتی و زشتی است، در گلستان خود توصیف می‌کند و گناه این تناقض‌ها و زشتی‌ها هم بر او نیست؛ بر خود دنیاست. نظر سعدی آن است که در این کتاب، انسان و دنیا را آن‌چنان که هست توصیف کند نه آن‌چنان که باید باشد» [۴]. بر این گمان هستیم که اگرچه جامعه روزگار کنونی ما با روزگار سعدی یکی نیست ولی باورها و رفتارهای هر دو اجتماع بسیار مشابه است.

پس از این مقدمه، مفاهیم اولیهٔ نظریهٔ بازی‌ها را در بخش بعد می‌آوریم و سپس به بررسی سه حکایت از گلستان سعدی می‌پردازیم. حکایت‌ها را از [۷] به تصحیح شادروان غلامحسین یوسفی نقل کرده‌ایم که یکی از معتبرترین تصحیحات موجود گلستان سعدی است.

۲ چند مفهوم پایه از نظریهٔ بازی‌ها

خوشبختانه مطالب بسیاری را می‌توان دربارهٔ نظریهٔ بازی‌ها به زبان فارسی یافت؛ مثلاً در [۱، ۲، ۳، ۸]. برخی از مفاهیم پایه و مورد نیاز از نظریهٔ بازی‌ها را، که می‌توان در هر کتاب مقدماتی در این زمینه یافت، بیان می‌کنیم.

بنابه تعریفی که در [۹] آمده است، یک قابِ بازی در شکل راهبردی[1] عبارت است از یک چهارتایی مانند $\langle I, (S_1, \ldots, S_n), O, f\rangle$ که در آن

- $I = \{1, \ldots, n\}$، به‌ازای $n \geq 2$، مجموعه‌ای از بازیکنان است؛
- nتایی $(S_1, \ldots, S_n)$ فهرستی از مجموعه‌ها و S_i مجموعهٔ راهبردهای (انتخاب‌های ممکن) بازیکن iام است. می‌نویسیم $S = S_1 \times \cdots \times S_n$، پس هر عضو $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ از S یک nتایی است که در آن σ_i راهبرد بازیکن iام است؛
- O مجموعه‌ای از عایدی‌ها[2] است؛
- تابع $f : S \to O$ به هر برش[3] راهبرد σ عایدی چون $f(\sigma) \in O$ را نسبت می‌دهد.

[1] game-frame in strategic form [2] outcomes [3] profile

معمولاً یک بازیکن در هر موقعیت از بازی، با زیرمجموعه‌ای از راهبردهای ممکن مواجه است که می‌باید یکی از آن ها را انتخاب کند. چون فرض بر این است که بازیکنان عاقلانه تصمیم می‌گیرند، به‌طور طبیعی عایدی بیشتر را به کمتر ترجیح می‌دهند، پس هر بازیکن مجموعهٔ عایدی‌ها را رتبه‌بندی می‌کند. این رتبه‌بندی را برای بازیکن iام با $\succ_i$ نمایش می‌دهیم، یعنی اگر بازیکن iام عایدی a را به b ترجیح دهد می‌نویسیم $a \succ_i b$ و اگر a و b برای او تفاوت نداشته باشد می‌نویسیم $a \sim_i b$. اگر بازیکن iام عایدی a را لااقل به اندازهٔ b ترجیح دهد، می‌نویسیم $a \succsim_i b$. دراین‌صورت رابطهٔ $\succ_i$ را یک رتبه‌بندی روی مجموعهٔ عایدی‌های بازیکن iام می‌نامند. یک رتبه‌بندی را کامل می‌گوییم هرگاه برای هر دو عایدی $o_۱$ و $o_۲$ یکی از دو حالت $o_۱ \succsim_i o_۲$ یا $o_۲ \succsim_i o_۱$ یا هر دو رخ دهد، و متعدی گوییم هرگاه شرط زیر برقرار باشد.

اگر هر دو حالت $o_۱ \succsim_i o_۲$ و $o_۲ \succsim_i o_۳$ برقرار باشد، آنگاه $o_۱ \succsim_i o_۳$.

تعریف ۱.۲. مجموعهٔ متناهی عایدی‌های O با رتبه‌بندی کامل و متعدی $\succsim$ را در نظر بگیرید. تابع $U : O \to \mathbb{R}$ را تابع مطلوبیت[1] نمایش‌دهندهٔ رتبه‌بندی $\succsim$ می‌نامند هرگاه برای هر دو عایدی o و o' داشته باشیم

(الف) $U(o) > U(o')$ اگر و تنها اگر $o \succ o'$؛

(ب) $U(o) = U(o')$ اگر و تنها اگر $o \sim o'$.

عدد $U(o)$ را مطلوبیت عایدی o گویند. تابع $\pi_i : S \to \mathbb{R}$ با ضابطهٔ $\pi_i(\sigma) = U_i(f(\sigma))$ را تابع پیامد[2] بازیکن iام می‌نامند.

فرض کنید S مجموعهٔ برش راهبردهای همهٔ بازیکنان باشد. مجموعهٔ برش راهبردهای همهٔ بازیکنان به‌جز بازیکن iام را با σ_{-i} نشان می‌دهند. اکنون مفهوم اراهبرد غالب را می‌توان تعریف کرد. فرض کنید a و b دو راهبرد برای بازیکن iام باشند $(a, b \in S_i)$ و برای هر $\sigma_{-i} \in S_{-i}$ رابطهٔ $\pi_i(a, \sigma_{-i}) > \pi_i(b, \sigma_{-i})$ برقرار باشد، در این‌صورت می‌گویند راهبرد a برای بازیکن iام نسبت به راهبرد b غالب (یا راهبرد b نسبت به راهبرد a مغلوب) است.

اکنون آخرین و مهم‌ترین تعریف این بخش را می‌آوریم.

تعریف ۲.۲. بازی راهبردی با n بازیکن را در نظر بگیرید. برش راهبردی $\sigma^* \in S$ را یک تعادل نش گویند اگر برای هر بازیکن $i = ۱, \ldots, n$ و برای هر $\sigma_i \in S_i$ رابطهٔ زیر برقرار باشد

[1] utility function [2] payoff function

$$\pi_i(\sigma^*) \geq \pi_i(\sigma^*_1, \ldots, \sigma^*_{i-1}, \sigma_i, \sigma^*_{i+1}, \ldots, \sigma^*_n).$$

۳ بررسی حکایت‌ها

اکنون آماده‌ایم چند حکایت منتخب از گلستان را با استفاده از مفاهیم نظریهٔ بازی‌ها صورت‌بندی و بررسی کنیم.

۱.۳ حکایت اول

باب چهارم، در فواید خاموشی، حکایت شمارهٔ ۵ . جالینوس ابلهی را دید دست در گریبان عالمی زده، و بی‌حرمتی همی کرد، گفت: اگر این دانا بودی کار او با نادان بدین جایگه نرسیدی.

دو عاقل را نباشد کین و پیکار — نه دانایی ستیزد با سبکسار
اگر نادان بوحشت سخت گوید — خردمندش بنرمی دل بجوید
دو صاحبدل نگه دارند مویی — همیدون سرکشی و آزرم‌جویی
وگر برهر دو جانب جاهلانند — اگر زنجیر باشد بگسلانند
یکی را زشت‌خویی داد دشنام — تحمّل کرد و گفت: ای خوب فرجام
بتر زآنم که خواهی گفتن آنی — که دانم عیب من چون من ندانی

این حکایت را می‌توان در قالب یک بازی دو نفره بیان کرد: با دو بازیکن که هر بازیکن می‌تواند عاقل یا نادان باشد و در هر حالت، دو راهبرد کین و پیکار (جنگ) و دلجویی (صلح) در دسترس آن‌ها است و می‌توانند یکی را برگزینند. اما بنابه آنچه حکایت بیان می‌دارد سه حالت ممکن برای این بازی وجود دارد. در حالت اول،

دو عاقل را نباشد کین و پیکار — نه دانایی ستیزد با سبکسار
دو صاحبدل نگه دارند مویی — همیدون سرکشی و آزرم جویی

هر دو بازیکن عاقل‌اند (بیت سوم شعر نیز به همین حالت مربوط می‌شود). در حالت دوم،

اگر نادان بوحشت سخت گیرد — خردمندش بنرمی دل بجوید

بازیکن ۱ عاقل (خردمند) و بازیکن ۲ نادان است (توجه کنید که استدلال با جابه‌جا کردن ۱ و ۲ تغییر نمی‌کند). در حالت سوم، هر دو بازیکن نادان (جاهل)اند، پس

وگر بر هر دو جانب جاهلانند اگر زنجیر باشد بگسلانند

توجه کنید که قسمت منثور حکایت نیز بیان این حالت است.

به‌این‌ترتیب مجموعهٔ نمایهٔ راهبردهای این دو بازیکن به‌صورت زیر است.

$$S = \Big\{ (\text{صلح و صلح}), (\text{صلح و جنگ}), (\text{جنگ و صلح}), (\text{جنگ و جنگ}) \Big\}.$$

توجه داشته باشید نمایهٔ راهبرد (صلح و جنگ) نشان‌دهندهٔ این است که انتخاب بازیکن ۱، صلح و انتخاب بازیکن ۲، جنگ است.

فرض کنید $\pi_۱$ و $\pi_۲$ به‌ترتیب تابع پیامد بازیکنان ۱ و ۲ باشند. تابع پیامد نمایهٔ راهبردهای مجموعهٔ S و جدول بازی را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\begin{array}{ll}
\pi_۱(\text{صلح و صلح}) = \alpha_۱ & \pi_۲(\text{صلح و صلح}) = \beta_۱ \\
\pi_۱(\text{صلح و جنگ}) = \alpha_۲ & \pi_۲(\text{صلح و جنگ}) = \beta_۲ \\
\pi_۱(\text{جنگ و صلح}) = \alpha_۳ & \pi_۲(\text{جنگ و صلح}) = \beta_۳ \\
\pi_۱(\text{جنگ و جنگ}) = \alpha_۴ & \pi_۲(\text{جنگ و جنگ}) = \beta_۴
\end{array}$$

بررسی حالت اول دراین‌حالت، با توجه به اینکه هر دو بازیکن عاقل (به این معنی که ترجیح آن‌ها جنگ نیست) فرض شده‌اند، پس مطلوبیت بازی صلح برای هریک از آنان باید بیشتر از جنگ باشد. پس روابط زیر نتیجه می‌شود

$$\alpha_۱ > \alpha_۲ \geq \alpha_۳ > \alpha_۴$$

$$\beta_۱ > \beta_۲ \geq \beta_۳ > \beta_۴$$

به‌این‌ترتیب می‌توان جدول بازی را به‌صورت شکل ۱ در نظر گرفت (در اینجا انتخاب اعداد، دلخواه است و فقط لازم است در روابط ترتیبی فوق صدق کند).

همان‌طورکه می‌بینیم اگر با روش حذف راهبرد مغلوب پیش برویم، نمایهٔ راهبرد (صلح و صلح)، انتخاب نهایی خواهد بود. به‌عبارت‌دیگر، آنچه در حکایت توصیه شده است همان تعادل نش است به این صورت که «دو عاقل را نباشد کین و پیکار» یا «دو صاحبدل نگه دارند مویی».

		بازیکن ۲	
		صلح	جنگ
بازیکن ۱	صلح	۲ ۲	۱ ۰
	جنگ	۰ ۱	۰ ۰

شکل ۱. نمایش بازی مربوط به حکایت اول (حالت اول)

بررسی حالت دوم در حالت دوم، بازیکن ۱ عاقل و بازیکن ۲ نادان است. لذا ترجیح بازیکن ۱ صلح و ترجیح بازیکن ۲ جنگ است. ازاین‌رو، روابط بین پیامدها به‌صورت زیر خواهد بود

$$\alpha_۱ > \alpha_۲ > \alpha_۳ \geq \alpha_۴$$

$$\beta_۴ \geq \beta_۳ > \beta_۲ \geq \beta_۱$$

بنابراین می‌توانیم جدول بازی را به‌صورت شکل ۲ در نظر بگیریم. همان‌طورکه می‌بینیم تعادل نش

		بازیکن ۲	
		صلح	جنگ
بازیکن ۱	صلح	۲ ۱	۱ ۰
	جنگ	۰ ۱	۱ ۲

شکل ۲. نمایش بازی مربوط به حکایت اول (حالت دوم)

برای این بازی نمایهٔ راهبرد (جنگ و صلح) است:

اگر نادان بوحشت سخت گیرد   خردمندش بنرمی دل بجوید
یکی را زشت‌خویی داد دشنام   تحمل کرد و گفت: ای خوب فرجام

بررسی حالت سوم حالت سوم، کاملاً شبیه به حالت اول است با این تفاوت که بازیکنان جنگ را ترجیح می‌دهند. به‌عبارت‌دیگر

$$\alpha_۴ > \alpha_۳ > \alpha_۲ \geq \alpha_۱$$

$$\beta_۴ \geq \beta_۳ > \beta_۲ \geq \beta_۱$$

و جدول این بازی به شکل ۳ در می‌آید.

بازیکن ۱ \ بازیکن ۲	جنگ	صلح
صلح	۰ ، ۱	۰ ، ۰
جنگ	۲ ، ۲	۱ ، ۰

شکل ۳. نمایش بازی مربوط به حکایت اول (حالت سوم)

روشن است که در این بازی تعادل نش در نمایهٔ راهبرد (جنگ و جنگ) رخ می‌دهد، یعنی

وگر بر هر دو جانب جاهلانند   اگر زنجیر باشد بگسلانند

۲.۳ حکایت دوم

باب اول، در سیرت پادشاهان، حکایت شمارهٔ ۱۰. بر بالین تربت یحیی پیغامبر، علیه‌السّلام، معتکف بودم در جامع دمشق که یکی از ملوکِ عرب که به بی‌انصافی معروف بود به زیارت آمد و نماز و دعا کرد و حاجت خواست.

درویش و غنی بندهٔ این خاک درند   و آنان که غنی‌ترند محتاج‌ترند

[آنکه مرا] گفت: از ان جا که همّت درویشان است [و صدقِ معاملتِ ایشان] خاطری همراهِ ما کن که از دشمن صعب اندیشناکم. گفتمش: بر رعیّت ضعیف رحمت کن تا از دشمن قوی زحمت نبینی.

به بازوان توانا و قوّت سرِ دست   خطاست پنجهٔ مسکین ناتوان بشکست
نترسد آن که بر افتادگان نبخشاید   که زیر پای درآید، کسش نگیرد دست؟
هر آن که تخم بدی کشت و چشم نیکی داشت   دماغ بیهده پخت و خیال باطل بست
ز گوش پنبه برون آر و دادِ خلق بده   وگر تو می ندهی داد، روزِ دادی هست
بنی آدم اعضای یکدیگرند   که در آفرینش ز یک گوهرند
چو عضوی بدرد آورد روزگار   دگر عضوها را نماند قرار
[تو کز محنت دیگران بی غمی   نشاید که نامت نهند آدمی]

این حکایت دارای دو بخش است، بخش اول که در قسمت نثر آمده است از شخصی بی‌انصاف و قدرتمند سخن می‌گوید که از دشمن قدرتمند در هراس است و به‌دنبال راهی است که مبادا به خشم آن‌ها گرفتار شود و نویسنده او را به مهربانی با ضعیفان دعوت می‌کند تا از دشمن قوی آسیبی نبیند. به نوعی او تعامل و ارتباط میان انسان‌ها را دادوستد می‌داند که اگر جایی ظلم کنی بی‌شک جای دیگری ظلم خواهی دید. چهار بیت اول شعر نیز بر همین موضوع دلالت دارند و مدل بازی آن مشابه مدل بازی دونفرهٔ حکایت قبل است.

اما بخش دوم این حکایت شامل سه بیت آخر شعر، یعنی

بنی آدم اعضای یکدیگرند　　که در آفرینش ز یک گوهرند
چو عضوی بدرد آورد روزگار　　دگر عضوها را نماند قرار
[تو کز محنت دیگران بی غمی　　نشاید که نامت نهند آدمی]

را می‌توان در قالب یک بازی n نفره (n تعداد کل افراد جامعه فرضی است) در نظر گرفت. اگر نمایهٔ راهبردهای بازیکنان این بازی را به‌صورت $(\sigma_۱, \dots, \sigma_n)$ فرض کنیم و برای هر $۱ \leq i \leq n$، σ_i راهبرد بازیکن iام باشد، آن‌وقت $\pi_i(\sigma_۱, \dots, \sigma_n)$ پیامد حاصل از نمایهٔ راهبرد $(\sigma_۱, \dots, \sigma_n)$ برای بازیکن iام است. همچنین

$\pi_i(\sigma_۱, \dots, \sigma_n) > ۰ \equiv$ بازیکنiام سود کرده است

$\pi_i(\sigma_۱, \dots, \sigma_n) = ۰ \equiv$ بازی برای بازیکنiام هیچ سود و زیانی در پی نداشته است

$\pi_i(\sigma_۱, \dots, \sigma_n) < ۰ \equiv$ بازیکنiام زیان دیده است.

ازطرفی، بیت

چو عضوی بدرد آورد روزگار　　دگر عضوها را نماند قرار

به این معنی است که اگر بازیکن $\hat{i}$ با نمایهٔ راهبرد $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_۱, \dots, \hat{\sigma}_n)$ پیامد منفی به دست آورد، یا به‌عبارت‌دیگر $\pi_{\hat{i}}(\hat{\sigma}) < ۰$، آنگاه برای هر $۱ \leq i \leq n$، $\pi_i(\hat{\sigma}) < ۰$. چون درستی این رابطه، درستی عکس نقیض آن را نتیجه می‌دهد پس هرگاه لااقل برای بازیکن i با شرط $i \neq \hat{i}$ و $\pi_i(\hat{\sigma}) \geq ۰$، داریم $\pi_{\hat{i}}(\hat{\sigma}) \geq ۰$. حالا چون i می‌تواند هر بازیکن $۱ \leq i \leq n$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت که اگر یک بازیکن سود کند (تابع عایدی او مثبت باشد)، بقیه نیز سود خواهند کرد (توجه کنید که شاید مقدار سود و زیان برای بازیکنان یکسان نباشد).

برای درک این موضوع، شکل ۴ را برای $n = ۳$ به‌همراه دو راهبرد برای هر بازیکن در نظر می‌گیریم. همان‌طورکه می‌بینیم تعادل نش این بازی برای دو نمایهٔ راهبرد $(\alpha_۱, \beta_۱, \gamma_۱)$ و

بازیکن ۳: γ_1

بازیکن ۱ \ بازیکن ۲	β_1	β_2
α_1	۱ ۲ ۳	۰ ۰ ۰
α_2	-۵ -۲ -۱	-۲ -۱ -۳

بازیکن ۳: γ_2

بازیکن ۱ \ بازیکن ۲	β_1	β_2
α_1	۰ ۰ -۱	-۷ -۱ -۳
α_2	۲ ۱ ۴	۱ ۴ ۵

شکل ۴. نمایش بازی مربوط به حکایت دوم

$(\alpha_۲, \beta_۲, \gamma_۲)$ رخ می‌دهد که در هر دو، سه بازیکن سود برده‌اند. مشخص است که اگر بازیکنان راهبرد دیگری را انتخاب کنند خود نیز متحمل زیان خواهند شد یا سودی نخواهند برد، لذا عقل سلیم انتخاب‌هایی را توصیه می‌کند که هم خود و هم دیگران پیامد مثبتی داشته باشند.

۳.۳ حکایت سوم

باب هشتم، در آداب صحبت، حکایت شمارهٔ ۱۲. سخن در میانِ دو دشمن چنان گوی که اگر دوست گردند شرم‌زده نباشی.

میان دو کس جنگ چون آتش است — سخن‌چینِ بدبخت هیزم‌کش است
کنند این و آن خوش دگرباره دل — وی اندر میان کوربخت و خجل
میان دو تن آتش افروختن — نه عقل است و خود در میان سوختن
در سخن با دوستان آهسته باش — تا ندارد دشمنِ خونخوار گوش
پیش دیوار آنچه گویی هوش دار — تا نباشد در پسِ دیوار گوش

این حکایت، یک بازی سه نفره است. بازیکنان۱ و ۲ با دو راهبرد صلح و جنگ و بازیکن۳ با دو راهبرد سخن‌چینی و سخن‌دانی بازی می‌کنند. با توجه به آنچه در حکایت آمده است، پیامد سخن‌چینی برای بازیکن۳ درصورت صلح دو بازیکن۱ و ۲ زیان است (مراد از سخن‌چینی، بد شخصی را پیش دیگری گفتن است). این راهبرد را به‌صورت شکل ۵ درنظر می‌گیریم. روشن است که تعادل نش برای این بازی در نمایهٔ راهبرد (سخن‌دانی و صلح) است. درصورت جنگ بین دو

سخن دانی — بازیکن ۳

بازیکن ۱ \ بازیکن ۲	صلح	جنگ
صلح	۲ ۲ ۳	۰ -۱ ۲
جنگ	-۱ ۰ ۲	-۱ -۱ ۱

سخن چینی — بازیکن ۳

بازیکن ۱ \ بازیکن ۲	صلح	جنگ
صلح	۲ ۲ -۱	۰ -۱ ۰
جنگ	-۱ ۰ ۰	-۱ -۱ ۰

شکل ۵. نمایش بازی مربوط به حکایت سوم

بازیکن۱ و ۲ نیز برای بازیکن۳ سخن‌دانی انتخاب عاقلانه‌تری است.

ملاحظه ۱.۳. توجه کنید که می‌توان بازی بالا را ادغام کرد و راهبرد دو بازیکن۱ و ۲ را در صلح یا جنگ بین دو بازیکن فرض کرد و راهبرد بازیکن۳ را سخن‌چینی یا سخن‌دانی در نظر گرفت، دراین‌صورت می‌توان جدول را به‌صورت شکل ۶ نوشت.

بازیکن ۱، بازیکن ۲ \ بازیکن ۳	سخن دانی	سخن چینی
صلح	۱ ۱ ۲	۱ ۱ -۱
جنگ	-۱ -۱ ۱	-۱ -۱ ۰

شکل ۶. نمایش خلاصهٔ بازی مربوط به حکایت سوم

همان‌طورکه می‌بینید نمایهٔ راهبرد (سخن‌دانی و صلح) تعادل نش برای این بازی است.

۴ نتیجه‌گیری

بررسی این سه حکایت در قالب بازی‌های گفته‌شده نشان‌دهندهٔ این است که تصمیم‌گیری بهینه(تعادل نش) مبتنی‌بر باورهایی از جنس باورهای جاری در حکایت‌های گلستان سعدی تصدیق عقلانیت شخص (بازیکن) و تأیید آموزه‌های سعدی است.

سپاسگزاری

نویسندگان مقاله، مراتب سپاس و قدردانی خود را از دکتر علی توکلی، استاد گروه ریاضی دانشگاه

مازندران، و دکتر مریم علی‌نژاد، استادیار ادبیات بنیاد دانشنامه‌نگاری ایران، که مقاله را بازخوانی کردند و نکات ویرایشی ارزنده‌ای را گوشزد فرمودند، ابراز می‌دارند.

مراجع

[۱] باباخانی، مونا؛ ندیمی، رضا، کاربرد رمزنگاری در نظریهٔ بازی‌ها، فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی، شمارهٔ **۶۴** (۱۳۹۸)، ۱۵۷-۱۴۳.

[۲] درویش‌زاده، مهدی‌رضا؛ راستگو، بنفشه، روش‌های جبری در نظریهٔ بازی‌ها، فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی، شمارهٔ **۶۳** (۱۳۹۸)، ۱۶۵-۱۴۹.

[۳] رحمتی، محمدحسین؛ یوسفی، کوثر، *نظریهٔ بازی‌ها*، نشر نی، تهران، ۱۳۹۹.

[۴] زرین‌کوب، عبدالحسن، *با کاروان حُله*، چاپ هیجدهم، علمی، تهران، ۱۳۹۹.

[۵] سیگفرید، تام، *ریاضیات زیبا*، ترجمهٔ مهدی صادقی، نشر نی، تهران، ۱۳۹۵.

[۶] گلابچی، محمود؛ فرجی، امیر، نظریه‌های نوین در مدیریت پروژه، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۹۲.

[۷] گلستان سعدی، به تصحیح غلامحسین یوسفی، چاپ پنجم، انتشارات خوارزمی، تهران، ۱۳۷۷.

[۸] گیبونز، رابرت، *کاربرد نظریهٔ بازی در اقتصاد*، ترجمهٔ کیومرث شهبازی، انتشارات سمت، تهران، ۱۳۹۷.

[9] Bonanno, G., *Game Theory*, 2nd ed., Create Space Independent Publishing Platform, North Charleston, 2018.

[10] Cournot, A. A., *Researches Into The Mathematical Principles Of The Theory Of Wealth*, Macmillan, New York, 1897.

[11] Harsanyi, J., Games with incomplete information played by "Bayesian" players, Parts I-III, *Management Science*, **8** (1967-68), 159–182.

[12] Nash, Jr., John F., Noncooperative games, *Annals of Math.*, **54** (1951), 289–295.

[13] von Neumann, J., Morgenstern, O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, NJ, 1944.

احمد احمدی: دانشگاه هرمزگان، گروه ریاضی

رایانامه: `ahmadia@hormozgan.ac.ir`

مریم اسماعیلی: دانشگاه هرمزگان، گروه ریاضی

رایانامه: `m.esmaeili@hormozgan.ac.ir`

جواد فتحی: دانشگاه هرمزگان، گروه ریاضی

رایانامه: `fathi@hormozgan.ac.ir`

Farhang va Andishe-ye Riyazi
Volume 41, Number 71, Fall/Winter 2022, Pages 107–118
doi: 10.30504/mct.2022.1237.1861

Game Ttheory and Three Anecdotes from Saʿdī’s Golestān

A. Ahmadi[1], M. Esmaeili[2]✉, J. Fathi[3]

[1,2,3]Department of Mathematics, University of Hormozgan, Iran

Abstract. Today, the application of game theory has been proven in many sciences. However, for many years, many sciences such as economics, sociology, and politics have been progressing in a less than favorable way; because according to the personal and social situation of the players, different results can be obtained from the same game. Meanwhile, knowing the behavior of each player and its mathematical inference requires prerequisites, which include knowing the beliefs and culture of the society in which he lives. Meanwhile, the value of the literary treasure of that society cannot be ignored. Therefore, the authors of this article decided to open the way by examining three anecdotes of Saadi’s Golestan in the form of a game.

Keywords: Nash equilibrium, anecdote, Saʿdī’s Golestān, game theory
Article history: Recieved 5 September 2021; Accepted 6 June 2022

[1]ahmadi_a@hormozgan.ac.ir
[2]m.esmaeili@hormozgan.ac.ir
[3]fathi@hormozgan.ac.ir

ISSN 1022-6443/