فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی

سال ۴۳، شمارهٔ ۱ (بهار و تابستان ۱۴۰۳)، صص ۱۶۷ تا ۱۹۳

آیا ریاضی سودمند است؟*

آلبرتو ساراکّو

ترجمهٔ فریدون حبیبیان✉، نجمه میرزاثانی

چکیده. هدف این مقاله نقد و بررسی پرسشی متداول دربارهٔ علم ریاضی است که توسط افراد مختلف جامعه با عبارت‌های گوناگونی مانند «آیا ریاضی سودمند است؟»، «ریاضی چه فایده‌ای دارد؟»، «چطور می‌توان از ریاضی استفاده کرد؟» و . . . مطرح می‌شود؛ هدف این است که هر شخص خودش قادر به پاسخ‌گویی به این پرسش و دستیابی به درکی از آن باشد. برای این منظور، اطلاعات و حقایقی مانند استفاده‌های مختلف از علم ریاضی و ریاضی‌دانان در زمان‌های جنگ و برخی دستاوردهای عظیم ریاضی محض برای تمدن بشری عرضه خواهند شد. همچنین دلایلی مبنی‌بر لزوم بهره‌مندی تمام افراد جامعه، شامل مردم عادی و سیاست‌مداران، از علم ریاضی و نیز برخی عواقب سواد پایین ریاضی مطرح می‌شود. در ادامه، مطالبی قابل‌تأمل دربارهٔ نبود تماس مستقیم عموم مردم با ریاضیات، نداشتن کمترین ذهنیتی از آنچه ریاضی‌دانان انجام می‌دهند، و موضوع ترغیب یادگیری اختیاری ریاضی شرح داده می‌شود. در پایان، برخی تجربیات و فعالیت‌های نویسنده در زمینهٔ ترویج و محبوب‌سازی ریاضی مطرح خواهد شد.

۱ مقدمه

«آیا ریاضی سودمند است؟» ممکن است این سؤال کمی نابخردانه به نظر برسد، که همین‌طور هم هست. البته که ریاضی سودمند است. ما در جهانی آکنده از داده‌ها زندگی می‌کنیم که از هر سو با کاربردهای بدیهی و نامحسوس ریاضی مقدماتی و پیشرفته در هم تنیده شده است. باوجوداین، دوباره این سؤال را مطرح می‌کنیم که آیا ریاضی سودمند است؟ هدف از تکرار این سؤال درک این

عبارات و کلمات کلیدی: سودمندی ریاضیات، فرهنگ، کاربردهای ریاضیات، ترویج ریاضیات، رأی‌دادن، رمزنگاری

نوع مقاله: ترویجی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۶/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱/۵

*Saracco, A., Is math useful?, in *Imagine Math 8 — Dreaming Venice*, M. Emmer, M. Abate, eds., Springer, Cham, 2022, 583-605.

© ۱۴۰۳(انجمن ریاضی ایران)

doi: 10.30504/mct.2023.1326.1924

موضوع است که ریاضی برای چه چیزی سودمند است و منظور از سودمند بودن چیست؟ همچنین، آیا دانش ریاضی برای دسته‌ای خاص از افراد، مانند متخصصان و سیاست‌مداران سودمند است و یا برای تک‌تک مردم می‌تواند سودمند باشد؟ و سؤالی ملموس‌تر، چرا ریاضیات باید نقش محوری در آموزش داشته باشد؟

در قالب عنوان هر بخش سؤالی مطرح خواهیم کرد. در هیچ‌یک از بخش‌ها به سؤال مطرح‌شده پاسخ داده نخواهد شد، اما امیدوارم دست‌کم بتواند اطلاعاتی را برای تأمل خواننده فراهم کند. ازنظر من این قبیل سؤال‌ها که «در فرهنگ و تمدن چه جایگاهی باید به ریاضی اختصاص دهیم؟» و «ریاضی چه نقشی در تربیت شهروند کامل دارد؟» می‌تواند در کتابی مربوط به اثر متقابل ریاضیات و فرهنگ بیان شود.

۲ آیا ریاضی سودمند است؟

> کاربردهای عملی آن، پلها، ماشینهای بخار، دیناموها را کندذهن‌ترین افراد هم مشاهده می‌کنند. در مورد فایدهٔ ریاضیات افکار عامه نیازی به اقناع ندارد. تمام اینها، از لحاظی، برای ریاضیدانها بسیار دلگرم کننده است، ولی بندرت ممکن است که یک ریاضیدان واقعی با این چیزها قانع شود.
>
> دفاعیهٔ یک ریاضیدان [۹] ــ جی. اچ. هاردی
>
> [...] «سودمند»ترین موضوعها معمولاً موضوعهایی هستند که یادگیری آنها برای اکثر افراد کمترین سود را در بر دارد. برای جامعه سودمند است که تعداد کافی فیزیولوژیست و مهندس داشته باشد، ولی برای افراد عادی مطالعهٔ فیزیولوژی و مهندسی سودی ندارد [...]
>
> دفاعیهٔ یک ریاضیدان [۹] ــ جی. اچ. هاردی

هاردی، ریاضی‌دان انگلیسی، به‌خوبی موضوع این مقاله را بررسی کرده است، و من اغلب از کتاب دفاعیهٔ او نقل قول می‌کنم (خواننده را برای تفسیری از کتاب هاردی به [۲] ارجاع می‌دهیم)، اثری که بیش از ۷۰ سال قبل نوشته شده است.[۱] ازآنجاکه مانند کوتوله‌هایی بر شانه‌های غول‌ها

۱. خوشبختانه ترجمهٔ شیوایی از این اثر به فارسی موجود است و ما ترجمه‌ها را با حفظ رسم‌الخط از آنجا نقل کرده‌ایم: هاردی، گادفری هاردی، دفاعیهٔ یک ریاضیدان، ترجمهٔ سیامک کاظمی، شرکت انتشارات و آموزش انقلاب اسلامی، ۱۳۷۳. ــ و.

شکل ۱. «ریاضی واقعیت را توصیف می‌کند»، این گفتهٔ رابی ویک جوان است در روایت دیزنی از روبرتو ویتّوری، فضانورد سازمان فضایی اروپا، در داستان «سه قدم تا ستاره‌ها» [۲۰].

نشسته‌ایم، امیدوارم بتوانم کمی جلوتر را ببینم و ایده‌هایی جدید در مورد این موضوع طرح کنم.

به‌بیان‌دقیق‌تر، می‌خواهم به بررسی مسئلهٔ مطرح‌شده در دو نقل‌قول بالا بپردازم: اغلب افراد آن‌قدر نادان نیستند که سودمندی ریاضیات را برای جامعه انکار کنند، اما سودمندی برای جامعه با سودمندی برای یک شخص، یکی نیست. از بخش بعد تا آخر با این سؤال مواجه‌ایم که آیا ریاضی برای من سودی دارد؟

برای دستیابی به هدفمان راهی طولانی و سخت پیش رو داریم. ابتدا باید بفهمیم ریاضی چه فایده‌ای دارد و چگونه از آن استفاده می‌شود (یا می‌توان کرد).

۳ چگونه از ریاضی در زمان جنگ استفاده می‌شود؟

ده، بیست، سی، چهل، پنجاه یا بیشتر
بارون سرخ[1] بی‌رحم داشت می‌گرفت امتیاز بیشتر
هشتاد مَرد جان دادند تا تمام کنند عیش او را
عیش آن بارون سرخ آلمانی را

«اسنوپی علیه بارون سرخ» (۱۹۶۶) ــ گروه رویال گاردسمِن

ریاضی در زمان جنگ همواره یک متحد قوی محسوب شده است. ارشمیدس از ریاضی (و فیزیک) به‌منظور ساخت آینه‌های سهموی برای آتش زدن کشتی‌های رومی استفاده کرد. از ریاضی برای محاسبهٔ مسیر شلیک توپ‌های جنگی استفاده شده است: پرتابه‌شناسی نوین توسط ریاضی‌دان

1. The red Baron

شکل ۲. جلد آلبوم «اسنوپی علیه بارون سرخ»

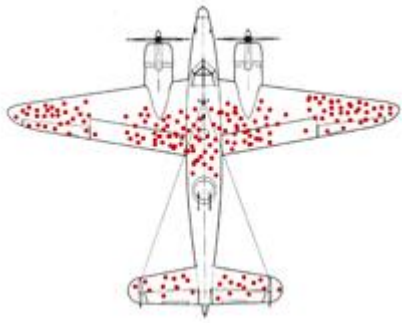
انگلیسی رابینز[1] پایه‌گذاری شد. او در سال ۱۷۴۲ اصول اخلاقی جدید اسلحه‌سازی را تدوین کرد؛ پیمان‌نامه‌ای که تا جنگ جهانی دوم استفاده می‌شد. ریاضی‌دانان همیشه به‌دلیل برخورداری از قابلیت‌های محاسباتی و منطقی برای جنگ ارزشمند بوده‌اند و در آن وارد شده‌اند. لیتل‌وود[2] ریاضی‌دان انگلیسی و دوست صمیمی و همکار هاردی، که پیش‌از این به او اشاره کردیم، در طول جنگ جهانی اول در توپ‌خانهٔ سلطنتی انگلستان خدمت می‌کرد.

تا جنگ جهانی اول ریاضیات مورد استفاده در زمان جنگ کاملاً ابتدایی بود، در حد هندسهٔ مقدماتی و فیزیک. در طول جنگ جهانی دوم ریاضیات نقشی اساسی ایفا کرد و بخش‌های مختلفی از ریاضیات در دستیابی به پیروزی مفید واقع شد. همهٔ شما حل معمای ماشین انیگما[3]، ابزار رمزنگاری نازی‌ها، توسط آلن تورینگ[4] و تأثیر به‌سزای آن بر پیروزی متفقین را شنیده‌اید. رمزنگاری و رمزگشایی هر دو بر پایهٔ درکی عمیق از ریاضی استوارند.

علاوه‌بر این، در تعیین تعداد تانک‌های ساخته شده توسط نازی‌ها نیز کمی از آمار استفاده شده است: مسئلهٔ تخمین ماکسیمم یک توزیع یکنواخت گسسته از طریق نمونه‌گیری بدون جای‌گذاری. به‌بیان‌ساده‌تر، فرض کنید تعداد نامعلومی از اشیاء داده شده باشد که پشت سر هم از ۱ تا N شماره‌گذاری شده‌اند. نمونه‌ای تصادفی از این اشیاء را می‌گیریم و شمارهٔ آن‌ها را می‌بینیم؛ مسئلهٔ ما تخمین N از روی این اعداد مشاهده‌شده است. این مسئله به‌دلیل اهمیت بالای آن برای متفقین مسئلهٔ تانک آلمانی نامیده شده است: آن‌ها می‌خواستند تنها با دانستن شمارهٔ سریال تعداد کمی تانک غنیمت‌گرفته‌شده تعداد تانک‌های آلمانی را تخمین بزنند.

اما شاید بهترین استفادهٔ ریاضی در زمان جنگ جهانی دوم را والت[5] انجام داد برای ارزیابی

1. Benjamin Robins 2. John Littlewood 3. Enigma 4. Alan Turing 5. Ábrahám Wald



شکل ۳. نواحی آسیب‌دیدهٔ هواپیماهایی که در جنگ جهانی دوم مورد اصابت گلوله قرار گرفته و به پایگاه بازگشته بودند. (عکس از: ویکی‌پدیا) کدام قسمت‌های هواپیماها نیازمند مقاوم‌سازی است؟

اینکه کدام قسمت‌های هواپیماها در برابر شلیک‌های دشمن نیاز به زرهی ضخیم‌تر دارند. شکل ۳ نشان‌دهندهٔ اطلاعات جمع‌آوری‌شده توسط ارتش ایالات متحده از هواپیماهای آسیب دیده است. براساس این اطلاعات، ارتش ایالات متحده نتیجه گرفت که قسمت‌هایی که بیشتر مورد اصابت گلوله قرار می‌گیرند نیازمند تقویت لایهٔ حفاظتی هستند. نتیجهٔ والت برعکس این بود: درواقع، قسمت‌هایی نیازمند زره ضخیم‌ترند که نقاط قرمز کمتری دارند زیرا نمونه برمبنای هواپیماهایی ساخته شده بود که از آتش دشمن جان سالم به در برده بودند. هواپیماهایی که سایر قسمت‌هایشان مورد هدف قرار گرفته بود به آشیانه بازنگشته بودند: آن‌ها ظاهراً سقوط کرده بودند، گویی بارون سرخ بی‌رحم به آن‌ها شلیک کرده بود. بنابراین بخش‌های نیازمند مقاوم‌سازی دقیقاً جاهایی بودند که وقتی به آن‌ها شلیک می‌شد هواپیما دیگر باز نمی‌گشت و آسیب‌های آن در آمار لحاظ نمی‌شد.

بدون تردید ریاضی هنگام جنگ سودمند است. این علم در زمان جنگ برای اهداف محاسباتی (و در این مورد فیزیک و علوم کامپیوتر را نیز اضافه می‌کنم) و نیز برای تفکر منطقی–ریاضی مورد استفاده می‌شود. همچنین شایان ذکر است که بیشتر مثال‌های گفته‌شده برای بیان سودمندی ریاضی در زمان جنگ مواقعی بوده است که متفقین از ریاضیات به‌خوبی استفاده کرده‌اند تا در برابر نازی‌ها پیروز شوند. گویی هنگام صحبت از کاربردهای ریاضی در دنیای واقعی سعی در پنهان کردن جنبه‌های تاریک این کاربردها داریم و حتی اگر در مورد ریاضی و جنگ سخن می‌گوییم تنها موقعیتی را بازگو می‌کنیم که در آن ریاضی سبب پیروزی متفقین در برابر نازی‌ها در جنگ جهانی دوم شده است، یعنی ریاضیِ زمانِ جنگ را همچون قهرمانی در یک فیلم کلاسیک جنگی نشان می‌دهیم. البته واقعیتْ با فیلم تفاوت زیادی دارد و در جنگْ ریاضی همان اندازه که سبب نجات مردم می‌شود موجب کشتن آن‌ها نیز می‌شود.

ریاضی چه سودی دارد؟
شک ندارم خواننده با خواندن عنوان این بخش بی‌درنگ نظرش این بوده است که ریاضی «سودمند» است و ذهنیتی هم از کاربرد ریاضی در زمان جنگ نداشته است که بسته به دیدگاه شما ممکن است سودمند یا خطرناک تعبیر شود. پس چرا چنین موضوعی را برای شروع این بخش انتخاب کردم؟ جواب را هاردی می‌دهد:

> یک بار گفته بودم «علمی را سودمند می‌گویند که رشد و پیشرفت آن در جهت تقویت نابرابریهای موجود در توزیع ثروت باشد، یا مستقیماً بر خرابی و تباهی زندگی بشر بیفزاید.»
>
> دفاعیهٔ یک ریاضیدان [۹] ــ جی. اچ. هاردی

این گفتهٔ به‌شدت بدبینانه را هاردی در سال ۱۹۱۵ گفته است، در روزگاری تلخ که امید کمی به آیندهٔ بشریت وجود داشت. باوجوداین، همان‌طور که هاردی گفته است «سودمندیِ» چیزی، به‌راستی، در خیلی از مواقع سبب تشدید نابرابری‌ها یا ایجاد جنگ‌ها می‌شود. ازاین‌رو معتقدم باید بحث سودمندیِ ریاضی را از جنبه‌های تاریک آن شروع کنیم نه اینکه آن‌ها را مخفی کنیم درحالی‌که به‌خوبی از وجودشان مطلع هستیم.

در پاسخ به اینکه آیا ریاضی سودمند است یا نه باید به این موضوع توجه داشته باشیم که ریاضی یک ابزار است و می‌تواند مانند بسیاری از ابزارها در راهی خردمندانه و عاقلانه یا در راهی پلید و مخرب به کار رود.

۴ ریاضی محض چگونه می‌تواند سودمند باشد؟

کاربردهای بی‌شماری[۱] از ریاضی در زندگی روزمره وجود دارد. با اینکه بیشتر مردم اغلب کاربردهایی از ریاضی را می‌شناسند که مبتنی‌بر ریاضی مقدماتی یا ریاضیاتی است که به‌وضوح برای کاربرد به وجود آمده است من مایلم چند مثال از ریاضی محض ارائه کنم که بعدها به ریاضی کاربردی تبدیل شده‌اند. همان‌طور که در فکاهی مصور غاز مرموز[۲] گفته می‌شد همهٔ ریاضیات در نهایت ریاضی کاربردی است (شکل ۴ را ببینید). اگر تصور می‌کنید که یک هالوی کارتونیِ اینترنتی خیلی مرجع خوبی نیست[۳] با گالیله همراه می‌شوم:

---

۱. این گفته به‌وضوح یک اغراق است زیرا در جهان واقعی هر چیزی نه‌تنها شمارا نیست که متناهی است. ۳. اشتباه می‌کنید، فکاهی‌های مصور همگی بخشی از فرهنگ محسوب می‌شوند و جایگاه خوبی نیز در این سری از نوشته‌ها دارند، برای مثال [۱] و [۱۴] را ببینید.

2. Abstruse Goose

شکل ۴. همهٔ ریاضی در نهایت ریاضی کاربردی است [۳].

> [کتاب طبیعت] به زبان ریاضیات نوشته شده است و شخصیت‌های آن مثلث‌ها، دایره‌ها، و دیگر اشکال هندسی هستند.
>
> عیارسنج ــ گالیلئو گالیله

محدودیت‌های ما در به کارگیری ریاضیات برای توصیف جهان تنها به دانش ما (دانش عمیق و درست) از آن[۱] برمی‌گردد. ما می‌توانیم دانشی را که داریم به‌صورت یک جعبهٔ ابزار تصور کنیم. به‌محض اینکه ابزاری در جعبه داشته باشیم می‌توانیم کاربردی برای آن بیابیم. هنگامی که ابزاری نداشته باشیم (یا حتی از وجود آن غافل باشیم) نمی‌توانیم کاربردی برای آن پیدا کنیم. به‌علاوه مجموعهٔ ابزارهای کلی و انتزاعی ریاضی دامنهٔ وسیعی از کاربردهای ممکن را دارند. درحقیقت آنچه نیاز است ایجاد (با انجام پژوهش هم در زمینهٔ محض و هم کاربردی) و تحویل این ابزارهای ریاضی به افرادی است که ممکن است به آن‌ها احتیاج داشته باشند.

بنابراین، در این بخش چند نمونه از کاربردهای ریاضی محض را در دنیای واقعی می‌آوریم.

۱.۴ نظریهٔ اعداد و رمزنگاری

غاز مرموز (شکل ۴) درست می‌گوید: اهمیتی ندارد که یک قسمت از ریاضیات تا چه اندازه محض

۱. منظور «ریاضی» است یا «جهان»؟ پاسخ این پرسش را به خواننده واگذار می‌کنم.

و دور از کاربرد باشد، تنها مسئله گذشت زمان است زیرا وقتی چیزی در جعبهٔ ابزارمان قرار گیرد، با گذشت زمان کاربرد آن پیدا خواهد شد.[۱]

۱.۱.۴ نظریهٔ اعداد

پس بهتر است با مثالی از نظریهٔ اعداد شروع کنم، رشتهٔ پژوهشی هاردی، که همواره به انجام پژوهش در این زمینهٔ محض و بدون هیچ کاربردی افتخار می‌کرد.

هاردی در کتاب دفاعیهٔ یک ریاضیدان [۹] از دیدگاه کاملاً شخصی به اینکه نظریهٔ اعداد شاخه‌ای به‌طور کامل محض (و بدون کاربرد) از ریاضیات است مباهات می‌کند. و البته کاملاً حق دارد! نظریهٔ اعداد به توزیع و خواص اعداد اول می‌پردازد و لذا موضوعی جذاب، قدیمی (اثبات نامتناهی‌بودن اعداد اول و غربال اراتستن به زمان یونان قدیم برمی‌گردد)، و پر از مسائل مقدماتی (برای مثال، حدس گلدباخ) است که به‌سادگی بیان و به‌سختی اثبات می‌شوند. این ویژگی سبب می‌شود که در طول قرن‌ها انبوهی از غیرحرفه‌ای‌ها برای حل حدس‌های دشوار در این زمینه تلاش کنند.[۲] از بین آن‌ها تعداد کمی موفق و اکثریت ناموفق بودند و حدس‌های به‌ظاهر سادهٔ زیادی همچنان لاینحل باقی مانده‌اند.

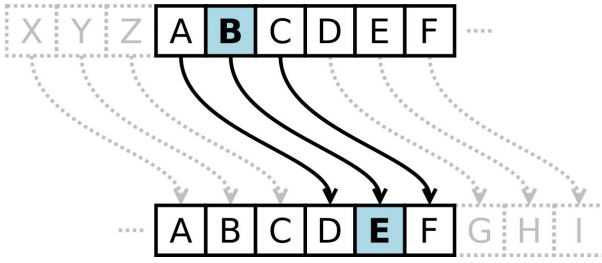
بنابراین نظریهٔ اعداد همواره جذابیت زیادی برای ریاضی‌دانان حرفه‌ای، غیرحرفه‌ای، و دستهٔ وسیعی از مخاطبان دارد. بااین‌حال هرگز کسی منکر وجود بخشی تماماً محض و انتزاعی از ریاضیات نبوده است که تنها متعلق به دنیای مفاهیم محض است و نه دنیای مادی. دست‌کم تا زمانی که عصر کامپیوتر شروع شد و برخی از قضیه‌های قدیمی فرما در نظریهٔ اعداد برای رمزنگاری سودمند واقع شدند که همین‌طور بود.

۲.۱.۴ رمزنگاری

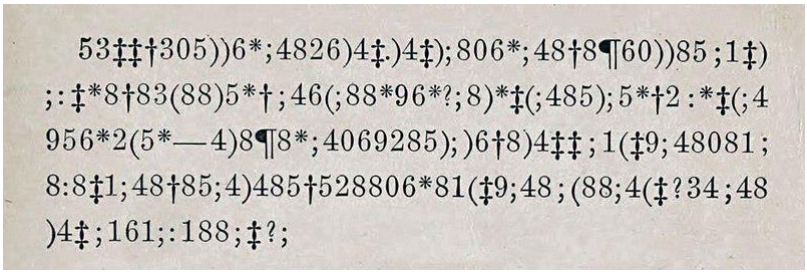
رمزنگاری موضوعی قدیمی است. فرستادن پیام‌های محرمانه در زمان جنگ همیشه از اهمیت حیاتی برخوردار بوده است (همان‌طور که در بخش ۳ بیان شد) و اولین استفاده از رمزنگاری به زمان ژولیوس سزار بر می‌گردد که پیام‌هایی را با جای‌گذاری هر حرف با حرفی در سه مکان بعدی آن در ترتیب الفبایی ارسال می‌کرد. برای خواندن پیام اصلی شخص می‌باید با حرکت در جهت عکس، هر

---

۱. یک اغراق دیگر: برخی قضیه‌ها برای اینکه مورد استفاده قرار بگیرند خیلی عجیب‌وغریب هستند . . . یا اینکه فعلاً خیلی عجیب‌وغریب هستند؟ یا شاید هم فقط به این دلیل که ما آن نتیجه را به‌خوبی درک نکرده‌ایم؟ ۲. و در بیشتر موارد این کار سبب سرخوردگی ریاضی‌دان حرفه‌ای در نظریهٔ اعداد می‌شود که دائماً «اثبات‌های» فلان حدس از طرف غیرحرفه‌ای‌ها به دستشان می‌رسد، برای مثال کتاب جالب [۲۱] را ببینید.



شکل ۵. روش رمزنگاری سزار: هر حرف را با حرف سه مکان بعدی آن در ترتیب الفبایی جایگزین کنید. (عکس از: ویکی‌پدیا)


53‡‡†305))6*;4826)4‡.)4‡);806*;48†8¶60))85;1‡)
;:‡*8†83(88)5*†;46(;88*96*?;8)*‡(;485);5*†2:*‡(;4
956*2(5*—4)8¶8*;4069285);)6†8)4‡‡;1(‡9;48081;
8:8‡1;48†85;4)485†528806*81(‡9;48;(88;4(‡?34;48
)4‡;161;:188;‡?;

شکل ۶. پیام رمزی در داستان سوسک طلایی اثر پو [۱۳]

حرف را با حرف سه مکان قبلِ آن در ترتیب الفبایی جایگزین می‌کرد.

البته این روش رمزنگاری چند اشکال دارد. نخست اینکه اگر شخصی بداند چطور یک پیام را به رمز درآورد می‌داند چطور آن را رمزگشایی کند. دوم اینکه انتقال‌های ممکن تنها یکی کمتر از تعداد حروف الفبا است (۰–انتقال به حساب نمی‌آید زیرا چیزی را رمزگذاری نمی‌کند) و این برای بررسی سریع دستی، و طبیعتاً رمزگشایی پیام، تعداد زیادی نیست. علاوه‌براین، حتی اگر در رمزگذاری به‌جای انتقال ساده از جایگشت استفاده شود، چنانچه پیام به اندازهٔ کافی طولانی باشد، یک تحلیل آماری ساده از فراوانی حروف ظاهر شده ممکن است به یک رمزگشایی ساده منجر شود (همان‌طور که در داستان کوتاه سوسک طلایی[1] نوشتهٔ ادگار آلن پو[2] این کار انجام شده است، شکل ۶ را ببینید). در نهایت، گیرنده و فرستنده هر دو باید کلیدهای رمزگذاری و رمزگشایی را برای داشتن یک ارتباط رمزی بدانند. چطور آن‌ها کلید را مبادله می‌کنند؟

در عصر کامپیوتر رمزگشایی پیام‌ها بسیار آسان‌تر شده است. هرچه کامپیوترها سریع‌تر باشند، روش‌های رمزنگاری بهتری به وجود می‌آید. شکست ماشین رمزگذاری نازی‌ها موسوم به «انیگما»

1. The Gold-Bug 2. Edgar Allan Poe

توسط گروهی بزرگ به رهبری آلن تورینگ نقطهٔ عطفی در جنگ جهانی دوم بود.

۳.۱.۴ نظریهٔ اعداد و رمزنگاری

از نظریهٔ اعداد برای حل یکی از بزرگ‌ترین مسائل رمزنگاری استفاده شده است. به‌عبارت‌دیگر، نظریهٔ اعداد روشی را ممکن می‌سازد که در آن کلید رمزگذاری به‌صورت عمومی و کلید رمزگشایی به‌صورت خصوصی باشد و ازاین‌رو هر شخصی می‌تواند پیام‌هایی را به گیرنده ارسال کند (برای مثال، رمزهای شما برای یک وب‌سایت یا رمز کارت اعتباری شما در بانک) بدون اینکه نگران رمزگشایی پیامش توسط شخص دیگری باشد. این کشفی بزرگ با کاربردهای جالب در دنیای رمزنگاری است.

به‌لحاظ نظری، شیوهٔ رمزنگاری RSA روشی ساده است. در این روش تنها لازم است اعداد اول متمایز p و q را در نظر بگیریم و اعداد $n = pq$ و $m = (p-۱)(q-۱)$ را محاسبه کنیم، سپس عدد a را طوری انتخاب کنیم که $(a, m) = ۱$ و عدد b را به‌گونه‌ای محاسبه کنیم که $ab \equiv ۱$ (به پیمانهٔ m).

دوتایی (n, a) کلید عمومی و در دسترس همه و عدد b کلید خصوصی و مخفی است. پیام به عدد $x < n$ ترجمه می‌شود و فرستندهٔ پیام رمزگذاری‌شدهٔ $y < n$ را ارسال می‌نماید که در آن $y \equiv x^a$ (به پیمانهٔ n). گیرنده به کمک قضیهٔ اویلر محاسبهٔ

$$y^b \equiv (x^a)^b = x^{ab} \equiv x \text{ (به پیمانهٔ } n)$$

را انجام می‌دهد و به‌این‌ترتیب فحوای پیام اصلی را می‌فهمد.

عملیات محاسبهٔ توان با تقریب یک دستهٔ هم‌نهشتی چندان زمان‌بر نیست و می‌تواند به‌سادگی توسط کامپیوتر انجام شود. بااین‌حال، از نظر زمان محاسبات، یافتن عامل‌های اول برای n کاری کاملاً متفاوت است. درواقع، امروزه همهٔ الگوریتم‌های تجزیه بسیار کند هستند. به‌بیان‌دقیق‌تر، تمامی الگوریتم‌های متداول برای تجزیهٔ عدد n به اعداد اول دارای پیچیدگی محاسباتی‌ای هستند (و درنتیجه زمان‌برند) و پیچیدگی آن‌ها به‌صورت نمایی با n رشد می‌کند، ازاین‌رو برای n به اندازهٔ کافی بزرگْ زمان محاسبهٔ تجزیهٔ n بسیار زیاد است. مسلماً هیچ تضمینی وجود ندارد که الگوریتم‌های متداول فعلی بهترین الگوریتم‌های ممکن‌اند.[۱] تازه همین ۱۵ سال پیش بود که الگوریتم جدیدی برای تشخیص اینکه آیا عدد n اول است یا نه کشف شد که پیچیدگی آن به‌صورت چندجمله‌ای برحسب

۱. اگر حدس P = NP درست باشد، یک الگوریتم با زمان اجرای چندجمله‌ای برای تجزیهٔ اعداد به عامل‌های اول وجود دارد.

n رشد می‌کرد. ممکن است یک الگوریتم جدید تجزیه پیدا شود و بتواند مقدار n مورد نیاز برای رمزگذاری ایمن را به‌شدت تغییر دهد، یا حتی شاید RSA را منسوخ و بی‌فایده کند.

البته هرقدر توان محاسباتی کامپیوترها بیشتر باشد اعداد اول p و qی بزرگ‌تری به دست می‌آید. امروزه طول کلید RSA به‌طور معمول ۱۲۸ بیت و برای کارهای فوق‌محرمانه ۲۵۶ بیت است.

۲.۴ پادتبدیل رادون–نیکودیم و بُرش‌نگاری محوری کامپیوتری [1]

مشاهدهٔ درون بدن شاید کاری دشوار باشد. بدن ما شفاف نیست و بریدن بدن فرد برای دیدن داخل آن نیز همیشه راه خوبی نیست. پرتونگاری با استفاده از اشعهٔ X به دیدن استخوان‌ها کمک می‌کند، اما قسمت‌های دیگر بدن برای اشعهٔ X شفاف است لذا ابزار خوبی برای معاینهٔ بخش‌های نرم بدن نیست.

علم پزشکی به دنبال ابزاری برای دیدن درون بدن بدون تکه‌تکه‌کردن آن بود. این ابزار فقط ظاهراً در دسترس نبود. درواقع، علم ریاضی روش‌هایی را برای تبدیل اطلاعات جزئی به کلی و برعکس ابداع کرده بود: تبدیل و پادتبدیل. انواع مختلفی از آن‌ها موجود است و پاسخ‌گوی نیازهای مختلف هستند، اما عملاً آنچه یک تبدیل انجام می‌دهد گرفتن یک تابع یا یک سری از اعداد به‌عنوان ورودی و بازگرداندن تابع یا یک سری دیگر از اعداد است؛ پادتبدیل نیز در جهت مخالف عمل می‌کند و وارون تبدیل محسوب می‌شود. معمولاً این ابزارها از محاسبات انتگرالی استفاده می‌کنند.

فرستادن اشعه به داخل بدن و تعیین میزان جذب آن‌ها فکر جدیدی نبود (این کار را با اشعه‌های X در پرتونگاری انجام داده بودند)، اما همین اوایل دههٔ هفتاد بود که یک فیزیک‌دان (به‌نام آلن کورمک[2]) و یک مهندس (به‌نام گادفری هاوسْفیلد[3]) فکر استفاده از تبدیل رادون–نیکودیم[4] و وارون آن را برای تعیین یک مدل سه‌بُعدی از درون بدن با استفاده از اطلاعات اشعه‌های جذب‌شده در جهت‌های مختلف مطرح کردند. این کاربرد ریاضی جایزهٔ نوبل پزشکی (در سال ۱۹۷۹) را برای این دو نفر به دنبال داشت و یک ابزار مهم برای تشخیص بیماری را در اختیار بیمارستان‌های سراسر جهان قرار داد.

در سال ۱۹۱۷ که تبدیل رادون–نیکودیم تعریف شد ابزاری کاملاً محض و «بی‌فایده» در ریاضیات پیشرفته بود. البته، در آن زمان کامپیوترها اختراع نشده بودند و کاربردهای عملی پادتبدیل

1. computed axial tomography (= سی‌تی‌اسکن) 2. Allan Cormack 3. Godfrey Housefield 4. Radon-Nikodym

رادون غیرقابل پیش‌بینی بود. اما همان‌طور که گفتیم همهٔ ریاضیات در نهایت ریاضیات کاربردی است. و شما هرگز نمی‌دانید علم شما چه موقع می‌تواند سودمند واقع شود. درهرحال، بیشتر دانستن بهتر از کمتر دانستن است.

۵ چرا سیاست‌مداران باید ریاضی بلد باشند؟

تمام موارد بالا سودمندی ریاضیات را برای ما در جایگاه یک گونه، یک جامعه نشان می‌دهند. البته شاید از خودمان بپرسیم آیا دانش ریاضی نباید محدود به ریاضی‌دانان، مهندسان، و افرادی شود که می‌توانند در کارهایشان از آن به سود کل جامعه استفاده کنند. چون به‌هرحال نیازی نیست مردم نحوهٔ ساخت یک پل، نحوهٔ عملکرد تلویزیون، یا چگونگی تعمیر یک موتور معیوب را بدانند. به‌همین‌دلیل از افرادی استفاده می‌کنیم که بدانند چطور این کارها را انجام دهند. پس چرا این موضوع در مورد ریاضیات باید فرق داشته باشد؟

در بخش زیر این سؤال را بررسی خواهیم کرد. ابتدا اجازه دهید به این فکر کنیم چرا سیاست‌مداران باید ریاضی بدانند؟

جهان نوین پر از داده‌ها و اعداد است. تصمیم‌گیری‌ها باید بر مبنای این اعداد و این داده‌ها انجام شود. اما تفسیر داده‌ها، همان‌طور که باید از مثال «سوگیری مبتنی‌بر موارد موفق»[1] (شکل ۳) روشن شده باشد، چندان واضح نیست. ناتوانی در تفسیر درست داده‌ها ممکن است منجر به فاجعه شود. درحقیقت آمار علمی دشوار است.

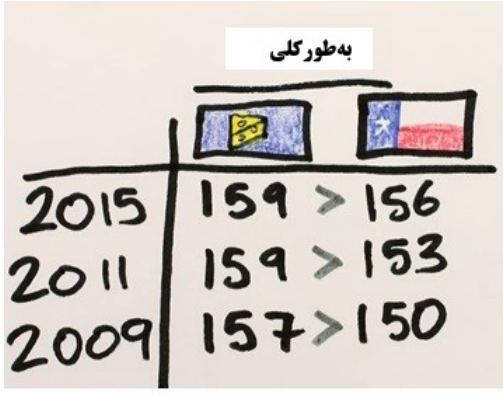
۱.۵ نظام آموزشی آمریکا، عوارض مرگ‌ومیر کووید ۱۹ و پارادوکسِ سیمپسون

سال‌ها دانشجویان ایالت ویسکانسین به‌طور مداوم از دانشجویان ایالت تگزاس در آزمون‌های استاندارد عملکردی بهتری داشتند (شکل ۷ را ببینید).

ممکن است شخصی این‌طور نتیجه بگیرد که نظام آموزش و پرورش ویسکانسین خیلی بهتر از نظام آموزش و پرورش تگزاس است و سیاست‌مداری که خواهان ارتقاء نظام آموزش و پرورش تگزاس است برای الگوبرداری از نظام آموزشی ویسکانسین وسوسهٔ شود. اما آیا این فکر درستی است؟

اطلاع از میانگین عملکرد تعداد زیادی از دانشجویان برای مدتی طولانی یک مدرک بسیار محکم برای تأیید این ادعا به نظر می‌رسد. اما داده‌های آماری آکنده از چیزهای غیرمنتظره هستند.

1. survivor's bias 1. Minutephysics

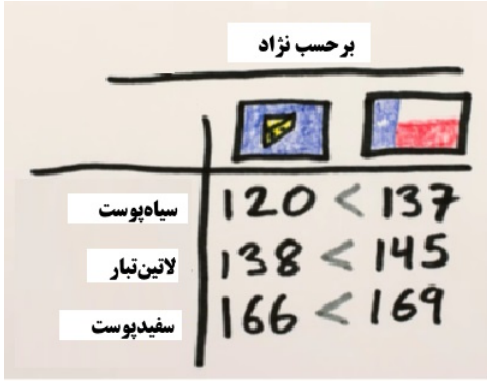


شکل ۷. نتایج کلی ایالت‌های تگزاس و ویسکانسین در آزمون‌های استانداردشده [۱۱]

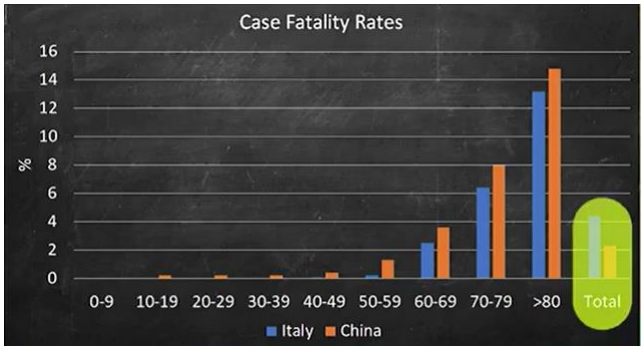
به‌بیان‌دیگر، اگر اطلاعات دانشجویان را به دو گروه نژادی متفاوت آمریکا تقسیم کنیم (و بدانیم گروه نژادی با ثروت در ارتباط است و ثروت هم عاملی مرتبط با سطح آموزش است) چیز شگفت‌آوری ظاهر می‌شود: دانشجویان سفیدپوست تگزاس بهتر از دانشجویان سفیدپوست ویسکانسین، دانشجویان سیاه‌پوست تگزاس بهتر از دانشجویان سیاه‌پوست ویسکانسین، و دانشجویان لاتین‌تبار تگزاس بهتر از دانشجویان لاتین‌تبار ویسکانسین آزمون داده‌اند (شکل ۸ را ببینید).

درواقع این‌طور به نظر می‌رسد که وقتی اطلاعات برحسب قوم و نژاد تفکیک می‌شود از داده‌ها چنین برمی‌آید که نظام آموزشی تگزاس عملکرد بهتری از ویسکانسین دارد. اما چطور ممکن است داده‌ها دو چیز متفاوت بگویند؟ اولین نکته این است که میانگین تعدادی از داده‌ها با میانگین میانگین‌ها برابر نیست؛ بلکه به این بستگی دارد که هریک از زیرگروه‌هایی که داده‌ها به آن‌ها تقسیم شده‌اند چه تعداد از داده‌ها را در بر دارد. جمعیت سفیدپوست‌های ویسکانسین از جمعیت تگزاس بیشتر است، بنابراین میانگین کل ویسکانسین خیلی بیشتر به میانگین سفیدپوستان (گروه نژادی که در آزمون عملکرد بهتری داشتند) متمایل است که بهتر از میانگین تگزاس است.

موقعیتی مشابه هنگام مقایسهٔ شمار مرگ‌ومیر در ایتالیا و چین با شروع همه‌گیری کووید ۱۹ رخ داده است. درحقیقت، مجموع تلفات بیماری در ایتالیا بیشتر از مجموع تلفات ویروس در چین بود، اما زمانی که افراد مبتلا به کرونا به گروه‌های سنی تقسیم شدند، مشخص شد میزان تلفات در هر گروه سنی در چین بیشتر از ایتالیا است (شکل ۹). در این حالت مسئله این است که افراد مسن مبتلا به کووید ۱۹ در ایتالیا بیشتر از چین بودند. کووید ۱۹ میزان مرگ‌ومیر بالاتری در بیماران مسن‌تر دارد لذا این موضوع تفاوت آشکار داده‌ها را توضیح می‌دهد.



شکل ۸. نتایج ایالت‌های ویسکانسین و تگزاس در آزمون‌های استانداردشده که برحسب نژاد تفکیک شده‌اند [۱۱].



شکل ۹. میزان مرگ‌ومیر چین و ایتالیا ناشی از بیماری کووید ۱۹ [۶]

پدیده‌ای را که در آن یک همبستگی مثبت در حالت کلی و یک همبستگی منفی در حالت تفکیک داده‌ها وجود دارد پارادوکسِ سیمپسون می‌نامند. پارادوکسِ سیمپسون یکی از مواردی است که سیاست‌مدار باید پیش‌از هر اقدام مبتنی‌بر داده‌ها از آن مطلع باشد.

اما درحقیقت مشکل عمیق‌تر از این حرف‌هاست. آیا به‌راستی مدارس ویسکانسین بهتر یا بدتر از تگزاس هستند؟ آیا روش دوم تعبیر داده‌ها درست است؟ اگر می‌گوییم همبستگی نژادی با ثروت (یا با سطح سواد والدین) و این مورد آخر هم با نتایج آزمون همبستگی دارد، چرا از گروه‌های نژادی استفاده می‌کنیم و به‌طور مستقیم از ثروت (یا سطح سواد والدین) برای تفسیر داده‌هایمان استفاده نمی‌کنیم؟ شاید یک نگرش سومی به داده‌ها نیاز باشد.

نکته این است: اگر باور داشته باشید داده‌ها عینی هستند و نیازی به تفسیرشان نیست و فقط

با یک نگاه دقیق قابل تحلیل‌اند، به احتمال قوی فریب داده‌ها را می‌خورید. اگر شما از آمار (و ریاضی) سر در بیاورید، احتمالاً کمتر فریب می‌خورید و پیش‌از هر اقدامی (که ممکن است در مسیر اشتباه باشد) نگاه دوم (یا حتی سومی) نسبت به داده‌ها اتخاذ خواهید کرد.

به همین دلیل است که سیاست‌مداران باید پایهٔ خوبی در ریاضی داشته باشند و بدانند چطور داده‌ها را تحلیل کنند. پیش‌از تصمیم‌گیری باید دست‌کم داده‌ها و اطلاعات درستی داشته باشید و در صورت امکان مفهوم داده‌ها را به‌درستی درک کنید.

۶ چطور سیاست‌مداران از ریاضی استفاده می‌کنند؟

ممکن است بگویید سیاست‌مداران برای اجتناب از چنین اشتباهاتی به‌راستی مجبور نیستند ریاضی بدانند و بفهمند، بلکه فقط لازم است مشاوران خوب و مسلطی به دانش ریاضی داشته باشند. درواقع آنان تعداد زیادی مشاور دارند و مشکل هم همین‌جاست.

نخست، همان‌طورکه مشاهده کردیم داده‌ها و اطلاعات به‌هیچ‌وجه «عینی و بی‌طرفانه» نیستند: داده‌ها باید تفسیر شوند و برای درک مضمون آن‌ها باید بررسی شوند، اما داده‌ها به‌سادگی در جهت طرف‌داری از تقریباً هر دیدگاه سیاسی انعطاف نشان می‌دهند. لذا، متأسفانه، اغلب مشاوران علمی سیاست‌مداران تلاش می‌کنند اطلاعات و داده‌ها را گلچین کنند یا اینکه داده‌ها را به‌نحوی مطرح کنند که جنبه‌ای علمی به آن دسته از افکار سیاسی بدهند که قصد القای آن‌ها را دارند. تازه این برای وقتی است که داده‌ها یک‌باره ساخته نشوند. اما در موارد دیگر نیز تقلب بیش از حد لازم نیست: بیان داده‌ها با کلماتی متفاوت و از دیدگاهی متفاوت می‌تواند منجر به نتیجه‌ای متفاوت شود. این را هم باید در نظر داشته باشیم که سیاست‌مداران اغلب یک گروه مشاور ماهر دارند که تنها هدف آن‌ها یافتن بهترین شیوهٔ عرضهٔ داده‌ها است.

ابزار جدید و جالب دیگری از ریاضی (یا علوم کامپیوتر) را که اغلب مورد استفادهٔ سیاست‌مداران قرار می‌گیرد داده‌های کلان مهیا می‌کنند: «تحلیل احساسات»[1] و «موضوعات پرطرف‌دار»[2] که در ارتباطات سیاسی مهم‌اند. در زمانهٔ ما حجم باورنکردنی داده مرتبط با تقریباً هر شخصی از منابع مختلفی وجود دارد: کارت‌های اعتباری، نوشته‌ها یا نظرات در شبکه‌های اجتماعی، موقعیت جی‌پی‌اس، عادات خرید (هم به‌صورت فیزیکی و هم برخط)، استفاده از اینترنت و غیره. ریاضیات داده‌های کلان می‌تواند الگویی از این حجم انبوه داده‌ها استخراج کند. این‌گونه است که تلفن همراه

1. sentiment analysis 2. trending topics

شما می‌تواند سریع‌ترین مسیر بازگشت به خانه یا مکان خرید کتابی که قصد خواندن آن را دارید یا هر چیز مورد نیاز شما را پیدا کند. این کار می‌تواند سودمند باشد، اما البته تمام این اطلاعات می‌توانند برای به دست آوردن سودهای کلان نیز استفاده شوند (و می‌شوند!).

سیاست‌مداران به‌موقع از داغ‌ترین مباحث (موضوع‌های پرطرف‌دار) و طرز فکر مردم در مورد آن مباحث (تحلیل احساسات) مطلع می‌شوند و لذا آماده‌اند با طرح اندیشه‌های جالب در مورد موضوع‌های داغ به‌اصطلاح موج‌سواری کنند. تقریباً اهمیتی ندارد که آیا نظرات گفته‌شده ارتباط معناداری با نظرات دیگر دارند یا نه، آنچه اهمیت دارد ارائهٔ نظر در مورد موضوع‌های داغ روز، در میان گذاشتن آن‌ها، و دیده‌شدنشان توسط بیشترین تعداد ممکن از مردم است. به‌این‌ترتیب هنگام انتخابات مردم نام شما را خواهند شناخت و شانس بیشتری برای انتخاب‌شدن خواهید داشت، درنتیجه رأی بیشتری می‌آورید. این لُبّ کلام بازاریابی است که در علوم سیاسی به کار گرفته شده است. چندان درست نیست اگر تصور می‌کنید سیاست باید به حل مشکلات جامعه بپردازد. به‌هرحال سیاست این است و کلی ریاضیات در پشت آن وجود دارد.

۱.۶ پارادوکس انتخاب

پس، بزرگ‌ترین وظیفهٔ سیاست‌مداران رأی‌آوردن در انتخابات است (حتی اگر واقعاً علاقه‌مند به انجام کارهایی به نفع جامعه باشند، برای انجام آن لازم است رأی بیاورند). افسوس، نتیجهٔ انتخابات از آنچه که مورد نظر رأی‌دهندگان است فاصله دارد و نظام انتخاباتی تأثیر قاطع بر نتیجه دارد. دقیقاً به همین دلیل است که سیاست‌مداران وقت زیادی را برای بحث در مورد نظام‌های انتخاباتی صرف می‌کنند. این بخش عمدتاً بر مبنای [۱۸] است، با موضوع پارادوکس‌های ریاضی در امر انتخابات. برای جزئیات بیشتر خواننده را به آن مقاله ارجاع می‌دهم. بدبختانه، هیچ نظام انتخاباتی‌ای بی‌نقص نیست. در سال ۱۹۵۱، یک اقتصاددان به‌نام کِنِت اِرو[1] یک تعریف کلی از نظام انتخاباتی مطرح کرد. به نظر او نظام انتخاباتی تابعی است (که او آن را «تابع انتخاب اجتماعی» نامید) از مجموعهٔ اولویت‌های فردی از میان گزینه‌های رأی‌دهندگان به یک اولویت واحد از یک گروه اجتماعی که در آن منظور از «اولویت» یک ترتیب کلی روی گزینه‌ها است [۵]. ارو سه ویژگی مطلوب برای تابع انتخاب اجتماعی تعریف کرد:

(۱) (استقلال رأی‌دهندگان) تابع انتخاب اجتماعی تابعی پوشاست، یعنی اگر رأی‌دهندگان در مورد نتیجه‌ای مطلوب توافق داشته باشند، می‌توانند رأی دهند (اولویت‌های فردی خود را

1. Kenneth Arrow

انتخاب کنند) تا آن نتیجه به دست آید؛

(۲) (همبستگی مثبت) اگر در موقعیتی خاص تابع انتخاب اجتماعی مثلاً x بهتر از y باشد، در هر موقعیت دیگری تنها تغییر صورت گرفته در اولویت رأی‌دهندگان کسب رتبهٔ بالاتری برای x باشد، همچنان x از y بهتر باشد؛

(۳) (ناوردایی تحت گزینه‌های نامرتبط) موقعیت نسبی x و y براساس تابع انتخاب اجتماعی تنها بر موقعیت‌های نسبی x و y برای هر رأی‌دهنده وابسته باشد و به گزینهٔ سومی مانند z وابسته نباشد.

ارو نشان داد که اگر حداقل سه گزینه برای انتخاب وجود داشته باشد، تنها توابع انتخاب اجتماعی که در سه اصل بالا صدق می‌کنند دیکتاتوری‌ها هستند: تابع انتخاب اجتماعی صرفاً یک تصویر روی یکی از عوامل است، یا به‌بیان‌دیگر «ارادهٔ» مردم، «ارادهٔ» یک شخص خاص یا همان دیکتاتور است (شکل ۱۰ را ببینید).

شکل ۱۰. تنها انتخابی که در اصول ارو صدق می‌کند دیکتاتوری است [۱۲].

درواقع این قضیه به این مفهوم است که اگر بیش از دو گزینه مجاز باشد چنانچه بخواهیم دیکتاتور نداشته باشیم باید نظام انتخاباتی ما در یکی از ویژگی‌های فوق صدق نکند. نظام‌های انتخاباتی معمولاً در اصل (۳) صدق نمی‌کنند و نتیجهٔ انتخابات می‌تواند با حضور یا عدم حضور نیروهای سیاسی کاملاً نامرتبط تغییر یابد.

سیاست‌مداران (یا مشاوران آن‌ها) به‌خوبی از این واقعیت آگاه‌اند و این‌گونه است که تمام نزاع‌ها بر سر اینکه آیا برخی احزاب کوچکِ کم‌اهمیت باید اجازهٔ شرکت در انتخابات داشته باشند یا نه معنادار می‌شود.

قضیهٔ ارو بر پارادوکس کوندورسه[1] استوار است، یعنی موقعیت‌هایی که در آن سه گزینهٔ C-B-A را داشته باشیم و مشابه بازی سنگ–کاغذ–قیچی A در مقابل B برنده می‌شود، B در مقابل C برنده می‌شود، و C در مقابل A برنده می‌شود.

شاید از قضیهٔ ارو چنین بر آید که یک نظام با تنها دو گزینه برای انتخاب بهترین است. کارآمدترین نظام انتخاباتی که سیاست‌مداران را وادار می‌کند تنها در دو حزب اصلی باشند، البته داشتن نظامی با فقط دو گزینه و یک راه فرار از پارادوکس ارو، یک نظام یک‌حوزه یک‌صندلی است، که در اینجا حزبی که بیشترین رأی را در آن حوزه به دست آورد صندلی مورد نظر را تصاحب می‌کند و سایر رأی‌ها برای احزاب دیگر بی‌معنی می‌شوند.

بدبختانه، نظام یک‌حوزه یک‌صندلی ضعفی بزرگ دارد: نتیجهٔ انتخابات به‌شدت وابسته به شکل حوزه‌های رأی‌گیری است و حزبی که قدرت بیشتری در تصمیم‌گیری شکل حوزه‌ها داشته باشد می‌تواند در یک رقابت ۱ به ۱ با اندکی بیشتر از ۲۵٪ رأی‌ها برندهٔ انتخابات شود. این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که اگر حزبی ۰٪ تا ۱۰۰٪ را در اندکی کمتر از نصف حوزه‌ها از دست بدهد و با اختلاف ناچیز حتی یک رأی در ۵۰٪ سایر حوزه‌ها پیروز شود، برندهٔ انتخابات است. البته داشتن اطلاعات کامل دربارهٔ رأی‌ها ناممکن است، اما تجزیه‌وتحلیل داده‌های کلان اطلاعات خوبی در مورد نیّات رأی دادن به احزاب می‌دهد، بنابراین امکان یک پیروزی راحت را با وجود تمایل شدید رأی‌دهندگان به حزب دیگر فراهم می‌کند.

این هنر طراحی دقیق حوزه‌های انتخاباتی به‌منظور پیروزی در انتخابات را به افتخار حوزهٔ سمندری‌شکل طراحی‌شده توسط فرماندار اِلبریج گِری[2] برای برنده شدن در یک انتخابات (شکل ۱۱ را ببینید) کژحوزه‌بندی[3] می‌نامند. این روش همچنان در ایالات متحده استفاده می‌شود و هر دو حزب از آن بهره می‌برند و حوزه‌های انتخاباتی با شکل‌های عجیب‌وغریب نیز به‌هیچ‌وجه نادر نیستند. پژوهش‌های ریاضی در زمینهٔ کژحوزه‌بندی بسیار فعال است، تا به محدودسازی کژحوزه‌بندی از طریق یافتن تقسیم‌بندی عادلانهٔ حوزه‌ها و هم با ارائهٔ معیارهایی برای کشف اینکه آیا تقلبی از طریق کژحوزه‌بندی صورت گرفته یا اینکه تقسیم‌بندی منصفانه است کمک کند. برای این مسئله دو رویکرد اصلی وجود دارد: اولی، رویکردی تحلیلی با استفاده از فنون هم‌محیطی‌نما[4] است و دیگری رویکردی مبتنی‌بر هندسهٔ گسسته است که از گراف‌های وزن‌دار استفاده می‌کند. من رویکردی از نوع دوم را در [۱۷] مطرح کرده‌ام.

1. Condorcet 2. Elbridge Gerry 3. gerrymandering 4. isoperimetric-like

شکل ۱۱. این نقاشی فکاهی، که حوزهٔ سمندری‌شکل را نشان می‌دهد، در سال ۱۸۱۲ در روزنامهٔ سنتینل بوستون برای دست انداختن فرماندار گِری چاپ شده بود. (عکس از: ویکی‌پدیا)

به این دلایل است که معمولاً تغییر قوانین یک انتخابات (یا شکل حوزه‌های انتخاباتی) در نزدیکی زمان برگزاری انتخابات ممنوع است. البته خُب این مقررات به‌طور کامل نمی‌توانند مانع استفادهٔ سیاست‌مداران از ریاضیات در جهت منافع شخصی‌شان شود.

۷ آیا ریاضیات برای من سودی دارد؟

اینک به موضوع اصلی این مقاله می‌پردازیم: ریاضیات چه سودی برای من دارد؟ چرا باید ریاضیات بیاموزم؟ آیا نمی‌شود برای بهره‌مندی جامعه از ریاضیات فقط تعداد کمی از افراد ریاضیات بلد باشند؟

شنیده‌ام که وقتی کودکی به‌تنهایی خواندن را یاد می‌گیرد، دیگر نیازی به دیگران ندارد تا برایش چیزی را بخوانند و می‌تواند بدون اتکا به دیگران نوشته‌های اطراف را بخواند. ریاضیات ابزاری قدرتمند برای درک جهان است و دانستن ریاضیات به شما این توانایی را می‌دهد که پیچیدگی‌های جهان را مستقلاً تحلیل کنید، بدون اینکه برای انجام این کار کورکورانه به دیگران اتکا کنید.

دقت کنید! من به‌هیچ‌وجه نمی‌گویم که نباید به دیگران یا جامعهٔ علمی اعتماد کرد، اصلاً این‌طور نیست! حرفم این است که توانایی مستقل انجام محاسبات ریاضی ــ یا حتی بهتر ــ توانایی بیان ریاضی یک مسئله و بررسی آن از دید ریاضی همیشه فکر خوبی است نه‌تنها برای یافتن پاسخ

درست مسئله، بلکه برای فهمیدن اینکه چه کسی قصد دارد شما را فریب دهد و اینکه به چه کسی باید اعتماد کنید.

بنابراین، نخستین پاسخ این سؤال این است که هرچه بیشتر بدانید، این احتمال کمتر می‌شود که فریب بخورید از افرادی که می‌خواهند به مقاصد خود برسند، از سیاست‌مداران یا کسانی که قصد دارند افکارشان را به شما تحمیل کنند، یا حتی از استدلال‌هایی که فقط در نگاه اول منطقی به نظر می‌رسند. دانستن ریاضیات، یا حتی بهتر، داشتن تفکر ریاضی برای هر فردی ضروری است.

البته مشکل این است که توانایی درست اندیشیدن و پیش‌بینی آینده به‌تنهایی کافی نیست اگر اکثریت جامعه این توانایی را نداشته باشند و به‌راحتی به رفتارهای غیرمنطقی ترغیب شوند. این گفته همیشه صادق است اما در مواقعی که اقدام سریع و درست کلید جلوگیری از فاجعه است اهمیت بیشتری نیز پیدا می‌کند.

در اکتبر سال ۲۰۲۰، در نشست اتحادیهٔ اروپا، صدراعظم آلمان آنگلا مرکل گفت: «وقتی به این مرحله می‌رسیم، تعطیلی تنها انتخاب ممکن است: ما باید زودتر از این کاری می‌کردیم، اما مردم به‌سختی موضوع را درک می‌کردند. آن‌ها باید تخت‌های پر بیمارستان‌ها را می‌دیدند . . .». آنگلا مرکل دکترای شیمی‌فیزیک داشت و به‌خوبی می‌دانست که چه اتفاقی در حال رخ دادن است. او حتی چند ماه قبل از این سخنرانی توضیحات بسیار خوبی دربارهٔ معنای شاخص R_t در یک بیماری همه‌گیر داده بود. اما این کافی نبود. او آگاه بود، او قدرتمند بود، اما بااین‌حال نمی‌توانست بدون آگاهی کامل شهروندانش نسبت به آنچه در حال وقوع بود اقدام کند. او وضع ناخوشایندی داشت که از یک طرف می‌توانست پر شدن تخت‌های بیمارستان‌ها را و افزایش تعداد مرگ‌ومیر را پیش‌بینی کند ولی از طرف دیگر نمی‌توانست اقدام عاجلی انجام دهد.

عواقب پایین بودن سطح سواد ریاضی عامهٔ مردم هولناک است: مرگ‌ومیر بیشتر، فشار بیشتر بر سیستم بهداشت، عواقب اقتصادی بیشتر، و غیره. برای جلوگیری از این اتفاقات در آینده (افسوس که صدمات کنونی قابل جبران نیست) نیاز به سواد ریاضی در سطح کلان جامعه است. ریاضیات به شما این توانایی را می‌دهد که ببینید رشد نمایی یک بیماری همه‌گیر به معنای پر شدن تخت‌های بیمارستان است، پس به‌موقع اقدام کنید تا از پر شدن آن‌ها جلوگیری شود.

اگر مردم مسئله را به‌روشنی درک نکنند، هر اقدام لازم برای حل مسئله، چیزی می‌شود که مردم دربارهٔ آن خواهند گفت: «هیچ اتفاقی نیفتاد! اصلاً جای نگرانی نداشت! نباید این کار را می‌کردیم.»

بنابراین، ریاضیات نه‌تنها ابزارهایی برای درک، تحلیل جهان اطراف، و جلوگیری از فریب

خوردن در اختیار شما می‌گذارد، بلکه برخورداری از دانش فراگیر در ریاضیات منفعتی عظیم برای کل جامعه به بار می‌آورد.

۸ آیا سودمندی ریاضیات برای فراگیران آن مهم است؟

امیدوارم این مسئله را روشن کرده باشم که ریاضیات برای همه و جامعه به‌طورکلی سودمند است. بااین‌حال، اینکه چیزی برای کسی سودمند باشد دقیقاً به این معنا نیست که او علاقه‌مند به یادگیری آن خواهد بود، به‌ویژه زمانی که سروکار ما با کودکان یا نوجوانان است. نشان دادن سودمندی یک موضوع ممکن است برخی از دانش‌آموزان را به یادگیری آن علاقه‌مند کند، اما اکثر آن‌ها احتمالاً به‌شدت احساس بی‌حوصلگی خواهند کرد.

اینک از پُل لاکهارت[۱] نقل‌قول می‌کنم که سالویاتی‌اش را مستقیماً به اصل مطلب می‌برد.[۲]

> شاید این درست باشد که اگر بخواهید فرم آموزشگاه رانندگی را پر کنید، باید توانایی خواندن داشته باشید، ولی ما خواندن را برای چنین هدفی به بچه‌ها یاد نمی‌دهیم. ما برای هدفی والاتر به بچه‌ها خواندن می‌آموزیم، اینکه بتوانند به اندیشه‌های زیبا و ارزشمند دسترسی پیدا کنند. اینکه برای آموزش خواندن به دانش‌آموزان پایه‌سومی، آن‌ها را مجبور کنیم حوالهٔ خرید یا اظهارنامهٔ مالیاتی پر کنند،نه‌تنها بی‌رحمانه است، بلکه کارایی هم ندارد. ما به این دلیل چیزی را یاد می‌گیریم که هم‌اکنون برایمان جالب است، نه به این دلیل که ممکن است بعداً برایمان سودمند باشد. اما این دقیقاً همان کاری است که ما از بچه‌ها می‌خواهیم تا با ریاضی بکنند.
>
> مرثیهٔ یک ریاضیدان [۱۰] ــ پُل لاکهارت

خوشبختانه، ریاضی پر از مفاهیم و نظریه‌های جالب است! هرگز نباید این موضوع را فراموش کنیم، و در تلاش برای جذب دانشجو یا دانش‌آموز نباید موضوع «سودمندی» دستاویز ما باشد. ریاضیات نه به‌خاطر سودمندی بلکه به‌دلیل سرگرم کننده بودن آن به وجود آمد. ریاضی سرشار از

---

۲. سالویاتی و سیمپلیچیو شخصیت‌هایی در کتاب محاوره دربارهٔ دو منظومهٔ بزرگ جهان اثر گالیله هستند که در سال ۱۶۳۲ منتشر شده است. در کتاب لاکهارت نیز این دو شخصیت در باب ریاضیات با هم گفت‌وگو می‌کنند. نظرات نویسنده از زبان سالویانی گفته می‌شود. این کتاب توسط روح‌الله مفید به فارسی ترجمه شده است و انتشارات فاطمی آن را منتشر کرده است. ــ و.

1. Paul Lockhart

مسائل جالب است که می‌تواند در اختیار کودکان و بزرگسالان در سنین و با سطح دانش مختلف قرار گیرد و آن‌ها را جذب ریاضیات کند. مثالی به‌منظور تکمیل بحث ارائه خواهم کرد، اما مثال‌های بیشتر را می‌توانید با خواندن کتاب لاکهارت [۱۰] بیابید.

چندجمله‌ای‌های درجهٔ دوم دانش‌آموزان همیشه هنگام مطالعهٔ چندجمله‌ای‌های درجهٔ دوم با فهرستی بزرگ از نامگان (چندجمله‌ای محض، چندجمله‌ای ساختگی، . . .) و یک سری توصیه برای حل معادله‌های چندجمله‌ای خاص مواجه می‌شوند، و بعداز آن تمرین‌های زیادی به آن‌ها داده می‌شود تا آن روش را تمرین کنند. بعداز این کار، فرمول کلی زیر به آن‌ها داده می‌شود

$$ax^۲ + bx + c = ۰ \quad \Longleftrightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a}$$

(شاید هم با یک فرمول دیگر برای وقتی که b زوج است) و سپس دور جدیدی از تمرین‌های زبان‌بسته که مشابه هم هستند؛ چه کار کسالت‌آوری!

منظور من این است که من می‌دانم همهٔ این انواع مختلف معادله‌ها در طول تاریخ ریاضیات حل شده‌اند (و نام‌های جالبی برای آن‌ها گذاشته‌اند)، اما موضوع ریاضی جانورشناسی یا اسامی جالب نیست: هدف ریاضی تلاش برای یافتن راهی است که به حل مسائل منجر شود. این راه لزوماً هوشمندانه‌ترین و کوتاه‌ترین راه نیست و به‌هیچ‌وجه هم آنی نیست.

یک راه دیگر برای آموزش این است که از مسئله‌ها شروع کنیم: به دانش‌آموزان چند مسئله بدهید که پس‌از صورت‌بندی ریاضی آن‌ها، به حل یک چندجمله‌ای درجهٔ دوم منجر شوند. برخی از مسائل باید به‌سادگی قابل‌حل باشند (یعنی منجر به معادله‌ای به‌صورت $x^۲ = d$ یا $x^۲ + bx = ۰$ شوند)، برخی دیگر باید به معادله‌ای کامل بدون هیچ جملهٔ صفری منجر شوند. دانش‌آموزان خودشان چگونگی حل مسائل ساده‌تر را پیدا خواهند کرد و شاید حتی برای حل مسائل دشوارتر هم تلاش کنند. با راهنمایی معلم و کار گروهی ممکن است خودشان فرمول را (شاید با مربع کامل کردن) از نو کشف کنند و آن را به گروه‌های دیگر یاد بدهند. کشفی که دانش‌آموزان ضمن تلاش برای حل یک مسئله می‌کنند و درک عملی دشواری یک مسئله و حس شادی ناشی از حل آن چیزی به دانش‌آموزان خواهد بخشید که بسیار بیشتر از استفادهٔ کورکورانه از یک فرمول است. این کار، مهم‌تر از همه، به آن‌ها حس ریاضی‌ورزی را خواهد بخشید.

بعد از این کار گروهی، بسیار خوب است که معلم جمع‌بندی خوبی داشته باشد تا به همهٔ مطالبی (که دانش‌آموزان گفته‌اند) ترتیبی بدهد. با انجام این کار، احتمالاً تعداد بیشتری از دانش‌آموزان فرمول

را به خاطر خواهند سپرد، اما مهم‌تر از همهٔ این‌ها این است که دانش‌آموزان درصورت‌نیاز بلدند چطور دوباره فرمول را به دست آورند.

پس . . . آیا سودمندی ریاضیات برای فراگیران آن مهم است؟
به نظر من این موضوع در یادگیری داوطلبانهٔ ریاضی بسیار کم اهمیت است، ازاین‌رو معلمان و مروجان ریاضی به‌جای توجه بیش از حد بر کاربردها و سودمندی این علم باید بر لذت‌بخشی و چالش‌های انجام آن تمرکز کنند، زیرا کاربردها و سودمندی اغلب آنی نیستند.

۹ آیا ترویج ریاضی سودمند است؟: دفاعیهٔ یک مروج ریاضی

در پایان این بخش مایلم از ترویج ریاضی دفاع کنم. هاردی برای این کار کلمات بسیار تندی به کار برده است و احساس می‌کنم اکثر همکارانم با او موافق‌اند: وقت صرف‌شده برای ترویج ریاضی همان وقتی است که از ریاضی‌ورزی واقعی کسر شده است و شاید شما تنها به این دلیل به انجام این فعالیت می‌پردازید که به اندازهٔ کافی بلد نیستید به ریاضیات واقعی بپردازید.

> پس اگر به جای اینکه مطلب ریاضی بنویسم، «دربارهٔ» ریاضی می‌نویسم، نوعی اقرار به ضعف است، که به خاطر آن ممکن است مورد تحقیر و ترحمِ برحقِ ریاضیدانان جوان و فعال قرار بگیرم. من دربارهٔ ریاضیات می‌نویسم، زیرا مثل هر ریاضیدانی که شصت سالگی را پشت سرگذاشته، دیگر آن طراوت ذهن، انرژی، یا حوصله را ندارم که کار اصلی خود را به شایستگی انجام دهم.
>
> دفاعیهٔ یک ریاضیدان [۹] ــ جی. اچ. هاردی

برای همکارانم متأسفم، زیراکه اگر این دیدگاه نسبت به ترویج یا بُعد اجتماعی ریاضی در دههٔ چهل قرن گذشته پذیرفته بود امروز دیگر چنین نیست. برای دیدن مقاله‌ای مفصل‌تر و گویاتر در مورد این موضوع، خواننده را به [۷] ارجاع می‌دهم.

چندتن از ریاضی‌دان‌های برجسته به‌طور جدی وارد موضوع نقش اجتماعی ریاضی شده‌اند (فقط دو نفر را نام ببرم، سدریک ویلّانی[1] و آلسّیو فیگالّی[2]، برندگان مدال فیلدز). علاوه‌براین، در سال ۲۰۱۱ در منشور اروپا برای پژوهشگران [۸] به‌وضوح آمده است که دانشمندان باید مستقیماً

1. Cedric Villani 2. Alessio Figalli

پژوهش‌هایشان را با طیف وسیعی از مردم در میان بگذارند تا ایجاد ذهنیت علمی تسهیل شود.

> پژوهشگران باید اطمینان حاصل کنند که فعالیت‌های پژوهشی آن‌ها به‌طور گسترده و قابل‌فهمی برای افراد غیرمتخصص جامعه معرفی می‌شود، و با این کار درک عمومی از علم بهبود می‌یابد. تعامل مستقیم با عموم مردم به پژوهشگران کمک خواهد کرد تا اولویت‌های علم و فنّاوری جامعه و همچنین دغدغه‌های عمومی را بهتر دریابند.
>
> منشور اروپا برای پژوهشگران [۸]

دلیل این امر دقیقاً همان چیزی است که ما سعی کردیم در این بخش مطرح و پیشنهاد کنیم: ذهنی علمی به‌طورکلی برای رفاه جامعه ضروری است، و با توجه به سازوکار جوامع دموکرات امروزی این نیاز کل جامعه است و نه‌فقط چند نفر روشنفکر که جزو طبقهٔ حاکم هستند.

تصوری که بسیاری از پژوهشگران از خودشان و کارشان دارند این است که آن‌ها برای جامعه ضروری هستند (که نکتهٔ درستی است) و نیازی ندارند به جامعه توضیح دهند چرا ضروری هستند (که البته نادرست است). در ذهن پژوهشگران این دیدگاه عمیقاً جا گرفته است که در پژوهشْ مهم انجام پژوهش است و نه در معرض عموم قرار دادن آن. اما این دیدگاه نادرست است به این اعتبار که جامعه باید آگاهی یابد که سرمایه‌گذاری (صرف پول، زمان، و نیروی انسانی) در پژوهش، چه کاربردی و چه محض، لازم است. و این امر زمانی مصداق بیشتری پیدا می‌کند که در مورد موضوعی ذاتاً انتزاعی مانند ریاضیات سخن می‌گوییم که تأثیرات عملی آن نه آنی است و نه مشهود.

من احساس یأس شما را به‌خوبی می‌فهمم وقتی به کسی می‌گویید ریاضی‌دان هستید یا ریاضی تدریس می‌کنید و پاسخی که می‌شنوید چیزی است که در فکاهی مصور مجلهٔ SMBC[2] در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

بیشتر اوقات شما حالت تدافعی به خود می‌گیرید و نمی‌توانید زیبایی‌های ریاضیات را به طرف مقابل منتقل کنید، و اگر خسته هم باشید، حتی وارد بحث هم نمی‌شوید. گاهی اوقات هم افراد اظهار می‌دارند که می‌دانند ریاضی سودمند است، اما نه برای آن‌ها/ریاضی را نمی‌فهمند/ اهل ریاضیات نیستند (حرف‌هایی از این دست).

ارتباط برقرار کردن با جامعه کار دشواری است. و جامعه عمدتاً مرکب از افرادی نیست که با میل و اختیار خود به سمت یک رویداد ترویج علم (یا ریاضی) بروند: چه بخواهید چه نخواهید،

2. *Saturday Morning Breakfast Cereal*

شکل ۱۲. فکاهی مصور مجلهٔ SMBC دربارهٔ شناخت مردم از ریاضی [۱۹]

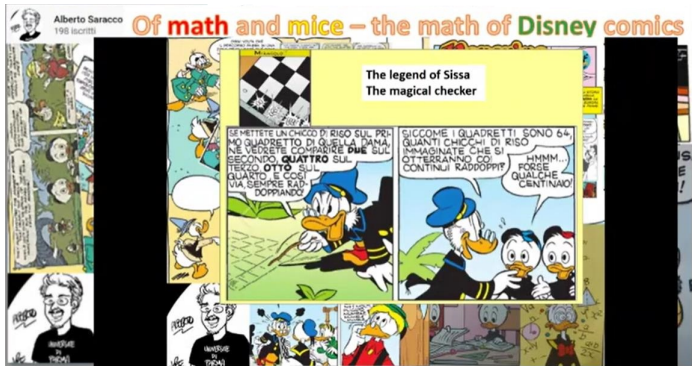
جامعه عمدتاً مرکب از افرادی است که رابطه‌ای مخدوش با ریاضی دارند و به رویدادی که در آن از ریاضی صحبت شود نخواهند آمد.

بخشی از مسئله آن است که هیچ‌کس اصلاً نمی‌داند ریاضی‌دانان چه می‌کنند.

مرثیهٔ یک ریاضیدان [۱۰] ــ پُل لاکهارت

ریاضی‌ورزی فعالیتی کاملاً شبیه به کار هنرمند یا نویسنده است: تعداد زیادی راه و روش وجود دارد، اما روش‌ها و ایده‌های نامعمول و خلاقانهٔ زیادی نیز وجود دارد. افراد از راه و روش‌های ریاضی (تنها چیزی که از ریاضی می‌دانند) هراس دارند و تمایلی ندارند که چیز بیشتری دربارهٔ ریاضی بدانند.

وظیفهٔ ما ریاضی‌دان‌ها است که به افراد جامعه نشان دهیم که کار ریاضی‌دان چیست. آن‌ها سراغ شما نخواهند آمد. شما باید به سراغ آن‌ها بروید و بنا به اشتیاقشان با آن‌ها در مورد ریاضی صحبت کنید. مدتی است که این کار را از طریق قصه‌های مصور شروع کرده‌ام؛ با استفاده از فکاهی‌های مصور دیزنی دربارهٔ ریاضیات صحبت می‌کنم (مرجع [۱۴] و همچنین فهرست ویدئوهای یوتیوبِ من را در این زمینه [۱۵، ۱۶] ببینید؛ شکل ۱۳ را ملاحظه کنید).



شکل ۱۳. اولین ویدئوی پروژهٔ «ریاضیات و موش‌ها» در یوتیوپ [۱۵] که با استفاده از فکاهی‌های مصور دیزنی به ترویج ریاضیات می‌پردازد و ترجمهٔ پروژهٔ [۱۶] است از زبان ایتالیایی.

در این کار متوجه شدم که وقتی فکاهی‌های مصور یا شخصیت‌های دیزنی را در عنوان یکی از سخنرانی‌هایم می‌گذارم تعداد مخاطبانم سه برابر بیشتر از تعداد معمول می‌شود. و اغلبْ بسیاری از حاضران که در شروع صحبت اصلاً به ریاضی علاقه‌مند نبودند، گفت‌وگو را با درک بهتری از موضوع ترک می‌کردند.

ما برای اینکه ریاضیات را به افرادی نزدیک کنیم که معمولاً از آن فاصله می‌گیرند به این نوع کارها نیاز داریم. و، همان‌طور که گفتم، این امر از اهمیت بالایی برخوردار است. اگر می‌خواهیم جامعه رشد کند و به‌طور کامل از ریاضی بهره ببرد انجام این کار وظیفه ما است. همان‌طورکه فرانچسکا آریچی، عضو کمیتهٔ «افزایش آگاهی عمومی» در اروپا گفته است [۴]:

> نگران استفاده از استعاره‌ها و کمی سخنان کذب نباشید: هدفْ انتقال ریاضی است نه اینکه مردم را وادار کنید ببینند که شما ریاضیات بلدید و می‌توانید قضیه‌ها را خیلی دقیق اثبات کنید.

مراجع

[1] Abate, M., Scrivere matematica nel fumetto, in *Matematica e Cultura*, M. Emmer, ed., , Springer Italia, Milano, 2004, 19-29

[2] Abate, M., L'autobiografia riluttante di G. H. Hardy, in Matematica e Cultura, M. Abate, M. Emmer, eds., Springer Italia, Milano, 2008, 37-48.

[3] Abstruse Goose, Impure mathematics, available at `abstrusegoose.com/504`.

[4] Arici, F., Mulas, R., Matematica, Teatro e Metafore, con Francesca Arici - La matematica danzante (2021) [Video file], available at `https://www.youtube.com/watch?v=WvfDoVCOikQ`.

[5] Arrow, K. J., *Social Choice and Individual Values*, Cowles Commission Monograph, no. 12, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1951.
[6] Bazett, T., How SIMPSON'S PARADOX explains weird COVID19 statistics (2020) [Video file], available at `https://www.youtube.com/watch?v=t-Ci3FosqZs`.
[7] Benvenuti, S., Natalini, R., Comunicare la matematica: chi, come, dove, quando e, soprattutto, perche?!, *Mat. Cult. Soc.*, **2-2** (2017), 175-193.
[8] European Commission, European's charter of researchers (2021, 10 February), available at `http://euraxess.ec.europa.eu/jobs/charter/european-charter`.
[9] Hardy, G. H., *A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1940.
[10] Lockhart, P., *A Mathematician's Lament*, Bellevue Literary Press, 2009.
[11] Neptune Studios LLC, Simpson's paradox (2017) [Video file].
[12] Nicolai, R., Gottardo, A., Paperone, Rockerduck e i consigli incrociati, *Topolino*, **2945-2** (2012), 25.
[13] Poe, E. A.,The Gold-Bug, *Dollar Newspaper* (Philadelphia, PA), vol. I, no. 23, June 28, 1843, pp. 1 and 4.
[14] Saracco, A., Math in Disney comics, in *Imagine Math 7*, M. Abate, M. Emmer, eds., Springer Italia, Milano, 2020, 189-210.
[15] Saracco, A., Of math and mice - the mathematics of Disney comics (2020) [Playlist], available at `https://www.youtube.com/playlist?list=PLApKuB-HooHIwfSfj_MYDid4-TxZ0NGnd`.
[16] Saracco, A., Un matematico prestato alla Disney (2020) [Playlist], available at `https://www.youtube.com/playlist?list=PLApKuB-HooHIwfSfj_MYDid4-TxZ0NGnd`.
[17] Saracco, A., Saracco, G., A discrete districting plan, *Netw. Heterog. Media*, **14** (4) (2019), 771-788.
[18] Saracco, A., Saracco, G., Matematica ed elezioni, paradossi e problemi elettorali, *Mat. Cult. Soc.*, **5-1** (2020), 17-3.
[19] Saturday Morning Breakfast Cereal, What it's like (2016, June 19) [Blog post], available at `www.smbc-comics.com/comic/what-its-like`.
[20] Sisti, A., Intini, S., 3 gradini per le stelle — Paperino Paperotto, Roby Vic e i conti. . . alla rovescia, *Topolino*, *2859-1* (2010), 34.
[21] Zaccagnini, A., Dialogo sui numeri primi — Un dialogo galileiano, I librini di MaddMaths!, Roma, 2021, available at `http://maddmaths.simai.eu/divulgazione/zaccagnini-dialogo-ebook`.

فریدون حبیبیان: دانشگاه سمنان، دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر
رایانامه: `fhabibian@semnan.ac.ir`
نجمه میرزاثانی: دانشگاه سمنان، دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر
رایانامه: `n.mirzasani@semnan.ac.ir`

Mathematical Culture and Thought
Volume 43, Number 1, Spring/Summer 2024, Pages 167–193
doi: 10.30504/mct.2023.1326.1924

Is Math Useful?*

Alberto Saracco
Translated by F. Habibian Dehkordi[1], N. Mirzasani[2]

[1,2]Faculty of Mathematics, Statistic and Computer Science, Semnan University, Iran

Abstract. The purpose of this article is to review a common question about mathematics, which is asked by different people in the society with various expressions such as ”Is mathematics useful?”, ”What is the use of mathematics?”, ”How can mathematics be used?” and it is raised; The goal is for each person to be able to answer this question and gain an understanding of it. For this purpose, information and facts such as different uses of mathematics and mathematicians in times of war and some great achievements of pure mathematics for human civilization will be presented. There are also reasons for the necessity of benefiting all members of the society, including ordinary people and politicians, from mathematics, as well as some consequences of low mathematical literacy. In the following, some interesting things about the general public's lack of direct contact with mathematics, not having the slightest idea of what mathematicians do, and the issue of encouraging optional mathematics learning are described. In the end, some experiences and activities of the author in the field of promoting and popularizing mathematics will be discussed.

Keywords: usefulness of mathematics, culture, applications of mathematics, popularization of mathematics, voting, cryptography
Article history: Recieved 20 September 2022; Accepted 25 March 2023
Article type: translation

⋆ Saracco, A., Is math useful?, in *Imagine Math 8 – Dreaming Venice*, M. Emmer, M. Abate, eds., Springer, Cham, 2022, 583-605.

1. fhabibian@semnan.ac.ir
2. n.mirzasani@semnan.ac.ir

ISSN 1022-6443/© Iranian Mathematical Society under the CC BY-NC-SA 4.0 license