

## ریاضیات واقعیت‌مدار: تاریخچهٔ مختصری از فرآیند بلندمدت جنبش اصلاحات\*

ام. وان زانتن، ام. وان دن هوول پانه‌ایزن

ترجمهٔ ندا توانایی، عبدالحمید چک‌نژاد

می‌دانیم یکی از دلایل عمدهٔ فرار از ریاضی در بین دانش‌آموزان، عدم درک مفاهیم ریاضی است. یکی از رویکردهای آموزش ریاضی که بر پایهٔ درک و فهم عمیق از مفاهیم ریاضیات بنا شده است، رویکرد ریاضیات واقعیت‌مدار می‌باشد که سعی در بازسازی مفاهیم ریاضی با کمک دانش غیررسمی و واقعیت‌های قابل درک برای فراگیران و تحت هدایت معلم دارد. با توجه به اهمیت این رویکرد در آموزش ریاضی، به منظور آشنایی بیشتر جامعهٔ ریاضی کشور با تاریخچه و ویژگی‌های این رویکرد، مقالهٔ حاضر که هم نویسندگان و هم توجه آن زادگاه این جنبش، یعنی کشور هلند، است ترجمه شده است. - م.

### ۱ مقدمه

از اوایل سال ۱۹۶۸، آموزش ریاضی واقعیت‌مدار (RME)<sup>۱</sup> به عنوان رویکرد اصلی آموزش ریاضی در هلند پدید آمد. این مقاله فرآیند پیدایش، رشد، و گسترش آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را در طی حدود این پنجاه سال شرح می‌دهد.

عبارات و کلمات کلیدی: آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، آموزش ریاضیات در هلند، اصلاحات برنامهٔ درسی، ریاضیات دورهٔ ابتدایی

نوع مقاله: ترویجی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۸/۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۰/۱۳

\* van den Heuvel-Panhuizen, M., van Zanten, M., Realistic mathematics education: A brief history of a longstanding reform movement, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 17 (2020), 65-73.

<sup>1</sup>Realistic Mathematics Education

توسعه، اشاعه، و اجرای RME فرآیندهایی بسیار پیچیده و مرتبط به هم‌اند. فرآیندی که در آن ایده‌ها و افکار به تدریج به اصولی برای تدریس ریاضیات تبدیل شدند. در این فرایند عوامل متعددی نقش داشتند که اغلب به صورت همکاری با یکدیگر بوده و گاهی نقش تکمیل‌کننده یکدیگر را ایفا می‌کردند. عملاً این کار یک کار مشترک گروهی بود بدون اینکه لزوماً فعالیت‌های واحدی انجام شود و نتایج یکی باشد. از همان آغاز، افراد مختلف دست‌اندرکار در توسعه این رویکرد، در مورد چستی آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و نوع فعالیت‌های مرتبط، نظرات کاملاً همسانی نداشتند. گسترش آموزش ریاضی واقعیت‌مدار یک فرآیند از بالا به پایین<sup>۱</sup> نبود. نظارت بلندمدتی از جانب دولت بر اجرای RME در کار نبود و حتی مؤسسات و نهادهای مطرح دیگر نیز حامی این فرآیند نبودند. مؤسسات فعال در این زمینه گاهی برچیده می‌شدند و بعد تحت تفکر متفاوتی از نو شروع به کار می‌کردند؛ اما با همه این شرایط کار روی آموزش ریاضی واقعیت‌مدار همچنان ادامه پیدا کرد. برای انجام اصلاحات، ارتباط مناسب بین اجزای نظام آموزشی هلند اهمیت فراوانی داشت؛ این اجزا شامل مراکز تحقیقاتی، مراکز آموزش معلمان، مراکز مشاوره معلمان، مراکز مخصوص تدوین برنامه درسی و ارزشیابی، ناشران کتب درسی، وزارت آموزش و پرورش، و بازرسان مدارس در این زمینه کم و بیش با هم همکاری می‌کردند. گسترش و اجرای RME نتیجه تلاش افراد زیادی بود، بر اثر تلاش این افراد، RME به صورت یک عضو ثابت در همه ابعاد آموزش ریاضی، در تئوری و عمل و تحقیق و توسعه آن، مطرح گردید. به علاوه، این رویکرد نه تنها در سطح ملی بلکه در سطح بین‌المللی نیز به صورت یک رویکرد مطرح در آموزش ریاضی مد نظر قرار گرفت [۲۰].

در بخش‌های بعد، فرآیند آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را از زمان شروع آن، در اواخر دهه ۱۹۶۰، تا زمان حاضر [۲۰۲۰] دنبال می‌کنیم. این تاریخچه را به گام‌های ۱۰ ساله‌ای تقسیم کرده‌ایم که هر یک مرحله‌ای از بسط و گسترش این جنبش را مشخص می‌کند. در توصیف این مراحل چشم‌اندازی از آموزش ریاضی واقعیت‌مدار از منظر ریاضیات دوره ابتدایی در مدارس مد نظر ما بوده است.

## ۲ نیاز به تغییر: ظهور RME در اواخر دهه ۱۹۶۰

اواخر دهه ۱۹۵۰ در بسیاری از کشورهای غربی «احساس نیاز به تغییرات اساسی و ارتقا در آموزش ریاضیات به وجود آمد» [۱۳]. دلایل اصلی این موضوع، افزایش اهمیت ریاضیات و کاربردهایش در جامعه و لزوم دسترسی به یک بینش جدید در یادگیری و تدریس ریاضیات بود.

<sup>۱</sup> top-down؛ فرآیندی است که با یک ایده اصلی شروع می‌شود و جزئیات به آن اضافه می‌شوند.

نیاز به اصلاحات به‌طور خاص در کنفرانس روایمون<sup>۱</sup> در سال ۱۹۵۹ مطرح شد. این کنفرانس سرانجام جنبش اصلاحی «ریاضیات جدید» در سطح جهانی را کلید زد [۱، ۷]. البته در هلند تحت هدایت «منتقد ریاضیات جدید»، فرویدنتال<sup>۲</sup>، جنبش ریاضیات جدید نتوانست جای پای باز کند [۱۴، ص ۱۴۹۵]، در عوض مسیر دیگری طی شد که در نهایت به RME انجامید. با وجود این، کنفرانس روایمون در هلند بدون پیامد نبود. بعد از کنفرانس، در سال ۱۹۶۱، دولت هلند کمیسیون مدرن‌سازی برنامهٔ درسی ریاضیات (CMLW) را راه‌اندازی کرد. فرویدنتال در آغاز عضوی از این کمیسیون بود و در سال ۱۹۶۹ به مقام ریاست آن رسید. کمیسیون مدرن‌سازی برنامهٔ درسی ریاضیات مشخصاً راه‌اندازی شده بود تا به کشف و بررسی مواردی از محتوای موضوعات درسی و روش تدریس ریاضیات که نیاز به اصلاحات دارند بپردازد [۲]. در آغاز، حوزهٔ فعالیت این کمیسیون فقط دورهٔ متوسطه بود، اما از زمانی که پروژهٔ ویسکوباس<sup>۳</sup> در سال ۱۹۶۸، به‌صورت جزئی از CMLW شروع به کار کرد، دورهٔ ابتدایی هم در این کمیسیون مد نظر قرار گرفت. ویسکوباس واژهٔ اختصاری «ریاضیات در دورهٔ ابتدایی» [به زبان هلندی] است. آغاز به کار پروژهٔ ویسکوباس نقطهٔ شروعی برای رشد RME، به عنوان جایگزینی برای رویکرد غالب آموزش حساب در هلند محسوب می‌شود، آموزشی که بیشتر طبیعت ماشینی<sup>۴</sup> داشت. مشخصهٔ این رویکرد ماشینی تمرکز بر تدریس روش‌های ثابت در حساب به‌صورت اجرای مرحله‌به‌مرحله بود و کار معلم راهنمایی و هدایت در جهت حسن اجرای مراحل بود. مسائل عددی واقعی فقط برای نشان دادن کاربرد آموخته‌های قبلی، که به‌صورت قاعده‌های محاسباتی بودند، استفاده می‌شد، و در این رویکرد توجه بسیار کمی به توسعهٔ یادگیری اصولی و عمیق ریاضی وجود داشت.

رویکرد ماشینی غالب، موسوم به «رویکرد سنتی»، با ایده‌هایی که در آموزش ریاضیات در پایان قرن نوزدهم و آغاز قرن بیستم وجود داشت در تقابل آشکار بود. در آن زمان‌های گذشته، درخواست‌های جدی برای آموزش هوشمند به وجود آمد. حرکت به سمت روش‌های آموزش اکتشافی و بازآفرینی هدایت‌شده و استفاده از بصری‌سازی صورت پذیرفت و محاسبات ذهنی و کاربردهای علمی مورد توجه قرار گرفت [۳]. به‌بیان‌دیگر، RME به یک‌باره اختراع نشد بلکه به‌نوعی برآیندی بود از ایده‌هایی که معلمان و استادان، طی دهه‌ها از آن حمایت می‌کردند و لزوم وجود چنین رویکردی در آموزش ریاضی احساس می‌شد.

### ۳ ۱۹۷۰-۱۹۸۰: دوران مهندسی آموزشی

از سال ۱۹۷۱ به بعد فعالیت ویسکوباس در مؤسسهٔ جدیدی به نام مؤسسهٔ توسعهٔ آموزش ریاضی

<sup>۱</sup>Royaumont <sup>۲</sup>Freudenthal <sup>۳</sup>Wiskobas <sup>۴</sup>mechanistic in nature

(IOWO) ادامه یافت و فرویدنتال اولین مدیر آن بود. عمر ده ساله این مؤسسه را می‌توان به‌عنوان دوره مهندسی آموزش در نظر گرفت. فرویدنتال خود و همکارانش را در این مؤسسه مانند یک مهندس می‌دانست. در آنجا کارها تماماً در مورد «ساختن چیزی» بود، و مثل کار عملی مهندسان پس از اتمام، ممکن است چنین کاری نیز در پایان منجر به تولید علم بشود [۵].

دوره فعالیت مؤسسه توسعه آموزش ریاضی به‌درستی می‌تواند محل تولد RME نام‌گذاری شود. نظراتی در مورد توسعه آموزش ریاضی در طول این دوره به‌صورت الگوها و مثال‌های کاربردی برای آموزش مفهومی ریاضیات برای دهه‌ها به کار گرفته شد و هنوز هم در کتاب‌های درسی امروزی می‌توان ردپای این رویکرد را یافت [۲۳]. نتایج تحقیقات IOWO شامل طیف وسیعی از حوزه‌ها بود: تکالیف غنی، موضوعات درسی، دروس مختلف، تدریس سلسله‌وار، و برنامه‌های کامل برای موضوعات مختلف در زمینه حساب، اندازه‌گیری و هندسه، و معرفی امکانات برای دوره ابتدایی، دوره‌هایی برای توسعه حرفه‌ای معلمان و آموزش معلمان. این دوره شاهد فوران نظرات و پیشنهادات در تمام زمینه‌های آموزش ریاضی بود. دست‌اندرکاران ویسکوباس با جدیت زیاد تدوین برنامه درسی، آموزش معلمان، و همچنین توسعه حرفه‌ای معلمان را پیگیری می‌کردند. شماره ویژه مطالعات آموزشی در ریاضیات<sup>۱</sup> تحت عنوان «پنج سال با مؤسسه توسعه آموزش ریاضی» [۶] ایده‌های جدیدی را در دوره آغازین از جنبش اصلاحات برای دستیابی به یک رویکرد جدید در آموزش ریاضی منعکس می‌کند. از آغاز این جنبش، حوزه آموزش در تمام مراحل این طرح دخیل بود. همچنین هر سال چندین همایش و دوره برای استادان، معلمان، مشاوران، محققان، بازرسان، و معلمان ابتدایی برگزار می‌شد. البته نیاز به توسعه حرفه‌ای برای معلمان خیلی هم چندان جدی نبود، و این دال بر این بود که مشی اجرایی ویسکوباس بسیار محتاطانه بود. این رویکرد جدید به تغییرات بی‌مهابا در تدریس ریاضیات معتقد نبود بلکه ابتدا آزمایش‌های کوچکی را در عمل انجام می‌داد و نتایج این آزمایش‌ها منجر به شکل‌گیری ایده‌ها و طرح‌های بسیار زیادی در قالب محتوا و مواد آموزشی می‌شد. تأکید بیشتر روی مفرح ساختن آموزش ریاضیات از طریق مهیا کردن طرح‌های تدریس برای معلمان و استادان بود. برای دستیابی به این هدف، آگهی‌نامه‌هایی از طرف ویسکوباس انتشار پیدا کرد و برنامه‌های آموزشی تلویزیون مورد استفاده قرار گرفت. اگرچه در سال‌های اولیه طراحی فعالیت‌ها بیشتر مورد توجه قرار می‌گرفت، به اصول نظری به کار رفته هم توجه می‌شد. در سال ۱۹۷۳، فرویدنتال کتاب نوآورانه خود به نام «ریاضیات به‌مثابه یک تکلیف آموزشی»<sup>۲</sup> را منتشر

<sup>۱</sup>Educational Studies in Mathematics    <sup>۲</sup>Mathematics As an Educational Task

کرد و در سال ۱۹۷۸، تریفز<sup>۱</sup> کار بنیادی خود درباره اهداف و رویکردهای آموزش ریاضی براساس ویسکوباس را بیرون داد. کار تحقیقاتی مهم دیگری که در انتهای دهه ۱۹۷۰ شروع شد تحلیل کتاب‌های درسی بود. کتاب‌های موجود از منظر RME مورد بررسی قرار گرفتند، و این کار نقش هادی را برای نوآوری‌ها داشت. در سال ۱۹۸۱ کار ویسکوباس به‌نوعی پایان پذیرفت. آن زمان براساس تصمیم از سوی دولت، مؤسسه توسعه آموزش ریاضی منحل شد، و در نتیجه کار آن بین چند مؤسسه دیگر از نو تقسیم شد. این کار فعالیت‌های اصلی مؤسسه را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچک کرد. از آن به بعد، مسئولیت برنامه‌ریزی درسی برعهده مؤسسه تازه‌تأسیس توسعه برنامه‌ریزی درسی هلند (SLO) قرار گرفت، طراحی ارزشیابی‌ها را مؤسسه سیتو (مؤسسه ارزشیابی آموزشی)<sup>۲</sup> باید انجام می‌داد، و فقط گروه محدودی از افراد می‌توانستند کار تحقیقاتی در مؤسسه تازه‌تأسیس مرکز تحقیقات آموزش ریاضی و کامپیوتر (OW & OC)، که جایگزین مؤسسه توسعه آموزش ریاضی شده بود، انجام دهند.

#### ۴ ۱۹۸۰-۱۹۹۰: دوره تحقیق، توسعه نظری، و ایجاد زیرساخت‌ها

جالب اینکه، در OW & OC موضوعات بسیاری از دوره IOWO ادامه یافت و ارتباط بین اعضای که حالا دیگر در مؤسسه‌های کوچک‌تر پخش شده بودند مانند سابق گرم و نزدیک ماند. ویژگی این دوران تعداد زیاد فعالیت‌های پژوهشی بود که نتایج زیادی از آن‌ها در سطح ملی و بین‌المللی به چاپ رسیده بود. در آموزش ابتدایی، به عنوان مثال، کار آدری ترفز با نام «طرح‌واره‌سازی پیشرونده الگوریتم‌ها»<sup>۳</sup>، لین استریفلند<sup>۴</sup> با عنوان «زمینه و الگوهایی برای کسرها»<sup>۵</sup>، و یان وان دن برینک<sup>۶</sup> با عنوان «بیان و نمایش‌های ریاضی برای مفهوم ابتدایی عدد»<sup>۷</sup>. همچنین اثری از فرویدنتال با عنوان پدیده‌شناسی آموزشی ساختارهای ریاضی<sup>۸</sup> (۱۹۸۳) و ترفز با عنوان سه‌بعدی<sup>۹</sup> (۱۹۸۷) پشتیبان جدیدی برای توسعه نظری بودند.

در این دوره، تأسیس انجمن توسعه آموزش ریاضی هلند (NVORWO) در سال ۱۹۸۲ اتفاقی مهم برای بقاء و دوام این جنبش جدید بود. در این انجمن همکاری‌ها و تبادل اطلاعات علمی بین افراد مختلف از مؤسسه‌های مختلف می‌توانست در یک مرجع رسمی‌تر ادامه پیدا کند. NVORWO نقش واسطه بین سیاست‌گذاران، محققان، و مصنفان از یک سو و کسانی که مستقیماً در آموزش

<sup>1</sup>Treffers <sup>2</sup>Cito <sup>3</sup>progressive schematization of algorithms <sup>4</sup>Leen Streefland <sup>5</sup>context and models for fractions <sup>6</sup>Jan van den Brink <sup>7</sup>mathematical language and representations for early number <sup>8</sup>Didactical Phenomenology of Mathematical Structures <sup>9</sup>Three Dimensions

ریاضی دخیل‌اند، مانند معلمان، آموزش‌دهندگان و راهنمایان معلمان<sup>۱</sup>، هماهنگ‌کنندگان درس ریاضیات<sup>۲</sup>، و دانشجویان معلمی را از سوی دیگر پر می‌کرد.

NVORWO، در جایگاه یک انجمن مستقل، نقش مهمی در ایجاد پشتیبانی گسترده از نوآوری‌های آموزش ریاضی و همچنین کسب مقبولیت بیشتر در حوزه آموزش داشت. مانند دیگر اقدامات در جنبش هلندی اصلاحات، شروع کار چنین انجمنی یک ایده شخصی بود که خیلی زود توسط دیگران پذیرفته شد و در زمان کوتاهی به تأسیس این انجمن انجامید، و تا به امروز هم پا بر جاست!

یکی از اولین فعالیت‌های انجمن توسعه آموزش ریاضی هلند هموار کردن راه برای طرح ملی جهت آموزش ریاضی دوره ابتدایی بود؛ طرحی که در جهت هماهنگی بیشتر بین محتوا و روش‌های بسیار متفاوت تدریس ریاضیات گام بر می‌داشت که از اواخر دهه ۱۹۷۰ شروع شده بود. در سال ۱۹۸۴ پیش‌نویسی از این طرح برای همفکری به بیش از ۳۰۰ نفر از متخصصان حوزه آموزش ریاضی دوره ابتدایی ارسال شده بود. این طرح براساس کاهش استفاده از الگوریتم‌های محاسباتی رقم‌محور در عوض استفاده از محاسبات ذهنی، برآورد کردن، و پرداختن به مفهوم اعداد بود. در این طرح تدریس ریاضی با ارائه فوری صورت‌های کوتاه از الگوریتم‌های رایج شروع نمی‌شد بلکه کاربردپذیری مورد توجه بود و کار را با اعداد صحیح آغاز می‌کرد. این طرح خیلی مورد قبول واقع شد. در کل، یک موافقت سراسری و همگانی با انجام اصلاحات در آموزش ریاضی به شکلی که در این طرح آورده شده بود وجود داشت. همچنین گروه‌هایی از اولیاء که مورد مصاحبه قرار گرفتند موافقت خود را با طرح اعلام کردند. در سال ۱۹۸۷، نتایج حاصل از این طرح منجر به اولین طرح یک برنامه ملی برای آموزش ریاضی در مدارس ابتدایی، موسوم به «مجموعه پرووه»<sup>۳</sup>، شد؛ برای مثال [۱۷] را ببینید.

## ۵ ۱۹۹۰-۲۰۰۰: دوره اجرای کامل‌تر RME در برنامه‌ریزی و کتاب‌های درسی

در سال ۱۹۹۰ فرویدنتال درگذشت، و در سال ۱۹۹۱، OW & OC به «مؤسسه فرویدنتال» تغییر نام داد. مشخصه دهه انتهایی آن قرن، افزایش حجم اصلاحات انجام گرفته می‌باشد.

در گام اول، اهداف پایان دوره ابتدایی همان‌طور که در «مجموعه پرووه» توصیف شده بود از طرف دولت با برعهده گرفتن مسئولیت اجرای آن به عنوان مقاصد اصلی آموزش ابتدایی در سطح ملی رسماً پذیرفته شد [۱۰]. این اقدام دولت به معنای قطع ارتباط با گذشته بود و دال بر این بود که

<sup>1</sup>teacher advisors    <sup>2</sup>mathematics coordinators    <sup>3</sup>Proeve publications

برای برنامه‌ریزی درسی آینده عزم جدی بر توجه کامل به محاسبات ذهنی و برآوردها، محدودسازی اعمال کسری به کسرهای موقعت‌های ملموس [زمینه‌مدار]<sup>۱</sup>، توجه به استفاده از ماشین حساب، و همچنین ورود رسمی هندسه در برنامه مدارس ابتدایی است. این قطع ارتباط با گذشته حتی در اهداف کلی مدون‌شده برنامه مشهودتر بود؛ اهدافی شامل توانایی تشخیص اولیه روابط ریاضی و الگوها، تعمق درباره فعالیت‌های ریاضی خود شخص، و کاربرد و توضیح راهبردهای تحقیق‌محور و استدلال. درواقع، نکته با اهمیت اینجا بود که این تغییرات، بدون اینکه مخالفت جدی ایجاد شود، در سطح برنامه درسی اتفاق افتاد و کم‌وبیش در همان مسیر قبلی ادامه پیدا کرد که کارشناسان در سال ۱۹۸۴ نظر داده بودند. بنابراین، تأیید این مسیر در قالب مقاصد اصلی سطح ملی را می‌توان یک انقلاب خاموش به حساب آورد [۱۶]. با ایجاد کمیسیون مسیرهای یاددهی-یادگیری برای آموزش ریاضی دوره ابتدایی (TAL) در وزارت آموزش و پرورش امکان اجرای بیشتر طرح مذکور در اسناد مربوط به برنامه درسی ممکن گشت؛ مثلاً [۱۸] را ببینید.

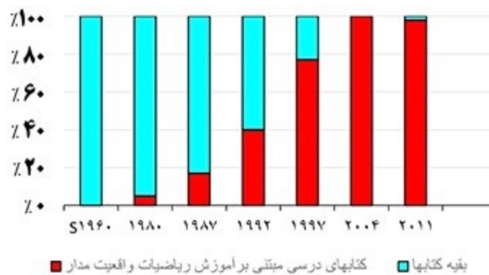
یکی دیگر از پیشرفت‌هایی که در این سال‌ها انجام گرفت اجرای بیشتر RME در کتاب‌های درسی بود. مجموعه پرووه از طریق شرح اهداف، ارائه مثال‌هایی از تکالیف و روش‌های تدریس، در کنار تعداد فراوانی از دیگر مکتوبات، نقش چراغ راهنما را برای نویسندگان کتاب‌های درسی و طراحان آزمون‌ها ایفا کردند. کپی‌برداری از مجموعه پرووه هم مثل محصولات ویسکوباس آزاد بود. در نتیجه تغییرات قابل توجهی در نوع کتاب‌های درسی به وجود آمد. از سال ۱۹۸۷ تا ۱۹۹۷ سهم کتاب‌های درسی منطبق بر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار از بازار از ۱۵٪ به ۷۵٪ افزایش پیدا کرد، اگرچه لزوماً این موضوع بدین معنی نیست که اجرای RME هم به همین نسبت عملاً در کلاس‌های درس انجام گرفته است. تحقیقات تجربی در اندازه وسیع در این باره در دسترس نیست اما براساس تجربیات مشاوران و استادان تربیت معلم که از مدارس بازدید کردند، می‌توان نتیجه گرفت که با روی آوردن معلمان به سمت کتاب‌های متأثر از آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، روش تدریس ریاضی تغییر زیادی نکرد. به بیان دیگر، می‌توان گفت که نوآوری در عمل عقب‌تر از اهداف RME ماند. بنابراین برای بهبود این اوضاع، نیاز فوری به توسعه حرفه‌ای معلمان احساس می‌شد. با این حال، تلاش‌های مکرر جهت جذب بودجه دولتی برای برنامه توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی به نتیجه مطلوب نرسید. یک نکته مهم در هرگونه اصلاحات آموزشی بررسی تأثیر آن روی عملکرد دانش‌آموزان است. اگرچه یک نوع بلاتکلیفی در بین معلمان در چگونگی استفاده از کتاب‌های درسی منطبق بر رویکرد

<sup>۱</sup> context situation

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار وجود داشت، تحقیق پنج‌ساله ارزیابی ملی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان (PPON) از ابتدای سال ۱۹۹۷ به‌وسیله سیتو نشان داد که تأثیر جنبش اصلاحات و شیوه جدید ملازمش، که برای محاسبات الگوریتمی رقم‌محور در پیش گرفته شده بود، در عملکرد دانش‌آموزان قابل تشخیص بود. نمرات مربوط به محاسبات کتبی ضرب و تقسیم بیش از ۱۰٪ پایین‌تر از سال ۱۹۹۷ بود. این اندازه تأثیر منفی تقریباً نصف انحراف معیار بود. مقاصد جدید تدوین‌شده برای آموزش در ده سال گذشته ظاهراً به کاهش اهمیت محاسبات الگوریتمی رقم‌محور در درس ریاضی منجر شده بودند.

## ۶ ۲۰۰۰-۲۰۱۰: دوره حضور همه‌جانبه RME و شروع انتقادات

دهه اول هزاره سوم دو دوره کاملاً متضاد در گسترش RME را در بر داشت. تا نیمه‌های این دوره رشد پایداری همچنان در سهم بازار کتاب‌های درسی منطبق بر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار وجود داشت و در حدود سال ۲۰۰۴ این سهم به صددرصد رسید (شکل ۱ را ببینید).



شکل ۱. سهم بازار کتاب‌های درسی منطبق بر RME و سایر کتاب‌های درسی در طی سالیان

علی‌رغم نقش کاملاً برجسته RME در تمام بخش‌های آموزشی ریاضی، از جمله برنامه‌های تربیت معلمان، وضعیت توسعه حرفه‌ای ضمن خدمت معلمان تغییر چندانی نکرد. با وجود درخواست‌های مکرر، برنامه‌ای ملی و در سطحی فراگیر برای توسعه حرفه‌ای معلمان ارائه نشد. مانند سال‌های قبل، فقط در سطح کوچک کارهایی توسط مؤسسه‌های مختلفی انجام شد، که بعضی اوقات با پرداخت کمکی محدود از طرف وزارت آموزش و پرورش حمایت می‌شد. هیچ‌گونه توسعه حرفه‌ای مستمر و اجباری برای معلمان وجود نداشت. شرکت در دوره‌های توسعه حرفه‌ای داوطلبانه بود و معلمان می‌توانستند، و هنوز هم می‌توانند، خودشان انتخاب کنند که در چه موضوعاتی مایل‌اند آموزش ضمن



خدمت ببینند. بنابراین تعجبی نداشت که هلند در رده پایین جدول تیمز<sup>۱</sup> برای رتبه‌بندی مشارکت معلمان در توسعه حرفه‌ای برای آموزش ریاضیات قرار داشت ([۱۱] را ببینید).

در نیمه دوم این دوره، جو آموزشی تغییرات قابل توجهی کرد ([۱۹] را ببینید). این تغییرات متأثر از نتایج تحقیق PPOON در سال ۲۰۰۴ بود. نتایج این تحقیق نشان می‌داد که عملکرد دانش‌آموزان در فهم اعداد، محاسبات ذهنی، و برآوردکردن به‌طور قابل‌توجهی نسبت به ۱۹۸۷ پیشرفت داشته، اما این عملکرد برای محاسبات الگوریتمی کتبی کاهش یافته است. در اینجا هم، این نتایج تا حدودی مطابق با طرح عملکردی بود که بیست سال پیش از آن اتخاذ شده بود. اما، همه از این نتایج راضی نبودند، بیشتر به این دلیل که نتایج تیمز حاکی از این نیز بود که عملکرد دانش‌آموزان هلندی در ریاضی روند کاهشی دارد. این مسائل منشاء پیدایش اعتراضات زیادی شد خصوصاً از طرف چندتن از ریاضی‌دانانی که شروع به انتقاد از RME در شبکه‌های مجازی و روزنامه‌ها کردند. آن‌ها مخالف اصلاحات و خواستار بازگشت به شیوه‌های ۵۰ سال پیش در آموزش ریاضی بودند. کوتاه سخن آنکه، چیزی که که انقلاب خاموش نام گرفته بود به یک شورش واقعی ختم شد.

برای فروکش کردن و پایان دادن به این مجادله جدی که بین موافقان و مخالفان این بدعت در گرفته بود، وزارت آموزش و پرورش از بالاترین نهاد دانشگاهی هلند، یعنی فرهنگستان سلطنتی هنر و علم، درخواست کرد تا معلوم کند کدام رویکرد برای تدریس ریاضی بهتر است: رویکرد RME یا رویکرد تدریس سنتی به شیوه ماشینی [۸]. کمیسیون تعیین‌شده از سوی فرهنگستان تحقیقات تجربی انجام شده در هلند و خارج از آن طی ۲۰ سال اخیر را مورد بررسی قرار داد. نتیجه این شد که هیچ‌گونه قرائن تجربی متقاعدکننده‌ای وجود ندارد که کارآمدی روش‌های سنتی را نسبت به RME نشان دهد. نظر آن کمیسیون درخصوص آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان قاطع‌تر بود. از دید آن‌ها، کلید بهبود در عملکردهای ریاضی در ارتقاء سطح خبرگی و شایستگی معلمان است، و به همین دلیل از افول جدی توسعه حرفه‌ای معلمان در هلند انتقاد کردند.

## ۷ از ۲۰۱۰ تا زمان حال: دوره خنثی‌سازی و احیای اصلاحات

بعد از رأی کمیسیون فرهنگستان صلح و آرامش برگشت و به نظر می‌رسید دست‌کم بدترین «جنگ ریاضی» پایان یافته است. متوقف کردن کار در آن دوران آشوب‌زده چالشی بود برای همه کسانی که در

<sup>۱</sup>TIMSS

جنبش RME فعال بودند، اما روند اصلاحات ادامه یافت. ولی، واضح است که بلوا تأثیر خودش را روی روند این جنبش گذاشت. کتاب‌های منطبق بر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار موقعیت صددرصدی خود از سهم بازار را از دست داد. درصد کمی از سهم بازار به سمت کتاب‌های درسی جدیدی رفتند که خود را همتای رویکرد RME می‌دانستند. همچنین تغییرات قابل‌توجهی در کتاب‌های منطبق بر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به وجود آمد. به این صورت که هرچند کمیسیون فرهنگستان تأییدی بر برتری هیچ‌یک از دو رویکرد بر دیگری پیدا نکرد، اکثر ناشران در چاپ‌های جدید کتاب‌های درسی خود، رویکرد ماشینی‌وار قبل را مورد توجه قرار دادند. و این به معنای تأکید بیشتر بر محاسبات کتبی بود، از جمله قواعد الگوریتمی رقم‌محور. با وجود این، در اکثر کتاب‌های درسی مسیر یاددهی-یادگیری که به‌طور کلی برای محاسبات در پیش گرفته می‌شد ساختاری را نشان می‌داد که در مجموعه پرووه و TAL بیان شده بود. بنابراین دیگر تمرکز بر روی پیروی کورکورانه از رویه‌ها نبود بلکه هدف فهم این محاسبات بود که با یک حالت بسیار واضح از محاسبات کتبی مبتنی بر اعداد طبیعی به انضمام صفر شروع می‌شد. به بیان دیگر، ویژگی‌های RME در اکثر کتاب‌های درسی موجود گنجانده شده است. با این حال، ناشران -شاید به دلایل تجاری- از استفاده از اصطلاح «واقعیت‌مدار» در معرفی کتاب‌های خود خودداری می‌کنند.

سوی این بازگشت به رویکرد ماشینی‌وار، که متأثر از افت نمرات دانش‌آموزان در محاسبات روال‌مند بود، جنبش جدید دیگری برای بازگشت به گذشته وجود داشته است. سمت‌وسوی این جنبش به اصل RME بود و توجه زیادی به استدلال و حل مسئله در ریاضیات داشت. از چند سال قبل، این نوع توانایی‌های سطح بالا دوباره رونق گرفتند. زنگ خطر ضرورت پرداختن بیشتر به استدلال در ریاضیات دوره ابتدایی مطالعه کوچک‌مقیاسی بود [۲۱] که قبلاً درباره حل مسائل معماگونه نامتعارف انجام شده بود. نتایج آن مطالعه نشان می‌داد که حتی دانش‌آموزان بسیار موفق در حل این مسائل دچار مشکل‌اند. تحقیقات بیشتر روشن کرد که کتاب‌های درسی ریاضی هلند، حتی آن‌هایی که براساس رویکرد RME نوشته شده بودند، به‌ندرت حاوی مسائلی در استدلال ریاضی بودند [۹]. تمرکز این کتاب‌ها بیشتر روی مسائل محاسباتی ساده بود. نتایج بررسی مجدد تحلیل این کتاب‌های درسی [۲۲] نشان می‌دهد که وضعیت نسبت به گذشته تغییر قابل توجهی نکرده است. به علاوه، حل مسائل و استدلال ریاضی حتی دیگر جزو اهداف اخیر آموزش ریاضیات دوره ابتدایی ذکر نمی‌شود. بنابراین، در سال ۲۰۱۵ پروژه «فراسوی پهن‌دشت»<sup>۱</sup> طراحی شد تا معلوم کند چگونه

<sup>1</sup>Beyond Flatland

می‌توان برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی هلند را با اضافه کردن فعالیت‌های مرتبط با استدلال ریاضی و حل مسائل اصیل «ریاضی‌تر» کرد. در این پروژه، هم‌سو با ایده تیم ویسکوباس (۱۹۸۰)، که چهل سال پیش بر لزوم افزودن مطالب ریاضی «پیشرفته‌تر» در دوره ابتدایی تأکید داشت، سلسله درس‌هایی برای جبر مقدماتی، احتمال، و استدلال با گراف‌ها تدوین شد. درعین حال، این پروژه عرصه جدیدی را پیش آورد برای تحقیق درباره چگونگی غنی کردن اصول RME از طریق وارد کردن نظریه‌های جدید یادگیری، شناخت جسم‌بنیاد<sup>۱</sup> (بنا کردن مفاهیم ریاضی بر تجربیات قابل مشاهده)، و نظریه تنوع<sup>۲</sup> (کسب شناخت از جنبه‌های کلیدی مفاهیم از طریق تجربه‌های متنوع).

جدیدترین کار انجام گرفته در وزارت آموزش و پرورش تشکیل کمیسیونی مرکب از جمعی از معلمان است تا به بازنگری و اصلاح برنامه درسی فعلی ریاضی به منظور مجهز ساختن بهتر دانش‌آموزان برای زندگی فردی و حرفه‌ای آینده آن‌ها بپردازند. طرح‌هایی که تاکنون ارائه شده و توسط NVORWO (۲۰۱۷) حمایت می‌شود، بر اهمیت شروع حل مسائل ریاضی از طریق مدل‌سازی و استدلال در دوره ابتدایی تأکید دارند. در این طرح‌ها هم روح پروژه ویسکوباس قابل دیدن است. در این مقاله، گام‌های بلند جنبش اصلاحات آموزش ریاضیات دوره ابتدایی هلند را در طی پنجاه سال عمر آن بررسی کردیم و روند طولانی‌مدت ایجاد و اجرای RME را نشان دادیم، روندی که هنوز هم ادامه دارد.

## مراجع

- [1] Bjarnadóttir, K., History of teaching arithmetic, in *Handbook on the History of Mathematics Education*, A. Karp, G. Schubring, eds., Springer, New York, NY, 2014, 431-457.
- [2] CMLW, Commissie moderniseren leerplan wiskunde, *Euclides*, 37(5) (1961), 144-151.
- [3] De Moor, E., Zonder verleden geen toekomst, in *Leren van Evalueren, De Lerende in Beeld bij Reken-wiskundeonderwijs*, M. van Zanten, ed., Utrecht University, Utrecht, 2009.
- [4] Freudenthal, H., *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983.
- [5] Freudenthal, H., Theorievorming bij het wiskundeonderwijs, Geraamte en gereedschap, *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, 5(3) (1987), 4-15.
- [6] Freudenthal, H., Janssen, G. M., Sweers, W., Five years IOWO, *Educational Studies in Mathematics*, 7(3) (1976), 185-367.
- [7] Kilpatrick, J., The New Math as an international phenomenon, *ZDM Mathematics Education*, 44(4) (2012), 563-571.
- [8] KNAW-Commissie Rekenonderwijs Basisschool, *Rekenonderwijs op de Basisschool*, KNAW, Amsterdam, 2009.

- [9] Kolovou, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Bakker, A., Non-routine problem solving tasks in primary school mathematics textbooks—a needle in a haystack, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, **8**(2) (2009), 31-68.
- [10] Ministry of Education, *Kerndoelen Basisonderwijs*, OCW, Den Haag, 1993.
- [11] Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., *TIMSS 2007 International Mathematics Report*, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Chestnut Hill, MA, 2008.
- [12] NVORWO, *Visie op Reken-wiskundeonderwijs met Aanbevelingen voor een Toekomstige Curriculum*, NVORWO, The Netherlands, 2017.
- [13] OEEC, *New Thinking in School Mathematics*, Organisation for European Economic Co-operation, Paris, 1961.
- [14] Robitaille, D., Travers, K., International connections in mathematics education, in *A History of School Mathematics*, G. Stanic J. Kilpatrick, eds., NCTM, Reston, VA, 2003, 1491-1508.
- [15] Treffers, A., *Three Dimensions, A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction-The Wiskobas Project*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987.
- [16] Treffers, A., De Moor, E., De stille revolutie in het reken-wiskundeonderwijs, *Jeugd in School en Wereld*, **79**(3) (1994), 4-10.
- [17] Treffers, A., De Moor, E., Feijs, E., *Proeve van een Nationaal Programma voor het Reken-wiskundeonderwijs op de Basisschool 1, Overzicht Einddoelen*, Zwijsen, Tilburg, 1989.
- [18] Van den Heuvel-Panhuizen, M., ed., *Children Learn Mathematics, A Learning-teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School*, Freudenthal Institute, Utrecht University/SLO, Utrecht, 2001.
- [19] Van den Heuvel-Panhuizen, M., Reform under attack- Forty years of working on better mathematics education thrown on the scrapheap? No way! , in *Shaping the Future of Mathematics Education: Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, L. Sparrow, B. Kissane, C. Hurst, eds., MERGA, Fremantle, 2010, 1-25.
- [20] Van den Heuvel-Panhuizen, M., ed., *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics- Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education*, Springer Nature, Cham, 2020.
- [21] Van den Heuvel-Panhuizen, M., Bodin, C., All or nothing: Problem solving by high achievers in mathematics, *Journal of the Korea Society of Mathematical Education*, **8**(3) (2004), 115–121.
- [22] Van Zanten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks, *ZDM Mathematics Education*, **50**(5) (2018), 827–838.
- [23] Van Zanten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Mathematics curriculum reform and its implementation in textbooks: Early addition and subtraction in Realistic Mathematics Education (submitted).
- [24] Wiskobas team, Rapportboekje 3: *Overzicht Rekenmethoden Anno 1980*, IOWO, Utrecht, 1980.

---

ندا توانایی: اداره آموزش و پرورش بهبهان

رایانامه: neda.tavanaie@gmail.com

عبدالحمید چک‌نژاد: اداره آموزش و پرورش بهبهان

رایانامه: hamid12002000@yahoo.com

## Realistic Mathematics Education: A Brief History of a Longstanding Reform Movement\*

M. van den Heuvel-Panhuizen, M. van Zanten

Translated by N. Tavanaie <sup>1</sup>✉, A. Checknejad<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Behbahan Department of Education, Iran

**Abstract.** Beginning in 1968, Realistic Mathematics Education (RME) has evolved into the main approach to mathematics education in the Netherlands. This paper describes how this fifty year reform came into being and developed further.

---

*Keywords:* realistic mathematics education, teaching mathematic in Netherlands, reform in mathematics curriculum, primary school mathematics education

*Article history:* Recieved 31 October 2022; Accepted 3 January 2023

*Article type:* translation

---

---

\*van den Heuvel-Panhuizen, M., van Zanten, M., Realistic mathematics education: A brief history of a longstanding reform movement, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 17 (2020), 65-73.

<sup>1</sup>neda.tavanaie@gmail.com

<sup>2</sup>hamid12002000@yahoo.com