

## منظور از یادگیری فعال برای ریاضی دانان چیست؟\*

بی. براون، پی. برمسر، ای. ام. دیووال، ای. لاکوود، دی. وایت

ترجمه امیر باقری، رمضان ضرغامی فارفار ✉

چکیده. یادگیری فعال شیوه‌ای از یادگیری است که در آن یادگیرنده در عمل و فعالانه وارد فرایند یادگیری می‌شود و بسته به شخص یادگیرنده دارای مراتب مختلف است. در این مقاله توضیحات مختصری درباره این روش و مطالب مربوط به آن بیان می‌شود که برای استادان، معلمان، و دانشجویان مفید و قابل تأمل است. — و.

در اوت سال ۲۰۱۶ پانزده نفر از رؤسای انجمن‌های عضو شورای مجمع علوم ریاضی (CBMS)<sup>۱</sup> که یک سازمان فراگیر<sup>۲</sup> متشکل از انجمن ریاضی آمریکا و شانزده انجمن تخصصی دیگر در علوم ریاضی است، بیان‌های در مورد یادگیری فعال<sup>۳</sup> با مضمون زیر منتشر کردند:

از مؤسسات آموزش عالی، گروه‌های ریاضی و دانشکده‌های ریاضی، سیاست‌گذاران اجتماعی، و مؤسسات مالی درخواست می‌کنیم که با تخصیص زمان و منابع مالی زمینه‌های گنجانیدن یادگیری فعال در کلاس‌های ریاضی دوره آموزش عالی را فراهم نمایند.

---

عبارات و کلمات کلیدی: یادگیری فعال، کلاس‌های معکوس، آموزش پژوهش‌محور  
نوع مقاله: ترویجی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۹/۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱/۲۲

\* Braun, B., Bremser, P., Duval, A. M., Lockwood, E., White, D., What does active learning mean for mathematicians?, *Notices Amer. Math. Soc.*, 64 (2017), no.2, 124-129.

1. Conference Board of the Mathematical Sciences 2. umbrella organization 3. active learning

این فراخوان بخشی از یک جنبش گسترده برای افزایش استفاده از روش‌های تدریس فعال و دانشجوی محور در رشته‌های علوم، فناوری، مهندسی، و ریاضیات است. یک تحلیل کلان و برجسته که در سال ۲۰۱۴ منتشر شد [۳] اثربخشی روش‌های یادگیری فعال را در رشته‌های یادشده مطرح کرد. به‌طور خاص، در ریاضیات یک مطالعه جامع از نتایج دانش‌آموزی در مورد یادگیری مبتنی بر پرسش نشان داد [۵] که روش‌های یادگیری فعال اثر مثبت قوی بر زنان و اعضای گروه‌های دیگری دارد که آشنایی کمتری با ریاضیات دارند. گستره این فراخوان فراتر از جامعه دانشگاهی است. به‌عنوان مثال، برنامه «علوم، فناوری، مهندسی، و ریاضیات برای همه» دولت آمریکا [۴] یادگیری فعال را یکی از سه حوزه مورد تأکید در بودجه سال ۲۰۱۷ قرار داده است.

با اینکه حمایت عظیم محققان، مؤسسات مالی، و سیاست‌گذاران جامعه یک مؤلفه مهم و حیاتی برای اجرای یادگیری فعال مؤثر هستند، ولی در نهایت این شیوه‌ها و روش‌ها توسط دانشکده‌های ریاضی پیشرو در کلاس‌های درس به مرحله اجرا درمی‌آیند. بنابراین مدرسان ریاضی باید در مورد یادگیری فعال و مباحث مرتبط با آن آگاهی کافی داشته باشند.

هدف این مقاله، فراهم کردن زمینه‌ای برای مباحث سازنده درباره استفاده از یادگیری فعال در ریاضیات آموزش عالی است. توجه ما به موضوعاتی است که اغلب در سطح گروه آموزشی رخ می‌دهد. این موضوعات می‌تواند تعریف یادگیری فعال، مثال‌هایی از شیوه‌ها و محیط‌های یادگیری فعال که توسط یک دانشکده یا گروهی از آن مورد استفاده قرار گرفته است، اهداف مورد انتظار از به کارگیری روش‌های یادگیری فعال و دغدغه‌های مشترک باشند. مباحث مبسوط و فهرست قابل توجهی از کتاب‌های مرتبط به این موضوع را می‌توان در مجموعه [۱] که برای «وبنوشت تدریس و یادگیری ریاضی AMS»<sup>۱</sup> نوشته شده است یافت.

## یادگیری فعال چیست؟

سؤالی که اغلب مطرح می‌شود این است که یادگیری فعال چیست؟ اساس بحث خود را روی تعریف گفته شده در [۲] قرار می‌دهیم: یادگیری فعال به آن دسته از فعالیت‌های کلاسی اطلاق می‌شود که دانشجویان را وادار به انجام فعالیت‌هایی مانند خواندن، نوشتن، بحث، یا حل مسئله می‌کند و باعث ارتقای سطح تفکر دانشجویان می‌شود. استفاده از چنین تعریف کلی خطر سوء تفاهم بین مدرسان، مدیران، و سایر افراد ذی‌نفع را آن قدر افزایش می‌دهد که محصول چنین روش‌هایی به دست تخیل



یک کلاس یادگیری درون‌کلاسی، فعال، و عملی در دانشگاه پنسیلوانیا

سپرده می‌شود. با این حال، این تعریف تصدیق می‌کند که یادگیری فعال می‌تواند شامل طیف وسیعی از فعالیت‌های خاص در محیط‌ها و زمینه‌های متنوع، و مربیان با زمینه‌ها و تجربه‌های متنوع و دانشجویان مختلف باشد.

یک رویکرد دیگر برای تعریف یادگیری فعال وجود دارد که در موارد محدود مفیدتر واقع می‌شود مانند مباحث داخل گروه آموزشی یا گفت‌وگوهای بین پیش‌کسوتان و مدیران دانشکده‌ها. در این رویکرد، تمرکز روی یک درس خاص است و یادگیری فعال تکلیف دانشجویان است که در طول کلاس به انجام برسانند. در این روش اطمینان حاصل می‌شود که تمامی شرکت‌کنندگان در بحث، دیدگاه مشابهی در مورد روش پیشنهادی در چارچوب اهداف مشخص یک درس خاص و نتایج یادگیری دانشجویان خواهند داشت.

### نمونه‌هایی از محیط و روش‌های یادگیری فعال

در آموزشکده‌ها و دانشگاه‌های امروزی، تدریس ریاضی به صورت سخنرانی شیوهٔ غالب تدریس است که در این مراکز مورد استفاده قرار می‌گیرد. با اینکه گاهی اوقات یادگیری فعال و تدریس به این روش به عنوان دو گزینهٔ آموزشی کاملاً متضاد در نظر گرفته می‌شوند، ولی مثال‌های زیر نشان می‌دهند که چنین تصویری اشتباه است. ابتدا با مثال‌هایی شروع می‌کنیم که اساساً مرتبط با یک شخص از دانشکده است و با مثال‌هایی که در آن‌ها نیاز به پشتیبانی گروهی و حمایت دانشکده، گروه‌های آموزشی، و مؤسسه است مطلب را پایان می‌دهیم.

فکر کن، مقایسه کن، با دیگران در میان بگذار. یکی از ساده‌ترین مثال‌های روش یادگیری

فعال که مناسب تدریس به روش سخنرانی است، به صورت «فکر کن، مقایسه کن، با دیگران در میان بگذار» است. در این روش، مربی یک تکلیف مختصر مانند انجام یک محاسبه، تکمیل یک مرحله از یک اثبات، آوردن یک یا چند مثال، یا بیان یک فرضیه یا حدس را از دانشجویان می‌خواهد. بعد از فرصت دو تا سه دقیقه‌ای دانشجویان برای بررسی مستقل موضوع مطرح شده (فکر کن)، دانشجویان دو دقیقه فرصت دارند تا جواب‌های خود را با دانشجویان بغل‌دستیشان مقایسه کنند (مقایسه کن). در پایان، از همه یا برخی دانشجویان خواسته می‌شود تا پاسخ‌های خود را با گروه‌های دیگر یا کل کلاس در میان بگذارند (با دیگران در میان بگذار). فرصت دادن به دانشجویان برای تفکر و بحث ریاضی در میان تدریس آن‌ها را به مشارکت فعال در کلاس ترغیب می‌کند. گروه یا مؤسسه‌های آموزشی دخالتی در این تکلیف ندارند و فقط یک وسیله برای کنترل درک مؤثر مطالب است و باعث می‌شود که دانشجویان بتوانند مجدداً توجه خود را به کلاس معطوف کنند.

**سامانه‌های پاسخ‌گویی کلاس درس («تفه‌زن‌ها»)**<sup>۱</sup>. علاوه بر «فکر کن، مقایسه کن، با دیگران در میان بگذار» نمونه‌های مرتبط زیادی از سامانه‌ها و شیوه‌های «نظرسنجی در کلاس» وجود دارند که از آن‌ها برای افزایش مشارکت دانشجویان استفاده می‌شود. این سیستم‌ها اغلب در مواردی مفید واقع می‌شوند که از روش «فکر کن، مقایسه کن، با دیگران در میان بگذار» در ابعاد بزرگ استفاده می‌کنیم یا به شیوه سخنرانی با حضور تعداد زیاد دانشجویان تدریس می‌کنیم. بعضی از این سامانه‌ها کاملاً مبتنی بر وب و تلفن همراه هستند، درحالی‌که در برخی دیگر دانشجویان مجبور به اجاره یا خرید یک وسیله هستند. بدین ترتیب، بسته به انتخاب نوع سامانه، زمانی که سامانه‌های تفه‌زن به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد، گروه‌های آموزشی نتایج و پیام‌هایی از آن به دست می‌آورند. اینکه سامانه تفه‌زن به‌صورت تیمی توسط یک گروه آموزشی مورد استفاده قرار گیرد اغلب مفیدتر از بهره‌برداری انفرادی آن است.

**کلاس‌های درس معکوس (یا «وارونه»)**<sup>۲</sup>. در یک کلاس درس معکوس (یا «وارونه») مدرس تعریف‌های اولیه، مثال‌ها، اثبات‌ها، و تکنیک‌های ابتکاری را در قالب فیلم‌ها یا متون از قبل آماده‌شده در اختیار دانشجویان قرار می‌دهد و دانشجویان باید قبل از حضور در کلاس آن‌ها را به‌طور کامل ملاحظه کنند. در نتیجه زمان کلاس درس به یادگیری فعال اختصاص می‌یابد که به‌طور مستقیم مشارکت دانشجویان را برمی‌انگیزد. اینکه مدرس چگونه از این زمان در کلاس استفاده می‌کند ممکن است از استفاده از روش «فکر کن، مقایسه کن، با دیگران در میان بگذار» با مسئله



کلاس درس جبر مجرد به روش یادگیری پژوهش محور در کالج میدلبری

و مثال‌های پیچیده تا گروه‌بندی دانشجویان برای کار بر روی مسائل با کمک یک دستیار آموزشی متغیر باشد. الگوی تدریس معکوس به‌منزله ساختار کلیهٔ دروس یا به‌صورت یک رویداد مناسبتی برای بیان موضوعاتی که قابلیت ارائه به‌صورت سخنرانی ندارند یا جلسات نقد و بررسی یا جلسات حل تمرین و ... به کار رفته است. از نکات کلیدی در این الگو حمایت مؤسسه یا گروه آموزشی (در قالب پشتیبانی فنی) بسته به روش مورد استفاده برای وارون کردن جلسات یک کلاس خاص یا کلیهٔ دروس است.

**یادگیری پژوهش محور<sup>۱</sup>** یکی از شناخته‌شده‌ترین روش‌های یادگیری فعال در ریاضیات روش یادگیری پژوهش محور (IBL) است. در دروس پژوهش محور زمان کلاس صرف حل تمرین انفرادی یا گروهی دانشجویان می‌شود؛ سپس دانشجویان اثبات‌ها یا حل تمرین‌های خود را در کلاس عرضه می‌کنند و بازخورد دیگر اعضای کلاس را می‌بینند. دروس یادگیری پژوهش محور صرفاً مبتنی بر دستاوردهای هدایت‌نشدهٔ دانشجویان نیست؛ بلکه دانشکده مجموعه‌ای از فعالیت‌های منسجم با ساختار مشخص متمرکز بر فعالیت‌های فردی، دونفری، گروه‌های کوچک، و کل کلاس طراحی می‌کند که شامل تدریس‌های کوتاه و مناسب کلاس است. دانشکده‌ای که از روش IBL استفاده می‌کند نیاز به توسعهٔ امکانات و راهبردهای متنوع تدریس دارد و باید با بسیاری از

1. inquiry-based learning



چهارسوق ریاضی در ویرجینیاتک

روش‌های تدریس که معمولاً در محیط‌های تدریس به‌روش سخنرانی انجام نمی‌شوند آشنا باشد؛ درواقع، IBL یک محیط یادگیری فعال بلندپروازانه است. فرصت‌های گوناگونی برای ارتقاء حرفه‌ای در IBL وجود دارد از جمله کارگاه‌های آموزشی مؤسسه یادگیری پژوهش‌محور در وبگاه [www.inquirybasedlearning.org](http://www.inquirybasedlearning.org).

**چهارسوق ریاضی.** الگوی «چهارسوق ریاضی»<sup>۱</sup> مرکب از یک اتاق بزرگ شامل کامپیوترهای پیشرفته است که در آن به پیشرفت تحصیلی دانشجویان از طریق دوره‌های برخط خودآموز کمک می‌شود. برخلاف کلاس‌های معکوس بسیاری از الگوهای چهارسوق ریاضی فاقد بخش تدریس به‌صورت سخنرانی هستند و بیشتر آن‌ها برای رفع اشکال یا دوره‌های مقدماتی مانند جبر مقدماتی طراحی شده‌اند. این مراکز معمولاً به میزهایی مجهز هستند که قابلیت کار گروهی چندین دانشجو را دارند و همواره تعداد زیادی دستیار آموزشی و مربی در آن آماده خدمت هستند. از آنجاکه کار دانشجویان به‌صورت خودآموز است دانشجویان بیشتر وقت خود را به‌صورت مشارکت فعالانه صرف فعالیت در محتوای درس از طریق مباحث مختلف می‌کنند. به‌دلیل سرمایه‌گذاری قابل‌توجه در فضای کلاس و تجهیزات فنی یک چهارسوق ریاضی به‌طور معمول به‌شکل یک سرمایه‌گذاری مشترک بین دانشکده، گروه، و مدیران راه‌اندازی می‌شود.

**مدل‌سازی و آزمایشگاه‌های کامپیوتری.** مدل‌سازی عرصهٔ باارزشی برای افزایش یادگیری دانشجویان است که اغلب با آزمایشگاه‌های کامپیوتری تقویت و تکمیل می‌شود. از دههٔ ۱۹۹۰ به بعد در بسیاری از دروس ریاضی کار در آزمایشگاه‌های ریاضی نیز گنجانده شده است تا از برنامه‌هایی مانند ممتیکا<sup>۱</sup>، میپل<sup>۲</sup>، متلب<sup>۳</sup>، و سیج<sup>۴</sup> برای کاوش بیشتر استفاده شود. در سال‌های اخیر شاهد رشد تعداد شبکه‌های پشتیبانی افرادی هستیم که از آزمایشگاه‌ها و بخش‌های مدل‌سازی استفاده می‌کنند، مانند پروژهٔ SIMIODE.org برای معادله‌های دیفرانسیل. گزارش سال ۲۰۱۶ انجمن SIAM با عنوان «راهنمای ارزیابی آموزش مدل‌سازی ریاضی» شامل نمونه‌هایی از فعالیت‌های مدل‌سازی در برنامهٔ درسی دورهٔ کارشناسی است که دانشجویان را فعالانه وارد کار می‌کنند و مسائل مرتبطی مانند ارزیابی را به بحث می‌گذارند. مباحث مدل‌سازی و بخش آزمایشگاهی را می‌توان در بسیاری از سطوح در آموزش عالی، از فعالیت‌های مستقل در یک کلاس گرفته تا اجرای برنامه‌های جامع در سطح مؤسسه، وارد کرد.

## انتظارات از یادگیری فعال

دانشکده‌هایی که برای اولین بار از روش یادگیری فعال استفاده می‌کنند نیاز به یک انتظار واقع‌بینانه از تأثیر این روش‌ها دارند. با توجه به اینکه تعداد زیادی روش‌های مختلف یادگیری فعال وجود دارد و از آنجا که اغلب روش‌ها دانشجویان را به شیوه‌های متفاوتی تحت تأثیر قرار می‌دهند، همیشه نمی‌توان به وضوح گفت که وقتی از یک روش یادگیری فعال جدید استفاده می‌کنیم چه نتیجه‌ای حاصل خواهد شد. در هر صورت، به نظر می‌رسد به‌طور معمول چند مورد وجود دارد که دانشکده‌ها می‌توانند به‌طور معمول انتظار آن را داشته باشند. پنج مورد از آن‌ها در زیر آمده است.

**انتظار داشته باشید که در مورد دانشجویان بینشی پیدا کنید.** برای بسیاری از مدرسان که از یادگیری فعال استفاده می‌کنند این روش‌ها گفت‌وگوهای ارزشمندی را با دانشجویان موجب می‌شود و پنجره‌ای رو به تجربیات ریاضیاتی دانشجویان می‌گشاید. این امر به مدرسان امکان می‌دهد تا نسبت به کج‌فهمی‌های آن‌ها حساس‌تر باشند، که این نیز باعث می‌شود دانشجویان احساس کنند که مدرس درس به آن‌ها توجه بیشتری دارد، و افزایش تعامل و مشارکت دانشجویان را به دنبال دارد. حتی در درس‌های ۲۰۰ نفره، که در آن ارتباط دانشجویان و مدرس از طریق سامانهٔ تخته‌زن‌ها ممکن است به شدت کاهش یابد، مدرسان اغلب اظهار می‌دارند که روش‌های یادگیری فعال برداشت



یک کلاس درس به شیوه یادگیری فعال از برنامه مریت در دانشگاه ایلینویز-اوربانا

روشن‌تری از میزان درک دانشجویان در مقایسه با شیوه سنتی سخنرانی به دست می‌دهند. انتظار داشته باشید که دانشجویان شما را شگفت‌زده کنند. یادگیری فعال فرصت‌هایی برای تعامل بین مدرس و دانشجو فراهم می‌کند که در شیوه آموزش مستقیم وجود ندارد. روش‌های یادگیری فعال می‌تواند روی برخی از دانشجویانی که ذاتاً ساکت هستند و علاقه‌ای به مشارکت در مباحث کلاس ندارند تأثیر بگذارد (دانشجویانی که طبیعتی آرام دارند و فقط در مواردی که فرصت مناسب پیش آید توانایی خود را بروز می‌دهند). از سوی دیگر، روش‌های یادگیری فعال می‌تواند تصورات و درک نادرست دانشجویان (حتی دانشجویان خوب) را در مورد ریاضیات آشکار سازد؛ حتی تکلیف و امتحان هم نمی‌تواند این تصورات اشتباه را نشان دهد. علاوه بر این، دانشجویان اغلب در تکالیف یادگیری فعال نکته‌های جالب و سؤالات تفکرآمیزی بیان می‌کنند و انرژی تازه‌ای به کلاس‌های متداولی مانند حسابان تزریق می‌کنند.

انتظار داشته باشید برخی دانشجویان مقاومت کنند. بنابه دلایل بسیاری، معمولاً برخی از دانشجویان در برابر روش‌های یادگیری فعال به‌ویژه در ابتدای درس مقاومت می‌کنند. برخی از دانشجویان به‌طور خاص علاقه‌مند به ریاضیات نیستند و نمی‌خواهند سطوح بالاتر آن را یاد بگیرند. دسته دیگری از دانشجویان سابقه موفقیت قابل توجهی از کلاس‌های سنتی ریاضی دارند و از حضور

در یک محیط آموزشی ناآشنا واهمه دارند. با وجود تمامی این دانشجویان، لازم است مدرسان به‌طور واضح ارزش و جایگاه روش‌های یادگیری فعال و همچنین انتظار حضور فعال و مشارکت دانشجویان را بیان کنند. اغلب، دانشجویانی که در ابتدا مقاومت نشان می‌دهند، در پایان درس از خوبی‌های یادگیری فعال شگفت‌زده می‌شوند.

**انتظار داشته باشید از اشتباهاتان درس بگیرید.** مانند یادگیری ریاضیات یاد گرفتن اینکه چگونه یک روش آموزشی جدید، مثل روش خیلی پیچیده یادگیری فعال را به کار بگیریم، مستلزم یک فرایند مداوم و اصلاح خطا در مواقع شکست‌های جزئی است. یک مرکز آموزش ریاضی باید برای شروع در مقیاس کوچک آماده شود و به تدریج و به‌طور مداوم توسعه یابد. تقریباً تمام مدرسانی که از یادگیری فعال استفاده می‌کنند، و طرف صحبت نویسندگان این متن بوده‌اند، پیشرفت تدریس خود را مانند یک زنجیره مرکب از موفقیت و شکست‌ها توصیف می‌کنند. اگر شما در حال اجرای یک روش یادگیری فعال هستید که برای شما تازگی دارد، اغلب مفید است که ابتدا درباره نحوه ارزیابی آموزش در آن دوره مذاکراتی با مسئول دانشکده انجام دهید. بسیاری از کالج‌ها تدابیری برای حمایت از مدرسانی اتخاذ می‌کنند که روش‌های جدید تدریس، به‌ویژه روش‌های مبتنی بر شواهد، را به کار می‌برند.

**انتظار تأثیر درازمدت را داشته باشید.** اگر یادگیری فعال با یک پشتوانه خوب و سابقه تدریس مناسب توأم شود تأثیر مثبت زیادی بر تداوم و حس تعلق خاطر دانشجو به ریاضیات دارد. این موضوع نیز در درازمدت دانشجو را به فعالیت بیشتر در مطالعات خود و ادامه تحصیلات خود در ریاضی سوق می‌دهد. از آنجاکه بسیاری از روش‌های یادگیری فعال بر پایه تعامل و همکاری است، دانشکده‌های مجری این روش‌ها غالباً اظهار کرده‌اند که استفاده از این روش‌ها نقش یک کاتالیزور برای ایجاد تشکلهای قوی دانشجویی را داشته‌اند. این ارتباطات همتایان در دروس آتی هم ادامه پیدا می‌کنند و جزوی از تجربه دانشجو در تحصیل ریاضی می‌شود. بسیاری از این تأثیرات یادگیری فعال تنها پس از پایان یک درس بروز می‌کنند و لذا ارزیابی یا حتی شناسایی تأثیر آن‌ها با ابزارهای متداول ارزشیابی دروس بسیار دشوار است.

## دغدغه‌های رایج درباره یادگیری فعال

با اینکه یادگیری فعال طرفداران زیادی در بین ریاضی‌دانان دارد، مدرسان دلسوز بسیاری نیز هستند که نگرانی‌های معقولی در مورد روش‌های یادگیری فعال دارند. در اینجا چهار مورد را مطرح می‌کنیم.

اگر ما همه چیز را به وضوح به دانشجویان نگوئیم، آن‌ها چگونه ریاضیات یاد بگیرند؟ تفکر تاریخی غالب در تدریس به شیوه سخنرانی بر این باور است که یادگیری در نتیجه انتقال اطلاعات از معلم به دانشجو رخ می‌دهد و فرایند یادگیری دانشجویان با دریافت اطلاعاتی که آموزگاران آن‌ها می‌نویسند یا بر زبان می‌آورند شکل می‌گیرد. علاوه بر این، به دلیل شوروشوق ما به ریاضیات، یک انگیزه طبیعی انسانی وجود دارد که مدرسان در مورد راه‌های درک ریاضیات، روشن کردن ظرافت‌ها و نکاتی که بیشتر ایده‌های ریاضی را احاطه کرده است، و تشریح عمق این شاخه از علم با دانشجویان سخن می‌گویند. تجربه مشترک ما، که مبتنی بر تحقیق نیز است، نشان می‌دهد که یادگیری به این سادگی نیست. برای مثال، تقریباً هر معلمی این تجربه را دارد که نکته خاصی (مانند اینکه  $(a+b)^2$  برابر  $a^2 + b^2$  نیست) را در سر جلسه امتحانی به محض اینکه ببیند دانشجویی آن را یاد نگرفته است گفته باشد. چنین تجربیاتی نشان می‌دهند که اگر بخواهیم یادگیری عمیق و معنی‌دار اتفاق بیفتد، فقط گفتن یک سری اطلاعات به دانشجویان کفایت نمی‌کند. بنابراین، نکته کلیدی در این است که یک تعادل مؤثر بین آموزش مستقیم و یادگیری فعال پیدا کنیم تا معلمان براساس این تعادل، ترکیبی از توضیحات و موارد یادگیری فعال را به دانشجویان ارائه دهند.

اگر نتوانم این مقدار از مطالب را تدریس کنم چه می‌شود؟ آموزش مستقیم صرف می‌تواند روش مؤثری برای ارائه مطالب باشد. اما، نمونه دانشجویانی را که نمی‌دانند  $(a+b)^2$  برابر با  $a^2 + b^2$  نیست نباید فراموش کنیم. همیشه تدریس به روش سخنرانی با هدف تدریس مطالب بیشتر برای دانش‌آموزان مؤثر نیست. برگزاری یک درس صرفاً با توجه به تدریس همه مطالب درس باعث می‌شود که بسیاری از مؤلفه‌های دیگر یادگیری دانشجویان مانند اهداف شناختی را، که یادگیری فعال معطوف به آن‌هاست [۷]، فراموش کنیم؛ برخی از این مؤلفه‌ها عبارت‌اند از

- تشخیص و بیان استدلال‌های دقیق ریاضی،
- بیان مفاهیم ریاضی به صورت واضح و ارائه آن‌ها به دو صورت کلامی و نوشتاری،
- کار کردن به صورت خلاقانه و مستقل،
- ارزیابی درستی راه‌حل‌ها،
- تولید و توجیه مثال‌ها،
- انجام تجربیات ریاضیاتی، و
- طراحی و بررسی حدس‌های ریاضی.

علاوه بر اینکه معلوم شده است ریز مطالب تنها هدف تدریس یک درس نیست، پژوهش‌های

اخیر نشان می‌دهد که تدریس سرفصل کامل درس برای ماندگاری و پیشرفت دانشجویان در ریاضیات نسبت به استفاده از روش‌های تدریسی که اهداف بالا را مدنظر قرار می‌دهند اهمیت کمتری دارد.

**چگونه متوجه بشوم که خوب تدریس می‌کنم؟** تهیه یادداشت‌های درسی پربار به ایجاد حس اثربخشی هر ریاضی‌دانی کمک می‌کند. اما شیوه‌های دیگری نیز وجود دارند که معلمان با ایجاد تعادل بین تدریس سنتی به شیوه سخنرانی و یادگیری فعال در کلاس‌های خود احساس مفید بودن داشته باشند. این شیوه‌ها شامل فعالیت‌هایی است نظیر انتخاب مسئله، پیش‌بینی استدلال دانشجویان، ایجاد و هدایت مباحث، تحریک دانشجویان به ارائه شرح با کیفیت از یک موضوع، پرسیدن سؤالاتی که باعث بالا بردن دانش دانشجویان می‌شود، و گرفتن بازخورد فوری از دانشجویان در مورد آنچه آموخته‌اند. چنین دیدی باعث می‌شود که ارزیابی تدریس ما از کیفیت ارائه‌های ما دور شود و به سمت کیفیت تکالیفی که به دانشجویان می‌دهیم سوق یابد. علاوه بر این، بسیاری از ریاضی‌دانان که یادگیری فعال را اجرا کرده‌اند اذعان دارند که درک عمیق‌تری از پیشرفت دانشجویان دارند و می‌توانند عوض شدن دانشجویان را واضح‌تر از دروس قبلی خود مشاهده کنند.

**من به یادگیری فعال نیازی نداشتم، چرا دانشجویانم نیاز داشته باشند؟** اگرچه این دیدگاه در حال تغییر است، بسیاری از ریاضی‌دانان شخصاً محیط‌های تدریس به شیوه یادگیری فعال را ندیده‌اند. بنابراین برای بسیاری از ریاضی‌دانان و دانشجویان تحصیلات تکمیلی اولین تجربه روش‌های یادگیری فعال در مقام معلم است نه دانشجو. با این حال، باید در مقایسه کردن تجربیات خودمان با دانشجویانمان مراقب باشیم. کارل لی در این مورد می‌گوید [۶]:

من اغلب در کلاس‌های ریاضی در سطح شناختی بالا صرفاً به شیوه آموزش مستقیم (ارائه سخنرانی) تدریس کرده‌ام. در جایگاه یک معلم خیلی زود متوجه شدم که من در این فرآیند توانسته‌ام تعداد کمی از دانشجویان را وارد کار کنم. همه دانشجویان نتوانستند «عادات ریاضیاتی ذهن» یا «تمرینات ریاضی» را به کمک سخنرانی‌های داخل کلاس من و تکلیف‌های خارج از کلاس (که اغلب به صورت انفرادی انجام می‌دادند) رشد دهند. من اکنون نقش قابل توجه خصوصیات شخصی و آموزش غیررسمی را در پیشرفت توانایی‌های دانشجویان بهتر درک می‌کنم.

پژوهش‌های [۲] و [۵] نشان می‌دهند که یادگیری فعال تأثیر مثبت و فوق‌العاده‌ای روی طیف وسیعی از دانشجویان دارد و نه فقط دانشجویانی که آمادگی ذهنی ریاضی خوبی دارند. این پژوهش‌ها

همچنین نشان می‌دهند که یادگیری فعال برای دانشجویان موفق سابق هم نه تنها آسیب‌زا نیست بلکه مفید نیز واقع می‌شود. با نگاهی به دوران تحصیل خودمان باور داریم که اگر محیط‌های آموزشی بیشتری مبتنی بر یادگیری فعال را می‌دیدیم احتمالاً پایه‌های ریاضی مستحکم‌تری می‌داشتیم و یادگیری فعال باعث می‌شد این برداشت اولیه از ریاضیات در ما شکل بگیرد که ریاضیات یک رشته پژوهش‌محور است.

## نتیجه‌گیری

روش‌های آموزشی جدید را نمی‌توان به‌طور مؤثر و یک‌شبه اجرا کرد. باید این شیوه‌ها را به‌طور محدود شروع کنیم و آهسته و پیوسته گسترش دهیم و تغییرات را به‌صورت گروهی انجام دهیم که در آن امکان بیان بازخورد و کمک‌رسانی باشد. از منظر مدرسان با تجربه، این کاری است که لازم است انجام شود نه تنها به‌خاطر خودمان بلکه از دید تربیت نسل بعدی ریاضی‌دانان.

آن دسته از ما که در مؤسسات دارای دوره‌های تکمیلی (کارشناسی ارشد و دکترا) کار می‌کنند باید دانشجویان تحصیلات تکمیلی را در زمینه استفاده از روش‌های یادگیری فعال آماده کنند چه به‌عنوان بخشی از وظایف آموزشی‌شان و چه وقتی که دانشجو به‌عنوان مدرس مستقل برای دروس به کار گرفته می‌شود. با توجه به الزامات بسیار دانشکده‌های تحصیلات تکمیلی، معقول نیست که انتظار داشته باشیم هر دانش‌آموخته تحصیلات تکمیلی در ریاضیات یک معلم با تجربه از کار در بیاید، اما باید برای این دانشجویان تا جایی که ممکن است فرصت‌هایی را فراهم کنیم که در استفاده از ترکیب آموزش مستقیم و روش‌های یادگیری فعال تجربه کسب کنند. از منظر مدرسان تازه‌کار، برنامه‌های بلندمدت ارتقاء حرفه‌ای مانند NEXT خدمتی ارزشمند به جامعه ریاضی می‌کنند.

یک راه مهم وجود دارد که در آن تربیت ما به‌عنوان ریاضی‌دان می‌تواند کمک کند تا به‌عنوان معلم پیشرفت کنیم: ریاضی‌دانان مسئله‌حل‌کن‌های با تجربه‌ای هستند. ما، جامعه ریاضی‌دانان و مربیان، در حال حل این مسئله هستیم که چگونه ریاضیات را خوب تدریس کنیم، و هر دو مشغول کار درباره این مقصود هستیم. مثل همه مسائل پیچیده دنیای واقعی، مشکل ما این است که یک راه‌حل کامل وجود ندارد، بلکه مجموعه‌ای از راه‌حل‌های تقریبی وجود دارد. باین‌همه، تربیت ریاضی ما از ما یک مسئله‌حل‌کن ساخته است تا هوش، سخت‌کوشی، روح کنجکاوی، و عشقمان به آموختن را تقویت کنیم تا بتوانیم روش‌هایی مؤثر و کارآمدی برای تدریس ابداع کنیم. این خصوصیات مستقیماً به شخصیت ریاضی ما مرتبط می‌شوند، و به ما برای موفقیت در تلاش مداوم در جهت بهبود آموزش

و یادگیری ریاضی برای همه امید می‌بخشند.

## مراجع

- [1] Braun, B., Bremser, P., Duval, A., Lockwood, E., White, D., Active learning in mathematics, Parts I–VI (2015) [Blog post], available at [blogs.ams.org/matheducation/tag/activelearning-series-2015](https://blogs.ams.org/matheducation/tag/activelearning-series-2015).
- [2] Conference Board of the Mathematical Sciences, Active learning in post-secondary mathematics education (2016, July 15) [Press release], available at [www.cbmsweb.org/Statements/Active\\_Learning\\_Statement.pdf](http://www.cbmsweb.org/Statements/Active_Learning_Statement.pdf).
- [3] Freeman, S., Eddy, S., McDonough, M., Smith, M., Okoroafor, N., Jordt, H., Wenderoth, M., Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **111** (2014), no.23, 8410-8415.
- [4] Handelsman, J., Smith, M., STEM for all (2016, February 11) [Blog post], available at <https://www.whitehouse.gov/blog/2016/02/11/stem-all>.
- [5] Kogan, M., Laursen, S., Assessing long-term effects of inquiry-based learning: A case study from college mathematics, *Innov. High. Educ.*, **39** (2014), 183-199.
- [6] Lee, C., The place of mathematics and the mathematics of place (2014) [Blog post], available at [blogs.ams.org/matheducation/2014/10/01/the-place-of-mathematicsand-the-mathematics-of-place/](https://blogs.ams.org/matheducation/2014/10/01/the-place-of-mathematicsand-the-mathematics-of-place/).
- [7] Schumacher, C. S., Siegel, M. J., co-chairs, *2015 CUPM Curriculum Guide to Majors in the Mathematical Sciences*, P. Zorn, ed., MAA, Washington, DC, 2015.

---

امیر باقری: دانشگاه فنی و مهندسی مرنده، گروه علوم پایه

رایانامه: [a\\_bageri@tabrizu.ac.ir](mailto:a_bageri@tabrizu.ac.ir)

رمضان ضرغامی فارفان: دانشگاه فنی و مهندسی مرنده، گروه علوم پایه

رایانامه: [zarghamir@gmail.com](mailto:zarghamir@gmail.com)

## What Does Active Learning Mean For Mathematicians?\*

B. Braun, P. Bremser, A. M. Duval, E. Lockwood, D. White

Translated by A. Bagheri<sup>1</sup>, R. Zarghami Farfar<sup>2</sup>✉

<sup>1,2</sup>Department of Geomatics Engineering, Technical University of Marand, Iran

**Abstract.** Active learning is a way of learning in which the learner actively participates in the learning process and has different levels depending on the learner. In this paper, brief explanations about this method and related materials are given, which are useful and thought-provoking for teachers and students.

---

*Keywords:* active learning, flipped classes, inquiry-based learning

*Article history:* Received 9 December 2022; Accepted 11 April 2023

*Article type:* translation

---

---

\* Braun, B., Bremser, P., Duval, A. M., Lockwood, E., White, D., What does active learning mean for mathematicians?, *Notices Amer. Math. Soc.*, **64** (2017), no.2, 124-129.

1. a\_bageri@tabrizu.ac.ir

2. zarghamir@gmail.com