
پاورقی

دوست دارم ریاضیدان باشم (ترجمه صص 253-269)*

پال هالموس
ترجمه سیامک کاظمی
ویراسته محمدقاسم وحیدی اصل

فصل ۱۲

چگونه تدریس کنیم؟

راهی تازه

بار اولی که وارد دانشگاه شیکاگو شدم، حتی تازه‌کارترین منشیها مرا می‌ترساندند. آنها [در نظرم] نمایندگان مقامات رسمی بودند. اگر از یکی از آنها می‌خواستم که یک کار پنج‌دقیقه‌ای تکثیر اوراق را انجام دهد و او می‌گفت که آن کار را پس‌فردا تحویل می‌دهد، می‌گفتم بسیار خوب! من واقعاً نمی‌دانستم که آن کار چقدر طول می‌کشد، و طوری تربیت شده بودم که هرگز با مقامات مجادله نکنم. زمانی که شیکاگو را ترک کردم، فهمیده بودم که منشیها هم انسان هستند و به‌لحاظ موقعیت شغلی همیشه راست نمی‌گویند.

درست قبل از آخرین تابستانی که در شیکاگو بودم و در طول آن تابستان بیش از هر زمانی در گذشته درگیر آن نوع کارهای مدیریتی شدم که نیاز به کمک منشی دارد. این کارها به برگزاری

عبارات و کلمات کلیدی: روش مور، ریز مواد درسی، ریاضی‌دان حرفه‌ای
نوع مقاله: ترویجی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۵/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۶/۱۰

*Halmos, Paul, R., *I Want to be a Mathematician*, Springer-Verlag, New York, 1985.

در این قسمت از ترجمه کتاب هالموس، برای هماهنگی با قسمت‌های قبلی، شیوه خط مترجم حفظ شده است.

یک کنفرانس کوچک مربوط می‌شد. کنفرانس نسبتاً موثری بود؛ گروه خوبی از نظریه‌پردازان مبحث عملگرها گرد هم آمدند تا با یکدیگر ملاقات کنند و آخرین دستاوردهای جالب خود را به اطلاع هم برسانند. برگزاری این همایش [عملاً] به منزله هدر دادن پول نبود ولی به همین منظور تشکیل شده بود - خُب، نه دقیقاً هدر دادن پول بلکه خرج کردن آن. [ماجرای این قرار بود که] من یک پژوهانه NSF^۱ داشتم که هنوز یک‌ساله به پایان اعتبار آن مانده بود و انتقال آن به میشیگان یا غیرممکن بود یا غیرعادی و برخلاف ترتیبات امور. آلبرت حتی در خواب هم نمی‌دید که این پول به واشنگتن برگشت داده شود. می‌گفت که این کار، هدر دادن پول است؛ آن را به سرعت خرج کن، کنفرانسی، چیزی، برگزار کن.

حتی یک کنفرانس کوچک هم ترتیبات زیادی لازم دارد و اگر بدون برنامه‌ریزی قبلی باشد، از آن هم بیشتر. منشیها نامه می‌نوشتند، تماس تلفنی برقرار می‌کردند، برنامه‌های حرکت و کرایه اتوبوس، قطار، و هواپیما را جستجو می‌کردند، و در هتلها و خوابگاهها برای میهمانان جا رزرو می‌کردند؛ و من خودم را در نقش مسئول می‌دیدم، کسی که تصمیم‌گیری و ریاست را برعهده دارد. من هرگز این طرز فکر اروپای شرقی‌ام را از دست نداده‌ام که با مقامات رسمی باید محتاطانه رفتار شود، با احترامی احتیاط‌آمیز، رفتاری بینابین رفتار با یک درجه‌دار ارتش و یک فرد دیوانه. اما در آن تابستان دریافتم که یک کارمند غیرنظامی (مانند ترتیب‌دهنده کنفرانس یا منشی) همان ستوان دوم قلدرمنش در امپراتوری اتریس-مجارستان نیست.

«کنفرانس» شاید واژه مناسبی در این مورد نباشد چون این برنامه بیش از چند روز به طول انجامید؛ در واقع از اواسط ماه ژوئن تا اواسط ماه اوت ادامه داشت. جمعیت شرکت‌کنندگان کوچک بود، حدود ۲۰ نفر، ولی همگی مشتاق بودند. برای سمینارهای رسمی دوبار در هفته گرد هم می‌آمدیم و برای دوره‌های غیررسمی موقع صرف ناهار، قهوه، پیتزا، و آبجو، دست‌کم دوبار در روز. در آنجا برای اولین بار جو استمپفلی^۲ را ملاقات کردم و همین‌طور آن «نوه» [علمی] خودم چارلی برگر^۳ را که به نظر می‌رسید آینده بسیار درخشانی داشته باشد (در آن موقع شاگرد مو شرایبر بود). اسوتوزار کوریا^۴ هم در آنجا بود، نزدیک به آغاز دوره حرفه‌اش، و ناگی^۵ هم همین‌طور. جیانکو روتا^۶ هنوز سلطان ترکیبیات نشده بود، و چن دیویس^۷، دیک کادیسون^۸، کال مور^۹، و جان ورممر^{۱۰}، هنوز به

۱. مخفف National Science Foundation (بنیاد ملی علم)

2. Joe Stampfli 3. Charlie Berger 4. Svetozar Kurepa 5. Nagy 6. Gianco Rota 7. Chan Davis
8. Dick Kadison 9. Cal Moore 10. John Wermer

اندازه امروز نام آور نبودند. ما درباره عملگرهای تک^۱ و جبرهای مربوط به آنها و نیز درباره تغییر جاها^۲ و حالتها و اتساعها^۳ و جابه‌جاگرها^۴ صحبت کردیم. تابستان رضایت‌بخش و موفقیت‌آمیزی بود.

وقتی این برنامه به پایان رسید و به آن آربر نقل مکان کردم، احترام معمولی‌ام نسبت به مقامات و مقررات، که گاه با عصیانگری توأم می‌شد، کاهش یافته ولی کلاً از بین نرفته بود. هنوز عقیده داشتم (و دارم) که هرچند نقض مقررات گاهی بسیار خوب است ولی ابتدا لازم است بدانید که آنها چیستند. رئیس جدیدم جورج هی^۵ که انتظار داشت آدم خودبرترین بدقلقی باشم از اینکه در ترم اول زیاد به دیدارش می‌رفتم تعجب کرده بود، مراجعاتی که نه برای تقاضای امتیازات بلکه برای کسب اطلاع از مقررات و رویه‌ها بود؛ مثلاً اینکه آیا از محل پول NSF برای سفر می‌توان حق‌الزحمه سخترانی عمومی را پرداخت، یا آیا می‌شود برای جبران کلاسهایی که به خاطر نشست AMS برگزار نکردم کلاسهای عصرگاهی برگزار کنم، یا آیا معمول است که تصحیح اوراق جزو کار موظف محسوب شود؟

وقتی کار خود را در دانشگاه شیکاگو شروع کردم احساس امنیت شغلی نداشتم ولی جوان بودم و مشتاق. زمانی که آنجا را ترک کردم میانسال بودم و دارای موقعیت تثبیت‌شده. منظورم این نیست که احساس خستگی می‌کردم و آماده برای کاهش فعالیت بودم. تقریباً برعکس: آمادگی داشتم که برخی اقدامات آزمایشی سالهای قبل را به راههایی برای پیشبرد زندگی دانشگاهی خود تبدیل کنم که هنوز برایم تازهگی داشتند. من از لحاظ ریاضی نمرده بودم ولی بیشتر و بیشتر درگیر خدمات حرفه‌ای (کار در کمیته‌ها و ویراستاری [به معنای کلی آن]) شدم و در زمینه کار تدریس هم، راهنمایی دانشجویان دکتری و پرداختن به روش مور^۶.

در زمینه تحقیقات ریاضی، من طی دو دهه بعد از ترک شیکاگو (۱۹۸۰-۱۹۶۱) در حدود دو دوجین مقاله منتشر کردم که بهترینها در میان آنها، شش یا هشت مقاله، قطعاً از لحاظ کیفیت قابل مقایسه با مقالات دهه‌های ۴۰ و ۵۰ هستند. اولین مورد از این مقالات «موج دوم» درباره تغییر جاهاست. تحقیق پایه‌ای در این موضوع را بئورلینگ^۷ در مورد تغییر جای یکطرفه^۸ با چندگانگی^۹ انجام داده بود. گسترش آن به تغییر جاهای چندگانگی متناهی به افراد مختلفی نسبت داده می‌شود، هلسون^{۱۰}، پوتاپوا^{۱۱}، و لکس^{۱۲}. سهم من در این موضوع، فرمولبندی حکم مربوط به تغییر جاهای چندگانگی نامتناهی، و ارائه اثبات بسیار ساده‌شده‌ای از حالت کلی، برای همه چندگانگی‌ها، بود.

1. single operators 2. shifts 3. dilations 4. commutators 5. George Hay 6. Moore methode
7. Beurling 8. unilateral 9. multiplicity 10. Helsing 11. Potapova 12. Lax

اما در مورد تدریس، من به کارِ درس دادن، چه درسهای مقدماتی و چه پیشرفته ادامه می‌دادم، ولی داشتم دلزده می‌شدم؛ دیگر کمتر جنبه‌ای از آن کار می‌توانست برایم شگفتی‌آفرین و جذاب باشد. همچنان از تدریس در کلاس لذت می‌بردم و فکر می‌کردم کار بسیار خوبی می‌کنم، ولی طراوت و تازگی‌اش از بین رفته بود. این شاید مهمترین دلیلی بود که چالشِ روش مور مرا مجذوب خود کرد.

روش مور

به یاد نمی‌آورم که در چه زمانی جزو پیروان مور شدم. موقعی که هنوز در مقطع تحصیلات تکمیلی بودم چیزهایی دربارهٔ ر. ل. مور^۱ شنیدم. فلیکس ولج^۲ او را در تگزاس می‌شناخته و داستانهایی درباره‌اش نقل می‌کرد. حکایت‌های زیادی بر سر زبانها بود، و من مدام به کتاب آبی سمینارهای مور نگاه می‌کردم به امید اینکه چیزی از آن سر در آورم. اما هرگز موفق نشدم. من همیشه به توپولوژی مبتنی بر نظریهٔ مجموعه‌ها^۳ علاقه‌مند بوده‌ام و این کتاب هم ظاهراً دربارهٔ این موضوع است اما زبان آن نازباست و قضیه‌های آن به نظر می‌رسد خیلی خاص باشند. این هم نمونه‌ای از متن (از صفحهٔ ۳۳۳ی ویراست اول):

«اگر M یک مجموعهٔ نقطه‌ای بسته و G یک گردایهٔ نیم‌پیوسته از بالا از مجموعه‌های نقطه‌ای بستهٔ دوه‌دو ناسازگار باشد به نحوی که هر مجموعهٔ نقطه‌ای از گردایهٔ G شامل نقطه‌ای از M باشد و هر نقطهٔ M متعلق به مجموعه‌ای نقطه‌ای از گردایهٔ G ، و K زیرمجموعه‌ای از M باشد و W گردایهٔ همهٔ مجموعه‌های نقطه‌ای G باشد که شامل یک یا چند نقطه از K هستند، و هیچ پیوستاری از W شامل نقطه‌ای از $M - K$ نباشد، آنگاه W ناحیه‌ای نسبت به G است اگر و تنها اگر K دامنه‌ای نسبت به M باشد.»

مور هیجان اکتشاف ریاضی را حس می‌کرد و ارتباط آن را با دقت بیان ریاضی می‌فهمید. او می‌توانست احساس و ادراک خود را به شاگردانش منتقل کند، ولی به نظر می‌رسید شناختی از زیبایی، معماری، و ظرافت ریاضیات و نوشتار ریاضی یا توجهی به آن ندارد. بیشتر دانشجویانش عیبها و فضیلت‌های او را (البته در حد خفیف‌تری) به ارث برده بودند و فقط برجسته‌ترین آنها، افرادی از قبیل وایلد^۴ و بینگ^۵ توانستند بر معایب «شاگرد مور بودن» فائق آیند و ریاضیدانانی واقعی شوند.



آر. ال. مور، ۱۹۶۶

مور اصرار داشت اصطلاحات خاص خودش را به کار ببرد که با اصطلاحات رایج در میان بقیهٔ توپولوژیدانان متفاوت بود، و نگرشهای ریاضی انعطاف‌ناپذیری در بعضی موارد داشت. مثلاً نمی‌گفت «دو نقطهٔ p و q را در نظر بگیرید که ...» از ترس اینکه در حالت تباهیده، p ممکن است بر q منطبق باشد و بنابراین، تعداد نقاط دوتا نباشد. یا هرگز موافق این نبود که اشتراک دو مجموعه همواره یک مجموعه است چون از نظر او چیزی به‌عنوان مجموعهٔ تهی وجود نداشت. این غرایب زبانی قابل چشم‌پوشی است ولی بدتر از این، او معمولاً هیچ بخشی از ریاضیات به‌جز میحث مورد علاقهٔ خودش را تحمل نمی‌کرد: جبر و آنالیز، موضوعاتی متفاوت، رقیب، و دشمن بودند. این دیدگاه نادرست باعث شده بود جایگاهش به‌عنوان ریاضیدان، پایین‌تر از حدی باشد که بنابه استعدادش می‌توانست باشد، و شاگردان کم‌استعدادترش خیلی باسواد و کارآمد از آب درنیایند.

او تکزاسی بود، تقریباً نمونهٔ اصیل تصویری که از تکزاسی‌ها داریم. با لهجهٔ تکزاسی حرف می‌زد، مواضع سفت‌وسخت سیاسی و تعصبات شدید داشت، وقتی خانمی وارد اتاق می‌شد، او به پا می‌ایستاد و (بنابه شایعات) دانشجوی سیاهپوست، مؤنث، خارجی، یا یهودی را نمی‌پذیرفت. (دست‌کم بخشی از این شایعات غلط است. او دانشجویان دختر هم در مقطع دکتری داشت که از میان آنها نام مری الن استیل رودین^۱ شایان ذکر است. ولی تا جایی که خبر دارم، دانشجوی سیاهپوست نداشت.)

وقتی برای اولین بار چیزهایی دربارهٔ او شنیدم، توجهم به افسانهٔ مور جلب شد. اما از نظر احساسی نسبت به آن بی‌تفاوت بودم. من همیشه احساسی دوگانه، آمیزه‌ای از عشق و نفرت، نسبت به جنوب [آمریکا] (از جمله، تکزاس) داشتم. تا جایی که مظهر نزاکت و آداب‌دانی سبک

1. Mary Ellen Estill Rudin

قدیمی و خوش‌بینی و هوای گرم است تحسینش می‌کردم و می‌خواستم به آن تعلق داشته باشم. اما وقتی به نظر می‌رسید که سرزمین تعصب و تحجر و نفرت و خشونت است از آن بیزار می‌شدم. آن زیباروی جنوبیِ مهربان با لهجهٔ آهنگین و ملاحظت جوانانه‌اش البته در نظرم جذاب بود ولی از آن زیباروی سابق، میانسال یا مسن، خودخواه، پرتوقع، آزمند، و سلطه‌جو رو برمی‌گرداندم و با سرعتی که ممکن بود از او دور می‌شدم. مور به‌عنوان ریاضیدان تک‌زاسی تحصیل‌کرده و خوش‌صحت و [ازلحاظی] فوق‌العاده در نظرم یک قهرمان بود و به خاطر نگرشهای ریاضی منسوخ و افکار ارتجاعی متعصبانهٔ قومی‌اش، ضد قهرمان.

باید پذیرفت که قهرمانی تأثیرگذار و ضدقهرمانی پربازده بود. تعداد بی‌سابقه‌ای دانشجوی دکتری ریاضی زیر نظر او فارغ‌التحصیل شدند. آنها او را دوست داشتند و تا حد امکان از او تقلید می‌کردند. او به خاطر روشی به این موقعیت دست یافت که به «روش مور» معروف شد. این روش را «تک‌زاسی»، «سقراطی»، «اکتشافی»، و «خودت انجامش بده» هم می‌نامیدند. ای‌کاش به جای اینکه فقط چیزهایی دربارهٔ روش او بشنوم و بخوانم و بعداً آن را با تغییراتی آزمایش کنم، می‌توانستم اجرای روش را توسط او در عمل ببینم. من آشنایی مختصری با مور پیدا کردم و یک بار، به مدت یک ساعت، اجرای روش او را در عمل دیدم. یک بار که از شهر آستین می‌گذشتم، به خودم جرئت دادم و در محل کارش، در اتاق او را زدم. او مؤدبانه پذیرای من شد و مشتاق بود دربارهٔ روش خودش با من صحبت کند. من به آن پیرمرد علاقه‌مند شدم. ممکن است شخصیت و نگرش او حاوی جنبه‌های بد و نادرستی بوده باشد، اما انسان بود و قوی، و مصاحبت با او دلپذیر و جالب؛ روی هم‌رفته از او خوشم آمد و تحسینش کردم. (یادآوری این نکته برایم جالب است که وقتی می‌خواستم از او عکس بگیرم، اصرار داشت که اول باید موهایش را شانه کند — همیشه شانه‌ای در جیب داشت — و هشدار داد که لبخند نخواهد زد چون سعی در لبخند زدن، چهره‌اش را احمقانه جلوه می‌دهد.) به نظر می‌رسید مایل است با من کنار بیاید. دعوتم کرد که باز هم در آستین توقف کنم، و من چنین کردم.

به این ترتیب، شاید چهار یا پنج بار او را در آستین دیدم. در یکی از آن دفعات از من دعوت کرد در اولین جلسهٔ درس حسابان او حضور یابم، و این تنها باری بود که او را در حین اجرای روش مور دیدم. (من فیلم راجع به او، «چالش در کلاس درس»^۱، را دیده‌ام — در واقع چهار بار — اما دیدن این فیلم مانند مشاهدهٔ عمل از دور است نه حضور واقعی در صحنه. با این حال، فیلم بسیار خوبی

است و دیدنش را با طیب خاطر توصیه می‌کنم.) عملکردش در کلاس خیلی خوب بود. می‌توانست دانشجویان را به حرف بیاورد و به بحث بکشاند، و روند کار را پیوسته پیش ببرد؛ حوصله هیچ کسی سر نرفت. شخصیت او بر اتاق سلطه داشت.

روش مور چیست؟ طبق این روش، ابتدا یک مصاحبه مقدماتی انجام می‌شود. دانشجویی که می‌خواهد در کلاس مور پذیرفته شود باید ابتدا به ملاقات او برود و به پرسشهایی دربارهٔ زمینهٔ ریاضی خود پاسخ دهد. اگر قبلاً درسی مشابه درس مورد نظر گرفته یا اطلاعات خیلی زیادی دربارهٔ موضوع دارد، پاسخ مور حتماً منفی خواهد بود — پذیرفته نمی‌شود. یک قاعدهٔ اساسی این بازی این است که همهٔ بازیکنان باید از یک نقطه شروع کنند، و به‌خصوص ذهنشان نباید آلوده به اصطلاحات، نمادها، روشها، نتایج، و ایده‌های دیگران باشد. قاعدهٔ دیگر این است که دانشجویی پذیرفته شده باید فعالانه فکر کند نه اینکه منفعلانه مطالعه کند. می‌گویند که مور از دانشجویان می‌خواست در زمانی که درس را زیر نظر او می‌خوانند و جداناً مطالعات دیگری دربارهٔ موضوع انجام ندهند، و برای اینکه از وسوسهٔ آنها در این مورد بکاهد، همهٔ کتابها و مجلات مربوط به موضوع را از کتابخانه جمع می‌کرد. حالا کلاس آمادهٔ آغاز شدن است.

در اولین جلسهٔ کلاس، مور اصطلاحات اساسی را تعریف می‌کرد و بعد، یا کلاس را به چالش برای کشف روابط بین آنها فرامی‌خواند یا، بسته به موضوع، سطح درس، و دانشجویان، یک یا دو سه قضیه را صریحاً بیان می‌کرد و جلسه به پایان می‌رسید. در جلسهٔ بعد: «آقای اسمیت لطفاً قضیهٔ ۱ را اثبات کن. نمی‌توانی؟ بسیار خوب. آقای جونز شما چطور؟ نه؟ آقای رابینسون؟ نه؟ خُب، قضیهٔ ۱ را کنار می‌گذاریم و بعداً به آن برمی‌گردیم. حالا برویم به سراغ قضیهٔ ۲. آقای اسمیت؟» تقریباً همیشه کسی پیدا می‌شد که کاری بکند. اگر چنین نمی‌شد، جلسه به پایان می‌رسید. چندان طول نمی‌کشید که کلاس به منظور واقعی مور پی می‌برد و دانشجویان به اثبات قضیه‌ها می‌پرداختند یا به‌دقت به اثبات دیگران چشم می‌دوختند. یکی از قواعد این بود که: نباید اجازه بدهید هیچ اشتباهی از جلو چشمتان رد شود — اگر اثبات‌کننده مرتکب اشتباهی می‌شود وظیفهٔ شماست (و امتیازی خوشایند؟ برای شما) که توجه کلاس را به آن جلب کنید، اگر می‌توانید آن را تصحیح کنید، یا دست‌کم تصحیح آن را درخواست کنید.

این روند به‌سرعت به رتبه‌بندی دانشجویان برحسب کیفیت می‌انجامید. وقتی این رتبه‌بندی مشخص می‌شد، مور ابتدا ضعیف‌ترین دانشجو را فرامی‌خواند. این کار دو فایده داشت: مانع از این می‌شد که جلسات درس به یک رشته سخنرانی بی‌وقفه توسط بهترین دانشجو تبدیل شود، و

جو رقابتی شدیدی در کلاس برمی‌انگیخت. هیچ‌کس نمی‌خواست از بقیه عقب بماند. مور رقابت را تشویق می‌کرد: نخوان، با دیگران همفکری نکن — فکر کن، خودت کار کن، روی دست بقیه بلند شو. بارها پیش می‌آمد که دانشجویی که هنوز اثبات فلان قضیه را نیافته بود از اتاق بیرون می‌رفت درحالی‌که کس دیگری مشغول ارائه اثبات بود — هر دانشجویی می‌خواست بتواند راه حل شخصی خودش را، بدون کمک گرفتن از دیگری، به مور ارائه کند. می‌گویند یک بار دانشجویی که از کنار یک کلاس درس خالی رد می‌شد، تصادفاً از لای در که باز بود چشمش به شکلی افتاد که روی تخته سیاه کشیده شده بود. با مشاهده آن شکل ایده یک اثبات به ذهنش خطور کرد که تا آن موقع به نظرش نرسیده بود ولی به جای اینکه خوشحال شود، غمگین و ناراحت شد. صلاحیت ارائه اثبات را در خودش ندید چون استفاده از آن ایده نوعی تقلب بود — از بیرون کمک گرفته بود!

چون همان‌طور که قبلاً گفته‌ام من واقعاً عملکرد مور را در یک کلاس جدی ریاضی ندیده‌ام، نمی‌توانم تضمین بدهم توصیفی که در بالا از روش او آوردم موبه‌مو دقیق است، ولی به من گفته‌اند که اساساً درست است. من این روش را امتحان کردم، آزمایشهایی با آن انجام دادم، مدام به مشکلات تاکتیکی برمی‌خوردم و جرح و تعدیل‌هایی در روش به عمل می‌آوردم تا برای دانشجویان و درسهایی که با آنها روبه‌رو بودم مناسب باشد — و به آن ایمان آوردم.

بعضیها می‌گویند که تنها اثر ممکن روش مور، پرورش ریاضیدانان پژوهشگر است. ولی من موافق نیستم. به عقیده من، این روش تنها راه صحیح برای آموزش هر چیزی است — با این روش دانشجویانی تربیت می‌شوند که می‌توانند آموخته‌هایشان را خوب بفهمند و به کار برند. البته نگرش پژوهشی هم به دانشجو القا می‌کند یعنی یک نوع روحیه پرسشگری درباره هر چیز و جستجوی فعالانه پاسخها. ولی چنین روحیه و نگرشی در هر نوع فعالیت انسانی خوب است و نه فقط در تحقیقات ریاضی. یک ضرب‌المثل قدیمی چینی هست که من از خود مور شنیدم:

می‌شنوم، از یاد می‌برم؛ می‌بینم، به یاد می‌آورم؛ انجام می‌دهم، می‌فهمم.

من یک بار درس حسابان مقدماتی را به روشی شبیه روش مور در دانشگاه میشیگان تدریس کردم. کلاس کوچکی (با حدود ۱۵ یا ۱۶ دانشجو) بود که کلاس ممتازی به شمار می‌آمد نه به این معنی که دانشجویانش نابغه بودند یا حتی رشته اصلی‌شان ریاضیات بود بلکه فقط به این معنی که مستعدتر از حد متوسط بودند و چنانکه بعداً معلوم شد روحیه همکاری داشتند و کار کردن با آنها خوشایند بود. اندازه کلاس — لاقبل به نظر من — مناسب بود؛ اگر تعداد دانشجویان دوبرابر

می‌بود گمان نمی‌کنم که می‌توانستم آن را به روش مور اداره کنم. من کلاسهایی به سبک مور با ۳ یا ۴ دانشجو داشته‌ام؛ چندتایی هم با ۱۸ یا ۲۰ نفر که به نظر من حداکثر تعدادی است که برای روش مور مناسب است. در یکی از کلاسهای اخیر که بیش از ۴۰ دانشجو داشت توانستم مشارکت دانشجویان را تا حد زیادی جلب کنم و بنابراین، از تک‌گویی و سخنرانی مستقیم اجتناب کنم. ولی این مشارکت فقط از جانب نیمی از کلاس بود. بقیه، ساکت و بی‌تفاوت نشسته بودند و برایشان مهم نبود که من چکار می‌کنم. من حتی نام بیشتر آنها را قبل از پایان ترم یاد نگرفتم (و لابد آنها هم نام مرا؟) ضمناً حضور تعداد خیلی کمی دانشجو هم نامطلوب است. ۲ نفر خیلی کم است و معمولاً ۳ یا ۴ نفر هم همین‌طور. برای برانگیختن آن نوع رقابت مشارکتی که باعث کارآمدی این روش شود، تعداد مناسبی دانشجو لازم است. اندازه ایده‌آل کلاس بین ۵ و ۱۵ نفر است.

من حکایتی از موفقیت چشمگیر آن کلاس ممتاز حسابان ندارم که در اینجا بازگو کنم. کار آن کلاس به قدر کافی خوب پیش رفت. مطمئنم که هیچ‌زبانی به دانشجویان نرساندم در پایان ترم، آنها دست‌کم همان قدر برای درس بعدی آمادگی داشتند که می‌توانستم آنها را با هر روش دیگری هم به آن حد از آمادگی برسانم. این مسلماً اولین (و متأسفم که بگویم تنها) باری بود که روش مور را در کلاسی در آن سطح آزمودم. اعتقاد دارم که با کسب تجربه بیشتری می‌توانسته‌ام این روش را برای کلاسهای معمولی به کار ببرم.

یک بار دیگر روش مور را در یک کلاس ممتاز در جبرخطی با ۱۵ دانشجو آزمودم. در نخستین روز کلاس به هریک از دانشجویان ۱۹ ورقه کپی‌شده را که به هم منگنه شده بود دادم و به آنها گفتم که حالا تمام درس در دستان شماست. آن ۱۹ صفحه شامل صورت پنجاه قضیه بود بدون هیچ چیز دیگر. هیچ تعریف، زمینه‌چینی، یا توضیحی در آن نبود؛ فقط پنجاه قضیه که به‌درستی ولی به‌طرز زمختی — بدون نکات و ظرایف توضیحی — بیان شده بودند. به آنها گفتم که این درس شماست. اگر بتوانید این پنجاه قضیه را بفهمید، ثابت کنید، برایشان مثال بیاورید و آنها را به کار ببرید، این درس را آموخته‌اید. تمام آن چیزی را که قرار است این درس درباره جبرخطی به شما بیاموزد، فرا گرفته‌اید.

به آنها گفتم که من درس [به معنای متعارف آن] نمی‌دهم و قضیه‌ها را برایتان ثابت نمی‌کنم؛ ولی به‌تدریج که پیش می‌رویم، معنای کلمات را اندک‌اندک به شما می‌گویم و ممکن است گهگاه ارتباط این موضوع را با سایر بخشهای ریاضیات نشان دهم، ولی بیشتر کار کلاس برعهده خودتان است. شما را به چالش می‌طلبم تا خودتان اثباتها را کشف کنید، و به شما اعتماد می‌کنم که آنها

را در کتابها جستجو نمی‌کنید و از هیچ طریق دیگری هم از بیرون کمک نمی‌گیرید، و سپس از شما خواهیم خواست اثباتی را که کشف کرده‌اید در کلاس ارائه کنید. بقیه شما، کسانی که در حال ارائه اثبات نیستید، باید با حواس کاملاً جمع به سخنان سخنران توجه کنید تا مطمئن شوید که اثبات درست و کاملی به دست می‌دهد، و هر چیز دیگری را که برای فهم موضوع لازم می‌دانید (مانند مثال و مثال نقض) از او بخواهید.

آنها گیج و ناراحت — و حتی شاید دشمنانه — به من خیره شدند. هرگز چنین چیزی نشنیده بودند. به این کلاس آمده بودند تا چیزی یاد بگیرند، و حالا باور نداشتند که چنین شود. مشکوک بودند که می‌خواهم از چیزی فرار کنم. از زیربار وظیفه‌ای که برایش پول می‌گیرم شانه خالی کنم. من درباره روش مور به دانشجویان توضیح دادم، و آنها به آن تمایل یافتند، که جالب بود و بعد، تعریفهای اساسی را که برای فهم صورت دوسه قضیه اول لازم داشتند به آنها ارائه کردم، و گفتم: «کلاس تمام شد».

این روش نتیجه‌بخش بود. در جلسه دوم گفتم: «خَب جونز، ببینم تو چطور قضیه ۱ را ثابت کرده‌ای؟» مجبور بودم آنها را هُل بدهم و به جلو بکشانم تا شروع به حرکت کنند. بعد از دو سه هفته، به پرواز درآمدند، به این روش علاقه‌مند شدند. از آن آموختند، و وارد حال‌وهوای تحقیقاتی شدند — رقابت، دلسردی، افتخار، و همه چیز.

اگر شما مدرسی هستید که در نظر دارید روش مور را به کار بگیرید، مرتکب اشتباهی که شاگردان جبرخطی من در آغاز شدند، نشوید: فکر نکنید که از این طریق کار کمتری انجام خواهید داد. برای من دوسه ماه کار سخت لازم است که درسی به سبک مور را آماده کنم، پنجاه قضیه یا هر چه که جایگزین آنها شود. باید مطلب را به قطعاتی با اندازه مناسب تقسیم کنم، آن را طوری تنظیم کنم که قابل دسترسی باشد، و باید کل درس را در نظر مجسم کنم — چه امیدی می‌توانم داشته باشم که وقتی درس به پایان رسید، دانشجویان همه مطالب را آموخته باشند؟ همچنانکه درس پیش می‌رود باید خودم را برای هر جلسه آماده کنم: برای اینکه بر هر چه در کلاس می‌گذرد اِشْرَاف داشته باشم باید خودم بتوانم هر چیزی را ثابت کنم. در هر ثانیه کلاس باید گوش به زنگ و مراقب باشم. نباید فقط ناظر جلسه‌ای باشم که به راحتی ممکن است به یک مباحثه عنان گسیخته بینجامد. بلکه باید هر چیزی را که مطرح می‌شود بفهمم و اگر حرف مبهم و مشکوکی به میان آمد باید کلام سخنران را با لحن محکم ولی مودبانه‌ای قطع کنم: «ممکن است در این باره توضیح بدهید؟ — من نمی‌فهمم.» من معتقدم که روش مور بهترین روش برای تدریس است، ولی اگر آن را می‌آزمایید، تعجب

نکنید اگر وقت و انرژی زیادی از شما بگیرد.

روش مور و دامنهٔ شمول درس

دو مانع عمده در برابر موفقیت روش مور (و هر نحوهٔ دیگر تدریس) دانشجویانی هستند که نمی‌خواهند در آنجا باشند و دانشجویانی که می‌خواهند در جای دیگری باشند. این دو مورد با هم تفاوت دارند. بگذارید [دربارهٔ منظورم از «آنجا» و «جای دیگر» و تفاوت آنها] قدری توضیح بدهم. منظورم از دانشجویانی که نمی‌خواهند آنجا باشند، اشاره به درسهای الزامی است. اگر دانشجویی به سراغم بیاید و از من کمک بخواهد تا مبحثی را که از قبل می‌دانم یاد بگیرد، خیلی خوشحال می‌شوم. مطمئنم که می‌توانم آن را، هرچه باشد، به او آموزش دهم، و انتظار دارم که این فرایند برای هردوی ما خوشایند باشد. ولی اگر به سراغم بیاید و بگوید: «من واقعاً نمی‌خواهم این مطلب را بدانم ولی لازم است یک نمرهٔ C در این درس بگیرم تا بتوانم فارغ‌التحصیل شوم و پول زیادی در بیرون به دست آورم»، ناخرسند می‌شوم.

در برخی دانشگاهها گذراندن یک (یا گاهی بیش از یک) درس ریاضی برای همهٔ دانشجویان پیشاپزشکی الزامی بود، و این الزام دلیلی جز یک نوع غربالگری نداشت، تعداد کسانی که برای پذیرش در دانشکدهٔ پزشکی آماده می‌شدند بیش از تعدادی بود که می‌توانستند پذیرفته شوند و مردود شدن عده‌ای از آنها در درس ریاضی یک راه برای کاهش تعداد رقبا بود. نمونهٔ دیگری از دلایل وجودی این درسهای الزامی مربوط به رشتهٔ شیمی است. شیمی‌دانها لازم است قدری فیزیک بیاموزند و برای یادگیری فیزیک لازم است قدری ریاضی یاد بگیرند — الزامی بودن درس ریاضی دلایلی دارد که دانشجویان نمی‌توانند کاملاً درک کنند و از این درس خوششان نمی‌آید. همین‌طور، دانشجویان رشتهٔ بازرگانی لازم است قدری حسابان بیاموزند، بیشترشان بدون هیچ دلیلی، و برای معدودی به دلایل روانشناختی: مثلاً برای اینکه وقتی بعدها در زندگی به یک علامت انتگرال در یک مقالهٔ اقتصادی برخوردند، وحشت نکنند. کلاسی که دانشجویانش درس را به خاطر چنین الزاماتی گرفته‌اند، کلاسی غم‌انگیز و دلسردکننده است. پراکنجه‌ترین افراد در میان آنها عملکرد خوبی دارند و چون بیشترشان احتمالاً کندذهن نیستند، چیزی یاد می‌گیرند. ولی نخستین پیشنهاد برای اینکه فرایند یادگیری هم خوشایند و هم مؤثر باشد — یعنی کنجکاوی علمی — وجود ندارد و این نقصان، همه‌چیز را خراب می‌کند؛ تدریس، یادگیری، و لذت آموزش را ضایع می‌کند.

رؤیای من دانشگاهی آرمانی است مملو از دانشجویانی که سرشار از کنجکاوی علمی‌اند.

زیرمجموعه‌ای از آنها که یک درس ریاضی می‌گیرند، این کار را با این انگیزه انجام می‌دهند که می‌خواهند ریاضی بیاموزند. آنها ممکن است در آینده پزشک یا شیمیدان یا مدیر یک کارخانه تولید پیراهن شوند، ولی به هر دلیلی، می‌خواهند دریابند که این مطالب ریاضی درباره چیست و با طیب خاطر به سراغ من می‌آیند تا به آنها درس بدهم. چقدر مایه مسرت است! اگر وضع واقعاً به این صورت بود من از هر فرصتی که به دست می‌آوردم استفاده می‌کردم و روش مور را به کار می‌بستم. اما در شرایط موجود، در این دنیای واقعی، ما مدرسان فقط می‌توانیم با آنچه داریم، بهترین کار ممکن را انجام دهیم. بعضی از ما این کار را با خوش خلقی انجام می‌دهند و بعضی نه، ولی همه ما مقدار زیادی ریاضیات را به‌عنوان یک کار حرفه‌ای تدریس می‌کنیم. [در مقام مدرس، مثلاً] پرانترها را در شرایط خاصی حذف می‌کنیم و نحوه عمل را شرح می‌دهیم؛ در مواردی x را جانشین $\tan \theta$ می‌کنیم و در موارد دیگر، به‌ندرت، δ را برابر ϵ/\sqrt{m} قرار می‌دهیم، طبق قواعد عمل می‌کنیم، و اشتباه نمی‌کنیم. این هم یک نوع زندگی است، و برای معلمانی که ریاضیات را دوست دارند فرصتی باقی می‌ماند برای فکر کردن به ریاضیات در بین کلاسها، در بعدازظهر، و در تعطیلات آخر هفته — زندگی بدی نیست.

درهرحال، مسلم نیست که روش مور برای دانشجویی که نمی‌خواهد در «آنجا» باشد روش کارآمدی باشد. دومین مانع در برابر موفقیت این روش (دانشجویانی که می‌خواهند جای دیگری باشند) مانع کوچکتری است ولی به‌رحال بعضی از مدرسان را می‌ترساند: چگونه می‌توانید روش مور را در درس «ریاضی ۳۰۷» به کار ببرید و مطمئن باشید که دانشجویان شما برای «ریاضی ۴۰۷» در سال آینده آمادگی خواهند داشت؟ آیا واقعیت ندارد که در این روش، مطالب کافی را ارائه نمی‌کنید؟

چرا، واقعیت دارد؛ نه واقعیت ندارد. اگر در توصیف این درس تأکید شده که فهرستی از ۳۱ قضیه را به دانشجویان آموزش بدهید — به این معنی که آنها را بیان و اثبات و در امتحان مطرح کنید — تا دانشجویان برای آموختن ۳۱ قضیه بعدی در درس «ریاضی ۴۰۷» آمادگی پیدا کنند، بشتابید و شروع به تدریس به روش سخنرانی کنید — بهتر از اخراج شدن است. اما اگر درس ۳۰۷، حسابان پیشرفته باشد و درس ۴۰۷، «مبادی متغیرهای حقیقی» (این موضوع برای هر دو درسی که به‌توالی عرضه می‌شوند صادق است)، آنگاه از خودتان بپرسید (و از بخش ریاضی بخواهید از خودش بپرسد) که منظور از این بازی چیست. مسلماً این نحوه توصیف درس به‌خودی‌خود پایانی ندارد. دلیل گنجاندن ۳۱ قضیه در درس ۳۰۷ آماده کردن دانشجو برای فهم قضیه‌ها در درس ۴۰۷

است، و دلیل گنجاندن قضیه‌های اخیر هم فهم قضایای دیگری (برای اهل ریاضیات) یا فهم و کاربرد آنها (برای اهل رشته‌های دیگر مانند شیمی و اقتصاد) است. توانایی درک و توانایی به کار بردن — این است آنچه ما واقعاً سعی می‌کنیم آموزش دهیم، و روش مور بهتر از هر روش دیگری از عهدهٔ این کار برمی‌آید.

بنابه تجربهٔ خودم و گفتگوهایم با سایر کاربران روش مور — به سبک متعارف یا اصلاح‌شده — نتیجه می‌گیرم که صحبت از گنجاندن مطالب بیشتر در درس یک موضوع انحرافی است. بعضی می‌گویند که با روشهای دیگر به مطالب بیشتری در مدت زمان کمتری پرداخته می‌شود؛ روش مور یک روش شیک و تجملی است که ما از عهده‌اش بر نمی‌آییم. ولی من مطمئنم که این فکر غلط است. این را قویاً احساس می‌کنم، آنقدر قوی که بحث دربارهٔ روش مور را قطع می‌کنم و بحثی دربارهٔ دامنهٔ شمول درس را پیش می‌کشم.

تلاش برای تدریس حسابان ۲ به کسانی که حسابان ۱ را نیاموخته‌اند بیهوده است — به نظر می‌رسد که این حرف به قدر کافی نزدیک به واقعیت است. ولی اجازه بدهید پرسشی را، مستقل از روش مور، مطرح کنم. آیا درست است که مدرس حسابان ۱ همیشه شش فصلی را که طبق توصیف این درس لازم است درس می‌دهد و بنابراین، دانشجویانی که حسابان ۱ را گذرانده‌اند آماده‌اند که فصل هفت را شروع کنند؟ گوش کنید که تقریباً هر مدرس حسابان ۲ در تقریباً هر دانشگاهی چگونه از مدرس قبلی، که حسابان ۱ را سال قبل درس داده شکوه می‌کند: «چرا او حتی کسرهای جزئی را مطرح نکرده است و نمی‌دانم به نظر خودش چه چیزی را دربارهٔ جانشانی مثلثاتی به دانشجویان آموخته، ولی مسلماً آنها این را بلد نیستند. من مجبور شدم سه هفته برای آموزش مطالب سال اول صرف کنم، و عجیب نیست که از برنامه عقب مانده‌ام.» مطالب درس N ، با توصیف یا بی‌توصیف، با روش مور یا بی روش مور، هرگز مطالب مورد نیاز درس $N + 1$ را دربر ندارد، مگر به ندرت.

مشکل بتوان یک درس نسبتاً جدی در احتمال را به کسانی آموخت که نمی‌توانند تابع نمایی را به کار برند. من یک بار چنین درسی را تدریس کردم و پیشنهاد آن به‌وضوح بیان شده بود (حسابان ۲ یا مبحثی مشابه آن با هر نامی)، و این پیشنهاد بایستی شامل بحث e^x می‌بود. پنج نفر از ۲۵ دانشجوی من می‌دانستند که این تابع، مشتق خودش است، و دو نفر از آنها شایعه‌ای شنیده بودند که این تابع اساساً تنها تابع با این ویژگی است. ولی چون هیچ‌یک از آنها توانایی و مهارتی در سربهای نامتناهی نداشت (و حتی وقتی من فرمول مجموع سری هندسی را به آنها «یادآوری» کردم باز هم برایشان سخت و عذاب‌آور بود)، دو سه هفتهٔ اول درس احتمال من عملاً دو سه هفتهٔ آخر درس

حسابان ۲ بود. (سریهای نامتناهی در فصل XI کتاب حسابان مطرح شده بود و «هیچکس به این نقطه نمی‌رسد».)

این ربطی به روش مور ندارد — ظاهراً واقعیتی در زندگی است. در این مورد چه می‌توان کرد؟ آنچه مفید به نظر می‌رسد، تعیین هوشمندانه ریزمواد یا سرفصل‌های ضروری هر درس است، فهرستی که به شما بگوید چه ابزارهایی باید داشته باشید تا بتوانید وارد آن درس شوید و از عهده آن برآید و موقع خروج از درس چه چیزهایی باید با خود ببرید تا از عهده درس بعدی برآید. هم آغاز و هم پایان باید به‌صراحت توصیف شود. کافی نیست یک کتاب درسی را مرجع اصلی قرار دهید و بگویید: «این درس عبارت از شش فصل اول این کتاب است» بلکه خیلی بهتر است که بگویید: «پیشنیازهای ضروری عبارت‌اند از ده قضیه یا تکنیک یا فرمول زیر: (۱) انتگرال‌گیری جزء به جزء طبق صفحات ۸۱-۹۳ از کتاب A یا صفحات ۷-۱۱ از کتاب B یا ۲۰۷-۲۳۴ از کتاب C...» همین‌طور، «حداقل محتوایی که برای این درس در نظر گرفته شده، مجموعه ۳۱ قضیه زیر است: (۱) انتگرال‌گیری جمله به جمله طبق...، و به همین ترتیب.»

مجموعه ریزمواد درس باید صریح باشد اما نه اینکه خشک و بی‌انعطاف باشد. نباید هر دقیقه از وقت یک ترم را اشغال کند بلکه بایستی مدت زمانی، مثلاً در حد یک‌سوم کل ترم، را آزاد بگذارد تا مدرس به صلاح‌دید خودش عمل کند. با این تدبیر واقع‌بینانه، چیزی شبیه حال‌وهوای آموزش عالی جایگزین جوّ درسی فشرده می‌شود. هر مدرسی نظرات خاص خودش را درباره زیباترین، مفیدترین، و مهمترین بخشهای درس دارد، و باید تشویق شود که داشته باشد، و باید امکان یابد که داورهای شخصی خود را در موارد مقتضی وارد کار کند. مدرسان اجزای قابل تعویض یک ماشین نیستند، و نباید باشند، و دانشجویان باید امکان کسب آگاهی از دیدگاه‌های متفاوت را داشته باشند. ریزمواد درس از لحاظ دیگری هم ممکن است انعطاف‌ناپذیر باشد، و مسلماً نباید چنین باشد، و آن اینکه به‌عنوان برنامه ثابتی برای همه زمانها در نظر گرفته شود. ریاضیات تغییر می‌کند، سبکها و شیوه‌ها تغییر می‌کنند، و همین‌طور، کاربردها و کتابها. فهرست مباحث هر درس هم باید به‌دفعات لازم تغییر کند، هر سال یک بار خیلی زیاد است و هر ده‌سال یک بار احتمالاً کافی نیست. کمیته‌های برنامه‌ریزی درسی به‌راحتی می‌توانند به این مسائل نظارت و اشراف داشته باشند.

آیا ریزمواد درسا می‌توانسته برای درس احتمال من سودمند باشد؟ بله، احتمالاً از دو طریق. اگر دانشجویی تابع نمایی و سریهای نامتناهی را در فهرست حداقلی مباحث ضروری حسابان دیده باشد ممکن است تا حدی به‌عنوان وجدان معلمش عمل کند. «چه وقتی با سریهای نامتناهی سروکار

خواهیم داشت؟ آیا این مطلب واقعاً مهم است؟ آیا وقتی درس آمار ۳ را در سال آینده بگیریم به آن نیاز خواهیم داشت؟» اگر مدرس حسابان موضوع سریها را درس ندهد، این دانشجو ممکن است در جستجوی آن برآید و خودش آن را یاد بگیرد — البته در جؤ دانشگاهی مدرن ما نامحتمل است ولی کلاً غیرممکن نیست. این یکی از آن دو طریق است؛ شانسی به دانشجو داده می‌شود که مسؤله در مورد ریز مواد درس عمل کند. تأکید: ریز مواد نباید همچون کارت امتیاز محرمانه‌ای باشد که فقط مدرس از آن آگاه است بلکه باید در دسترس دانشجویان باشد. طریق دیگری که ریز مواد می‌تواند مفید باشد، و ممکن است به درس احتمال هم کمک کرده باشد، یک نوع هشدار به دانشجویی است که می‌خواهد درس را بگیرد: اگر تو چیزی دربارهٔ توابع نمایی و سریها نشنیده باشی، احتمالاً دچار مشکل خواهی شد. پس اگر می‌خواهی درس احتمال را بگیری، اول آنها را یاد بگیر.

مجموعهٔ ریز مواد درس یک ورق کاغذ است و به‌خودی‌خود جادو نمی‌کند. یک دلیل اینکه ممکن است مفید باشد این است که مسؤلیت را پخش می‌کند، به دانشجو و مدرس کمک می‌کند که در آن سهم شوند. اگر همهٔ مباحث آن تدریس نشود فاجعه‌ای پیش نمی‌آید به شرط اینکه هرکسی بداند چه مباحثی قرار است در درس گنجانده شوند. اگر خلاها را بشناسیم می‌توانیم آنها را پر کنیم. بسیاری از همکاران من در مورد احتمال اینکه دانشجویان مطلبی را در کتابی جستجو کنند و خودشان آن را یاد بگیرند بدبین هستند (یا شاید واقع‌بین یا بدگمان؟) ظاهراً دانشجویان در نظر بسیاری از ما افراد کودن و بدآموزش‌دیده‌ای هستند که غذا را باید با قاشق در دهانشان گذاشت. این نظر ممکن است گاهی درست باشد ولی اگر باور داشته باشیم که همواره درست است، نخواهیم توانست هیچ چیزی را تغییر دهیم. اگر دانشجویان رشتهٔ بازرگانی آنقدر کندذهن هستند که نمی‌توان حسابان را به آنان آموخت مگر اینکه به‌صورت لقمهٔ جویده در دهانشان گذاشته شود، و اگر آنچه به آنها می‌آموزیم فقط یک مشت فرمول مکانیکی باشد، آیا عاقلانه است که سعی کنیم این درس را به آنها آموزش دهیم؟ بعضی از کتابها بد نوشته شده‌اند و خواندنشان سخت است و بعضی از دانشجویان کند ذهن هستند یا بدآموزش دیده‌اند — ولی ما اگر همیشه «واقع‌بینانه» عمل کنیم و از تلاش برای بهتر کردن وضع خودداری کنیم، مسلماً همواره از بد به سمت بدتر خواهیم رفت.

ریز مواد درسها اگر هوشمندانه طراحی شده باشد کمک بزرگی برای درسهای پیشرفته، درسهای تحصیلات تکمیلی، و نیز درسهای مقدماتی خواهد بود. دانشجویان تحصیلات تکمیلی «با طیب خاطر» به سراغ ما خواهند آمد — بسیار بیشتر از اکثر دانشجویان دورهٔ کارشناسی — و ترس آنها از خودآموزی تا حدی کمتر است. این فهرستها به انتظام درسها کمک می‌کنند (مثلاً قبل از اینکه

درس متغیرهای مختلط را بگیرید بهتر است بدانید که بستار یک مجموعه چیست) و فایده زیادی برای بخشی از نظام امتحانات دارند که درسهای متعددی را در بردارد. یکی از مهمترین بخشها در بیشتر برنامه‌های دوره دکتری، امتحان جامع است و دانشجویان اغلب شکوه دارند که مثلاً جبر را سال قبل با استادی به نام جونز گذرانده‌اند و رابینسون که امسال آن را درس می‌دهد بر مباحث کاملاً متفاوتی تأکید دارد و اوست که سؤالهای امتحان را می‌دهد، اگر هم جونز و هم رابینسون مقید به یک فهرست خوب از مباحث باشند (لااقل به دوسوم آن مقید باشند) بعضی از زمینه‌های این گونه شکایات ممکن است از بین برود.

مشخص بودن ریز مواد برای مدرس هم مفید است، حتی مدرس مسامحه‌کاری که می‌بیند دو هفته به پایان ترم مانده و او هنوز شش هفته لازم دارد تا به پایان برنامه مذکور در فهرست برسد. ولی شما می‌توانید ۱۲ قضیه آخر را در دو هفته، به جای شش هفته، ارائه کنید و حتی شاید این کار را بهتر از وقتی انجام دهید که شش هفته فرصت دارید تا با زحمت زیاد به همه محاسبات بپردازید. نحوه کار به این صورت است. برای هر قضیه، زمینه‌ای را که به آن تعلق دارد، تاریخچه پیدایش قضیه، و انگیزه‌های منطقی و روانشناختی را که باعث جالب بودن آن شده توصیف کنید؛ قضیه را شاید نخست به صورت شهودی و نه‌چندان دقیق. بعداً به‌طور دقیق بیان کنید؛ و بالاخره آن را به کار ببرید — نشان دهید که با چه نتایجی ارتباط پیدا می‌کند و چه نتایجی از آن حاصل می‌شود. هر قضیه دلخواهتان را در نظر بگیرید و تصور کنید که خودتان دارید به آن می‌پردازید — قضیه بنیادی هندسه تصویری یا نظریه گالوا یا حتی حسابان یا، اگر ترجیح می‌دهید، قضایایی با عمومیت کمتر، مثلاً ساده بودن گروههای متناوب یا ساخت تابع کانتور. دانشجویان شما باید بدون دیدن اثباتهای پیچیده و به‌دقت آماده‌شده‌ای که روی تخته بنویسید، کار کنند. آیا به این ترتیب واقعاً چیز زیادی از دست خواهند داد؟ اثباتها را می‌شود در کتابها جستجو کرد. آنچه مشکل‌تر است، یافتن زمینه‌ها، تاریخچه‌ها، انگیزه‌ها و کاربردهاست — کار واقعی مدرسان همین است.

اگر کاری را که شرح دادم انجام دهید، صورت تعدیل‌یافته‌ای از روش مور را به کار برده‌اید — مهم نیست که چرا از برنامه عقب مانده‌اید — خواه به علت اینکه سرکلاس خیلی جوک می‌گفته‌اید یا اینکه در جریان اثباتهای قبلی‌تان گیج و سردرگم می‌شده‌اید، یا اثباتهای قبلی را خود دانشجویان به توصیه شما به روش مور به دست آورده‌اند. این نظر من است و حرف دیگری ندارم. مضمون گفته من در سطور بالا این است که با اندکی انعطاف می‌توانید روش مور را حتی برای تدریس مقدار از پیش تعیین‌شده‌ای از مطالب به کار ببرید. در این صورت، درس شما بسیاری از آن مطالب را خیلی

بهتر از درس مدرسان دیگر دربر خواهد گرفت (یعنی آن قسمتی که دانشجویان شما هدایت شده‌اند که مطالب را خودشان کشف و اثبات کنند)، و بخشی از آن را هم خودتان تدریس خواهید کرد، بدون جزئیات اثباتها در انتهای کار، و به‌نحوی که دانشجویان تعلیم یافته به روش مور به‌خاطر اینکه شما کاری برایشان می‌کنید که به آنها آموزش داده‌اید خودشان انجام دهند، احتمالاً چیزی [از آن تعالیم] از دست ندهند.

چگونه یک فرد حرفه‌ای باشیم

آنا، یکی از منشیهای بخش ریاضی در شیکاگو، یک بار که در یک مهمانی با او ملاقات کردم بعد از اینکه سرش کمی گرم شده بود از کارش شکایت می‌کرد. او تایپ‌بست خوبی بود و هنر حروف‌نگاری فنی ریاضی را بدون زحمت زیاد فرا گرفته بود. اما از هر دقیقهٔ این کار نفرت داشت. شکوه می‌کرد که باید به هر نمادِ جداگانه نگاه کنید، گویهای حروف‌نگاری را [برای تغییر فونتها] دائماً عوض کنید، نیمفاصله‌ها را برای نمادها و اندیسه‌ها بالا و پایین ببرید^۱، و هیچ نمی‌دانید که دارید چکار می‌کنید. می‌گفت: «من زندگیم را صرف بالا و پایین کردن آن چرخ‌دستی لعنتی نخواهم کرد.»

یک بار هم یک ریاضیدان سرشناس که او را برونو می‌نامم از من پرسید: «شما چطور توانستی ده سخنرانی‌ات در کنفرانس CBMS را طوری تنظیم کنی که همه هم‌اندازه باشند؟ آیا این‌طور نیست که بعضی از سخنرانیها بیشتر طول می‌کشد؟ وقتی من این کار را کردم بعضی از سخنرانیهایم ۴۵ دقیقه‌ای و بعضی ۷۵ دقیقه‌ای از آب درآمد.»

اخیراً از کلوین، یکی از همکاران، پرسیدم: «آیا می‌توانی یک دانشجوی تحصیلات تکمیلی را [با اتوموبیل خودت] به سمینار آنالیز تابعی کالج وبش^۲ در این ماه برسانی؟» پاسخ داد: «نه. بهتر است کس دیگری را برای این کار پیدا کنی. من در این ماه دوبار برای سخنرانی در سمینار به خارج شهر رفته‌ام و این مقدار سفر در یک ماه کافی است.»

من هیچ‌یک از این حکایتها را (به‌جز در مورد اسامی) خودم نساختم. چه وجه اشتراکی بین آنها می‌بینید؟ وجه اشتراک آنها به نظرم واضح است، کاملاً به چشم می‌آید، و مرا می‌ترساند. دیدگاه مشترکی که آنا، برونو، و کلوین دارند و بیان می‌کنند، نگرشی رایج و ناشایست است، نگرشی مبتنی بر «من»، این نگرش که «من فقط کارهایی انجام می‌دهم که برای من مهم باشند، و من در نظر خودم مهمتر از حرفه‌ام هستم.»

۱. مقتضیات کار با ماشین‌های تحریر قدیمی

به نظر من هر مکانیک جعبه‌دنده خودرو باید در حد توان خود سعی کند بهترین مکانیک در این زمینه باشد، و پیشخدمتهای رستورانها، رؤسای کالجها، فروشندگان کفش و ناوهکش^۱ها باید هدف خود را رسیدن به کمال در حرفه خویش قرار دهند: در جهت پیشرفت بکوشید و اگر می‌توانید، شرایط را بهتر کنید، و اگر لازم می‌دانید شغل خود را تغییر دهید، ولی تا وقتی ناوهکش هستید، به حمل‌ونقل ناوه‌ها ادامه دهید. اگر می‌خواهید ریاضیکار شوید باید همه اجزای این حرفه را یاد بگیرید و سپس در آن کار کنید، آن را پیشه خود سازید و به بهترین نحوی که می‌توانید با آن سر کنید. اگر مدام از خودتان بپرسید: «از این کار چه چیزی عاید من می‌شود؟» شغل اشتباهی انتخاب کرده‌اید. اگر به دنبال آسایش، پول، شهرت، و افتخار هستید احتمالاً به آنها نخواهید رسید، ولی اگر مدام سعی کنید یک ریاضیکار [با رعایت ملزومات آن] باشید ممکن است به آنها برسید.

هر هنرمندی باید مدیوم [حوزه کاری خاص] خودش را بشناسد و به بهترین نحو ممکن از آن استفاده کند. اگر به نقاشی مینیاتور می‌پردازید، شکایت نکنید که فضای کافی در اختیار ندارید. آن اندازه و ابعاد جزء ذاتی آن مدیوم است. شما آن را می‌پذیرید و با آن سازگار می‌شوید، همان‌طور که با وضعیت تنفس در قله کوه سازگار می‌شوید. چاره دیگری ندارید. به این دلیل است که پرسش برونو به نظرم شبیه این پرسش رسید که چرا مجسمه‌های میکلا آنژ در تونالیته «دو» نیست یا چرا تکرری^۲ مطالبش را به رنگ آبی کبالت نوشته است.^۳ یک بخش اساسی از تعریف هر هنر خلاقه، مدیومی است که این هنر در آن عرضه می‌شود. یک سخنرانی یک ساعته، بنا به معمولترین تعریفش، یک اجرای ۵۰ دقیقه‌ای است نه فصلی از کتاب شما یا شرح کاملی از دستاورد اخیر شما در زمینه آنالیز همساز. وقتی قبول می‌کنید که یک سخنرانی یک‌ساعته ایراد کنید، تلاش می‌کنید که همین کار را به بهترین وجه انجام دهید، با در نظر گرفتن سطح مخاطبان، برآورد کردن احتمال وقفه‌هایی که به‌خاطر پرسشهای حاضران پیش می‌آید، و سازماندهی مطالبی که مناسب این مدیوم است.

من اندرزی به کلونین ندادم، اما اگر چنین می‌کردم، اندرزم از این قبیل می‌بود که شما از فعالیت یا برنامه‌ای مانند سمینار وبش حمایت می‌کنید (درباره این سمینار بعداً توضیح می‌دهم) بدون اینکه حتی درباره آن فکر کنید — این یک جزء جدایی‌ناپذیر از زندگی حرفه‌ای شماست. شما به این‌گونه سمینارها می‌روید همان‌طور که صبحها لباس می‌پوشید، در خیابان برای رهگذری آشنا با مهربانی سر تکان می‌دهید، یا دندانپیتان را شبها قبل از خواب مسواک می‌زنید. گاهی حس می‌کنید که دوست دارید این کارها را بکنید و گاهی نه، ولی همیشه انجام می‌دهید — اینها جزئی از زندگی است

۱. کارگر ساختمانی که ناوه حاوی گل و آجر را حمل می‌کند. ۲. William Thackeray، نویسنده انگلیسی ۳. کل جمله اشاره دارد به شرایط و مقتضیات مختلف حوزه‌های هنری گوناگون.

و اختیاری نیست. انتظار ندارید که اگر انجام دهید پاداش می‌گیرید و اگر ندهید، مجازات می‌شوید – فقط انجام می‌دهید.

فرد حرفه‌ای باید همه جوانب حرفه‌اش را بشناسد و (همه امیدواریم که) دوست داشته باشد و حرفه ریاضی، همانند اغلب حرفه‌های دیگر، اجزا و جوانب زیادی دارد که باید با آنها آشنا شد. برای اشتغال به این کار باید بدانید که چگونه یک نظافتچی، منشی، اهل کسب‌وکار، شرکت‌کننده در همایشها، مشاور آموزشی، مدرس میهمان، و بالاتر و مهمتر از همه، یک دانشور باشید.

در حرفه ریاضی از تخته سیاه استفاده می‌کنید و باید بدانید کدام نوع آن خوب است و بهترین راه و بهترین وقت برای پاک کردن تخته چیست. انواع بسیاری از گچ و تخته‌پاک‌کن وجود دارد؛ آیا شما ترجیح می‌دهید به بدترین نوع آنها اکتفا کنید؟ در برخی از تالارهای سخنرانی و تدریس چاره‌ای ندارید جز اینکه از پروژکتور آموزشی استفاده کنید و اگر برای کار با این دستگاه آمادگی نداشته باشید، مخاطبان شما دچار مشکل خواهند شد. [همین‌طور در مورد] واژه‌پردازها، ماشین‌های تحریر، فلاپی دیسک‌ها، نوارهای غلطگیر – ناآگاهی هرگز قابل ترجیح به راحتی نیست. آیا برای تکثیر نسخه پیش از چاپ مطالب خود باید از دستگاه دیتو^۱ استفاده کنید، یا از مایموگراف^۲، یا مولتی‌لیت^۳، یا زیراکس^۴؟ چه کسی باید درباره این چیزهای پیش‌پاافتاده تصمیم بگیرد، شما یا کسی که هیچ اهمیتی به مواد کار شما نمی‌دهد؟

شما هرازگاهی مورد مشورت قرار می‌گیرید. تولیدکننده‌ای نظر شما را درباره بهترین شکل یک بطری نوشابه می‌پرسد، رئیس دانشکده با شما در مورد وضعیت و جایگاه بخش ریاضی مشورت می‌کند، ناشری جویای نظر شما درباره میزان احتمال فروش یک کتاب درسی پیشنهادی در زمینه همانستگی^۵ فازی می‌شود. آنها احتمالاً افراد بسیار مؤدب و بانزاکتی هستند و حتی صحبتی از پرداخت پول در ازای این خدمت شما به میان نمی‌آورند. در مواردی دیگر، اشاره ظریفی به حق‌الزحمه‌ای به مقدار نامشخص به نشانه سپاس از شما می‌کنند که در آینده پرداخت خواهد شد. آیا با یک جراح، وکیل دادگستری، یا آرشیتکت هم همین‌طور رفتار می‌کنند؟ آیا شما می‌کنید؟ می‌توانید چنین کنید؟

من گاهی وسوسه می‌شوم که به مردم بگویم من یک دکتر واقعی هستم، نه از نوع پزشک، ولی

۱. ditto (نام دستگاه و روش قدیمی برای تکثیر نوشته‌ها) ۲. mimeograph (نام دستگاه و روش قدیمی برای تکثیر نوشته‌ها) ۳. multilith (نام دستگاه و روش قدیمی برای تکثیر نوشته‌ها) ۴. xerox (نام شرکت تولیدکننده دستگاه‌های مدرن فتوکپی که به خود دستگاه هم اطلاق می‌شود)

دورهٔ تحصیلات من خیلی طولانی‌تر از تحصیلات یک حقوقدان و دست‌کم با همان میزان صرف هزینه بوده است؛ وقت و تجربهٔ من به اندازهٔ وقت و تجربهٔ یک آرشیتکت ارزش دارد. در واقع زبان تُندی به کار نمی‌برم ولی از مدتها پیش تصمیم گرفته‌ام وجوه پرداختی به نشانهٔ سپاس^۱ را نپذیرم و دستمزدهایی دریافت کنم که از قبل به‌دقت مشخص شده و مورد توافق قرار گرفته است. من دستمزدهایم را سالها قبل تعیین کردم یعنی در زمانی که تقاضا از من برای داوری کتابها بیشتر و بیشتر می‌شد و من وقت آزاد کافی برای این کار نداشتم. به ناشر درخواست‌کننده می‌گفتم که دستمزد یک دلار به‌ازای هر صفحهٔ تایپی یا ۵۰ دلار به‌ازای هر ساعت کار است، هرکدام که کمتر بشود. گاهی این پاسخ را می‌شنیدم: «متأسفیم؛ ما واقعاً نمی‌توانیم آنقدر زیاد هزینه کنیم»، و در مواردی هم پاسخ این بود: «بسیار خوب. صورتحساب را همراه با گزارشتان بفرستید». نتیجه این شد که کار کمتری از آن نوع اول داشتم و پول بیشتری برای کاری که هنوز هم انجام می‌دهم به دست آوردم. دوستان پزشک، حقوقدان، و آرشیتکت من می‌گویند که هزینه‌ها نسبت به زمانی که من آنها را تعیین کرده‌ام تغییر کرده و حالا وقت آن است که دستمزدها را دو برابر کنم. پاسخهای من، چنانکه پیش‌بینی می‌کنند، همواره یکسان و دوپهلوست: چیزی بین «نه» و «حتماً، البته».

ریاضیدان حرفه‌ای هنگام صرف نهار یا چای دربارهٔ ریاضیات صحبت می‌کند. موضوع صحبت لازم نیست قضیه‌ها و اثباتهای جدید داغ باشد (که بسته به مورد، ممکن است ناراحت‌کننده یا مسرت‌بخش باشد) — بلکه می‌تواند یک نوآوری جدید در آموزش، شکوه از یک ترفند شیطنت‌آمیز و مؤذیانۀ دانشجویی، یا شایعهٔ پیدا شدن خطایی در اثبات قضیهٔ چهار رنگ باشد. در بسیاری از دانشگاههای خوب، سنت دیرینهٔ ناهار همراه با ریاضیات (که معمولاً هرکس غذای خود را به همراه می‌آورد) وجود دارد که جزء بسیار با کیفیتی از محیط علمی است. این برنامهٔ ارتباط اعضای بخش را با یکدیگر حفظ می‌کند و استفاده از ذهنها و حافظهٔ جمع را برای هریک از آنها آسان می‌سازد. من در معدودی از دانشگاهها دستی در برقراری سنت ناهار داشتم که مدتها پس از رفتن من پا گرفت و شکوفا شد.

حرفه‌ایها به سخنرانیهای عمومی، سمینارهای تخصصی، نشستها، کنفرانسها، و کنگره‌های بین‌المللی می‌روند — و برای هریک، عنوان مناسبی به کار می‌برند. حرفه‌ایها یکدیگر را برای ایراد سخنرانی عمومی در دانشگاه خودشان دعوت می‌کنند و میهمان می‌داند — باید بداند — که وظیفه‌اش منحصر به یک سخنرانی مثلاً در ساعت ۴ یا ۵ بعدازظهر روز پنجشنبه نیست. شرکت

۱. honorarium، دستمزدی که مبلغ آن از پیش تعیین نشده و رسماً به‌عنوان هدیه و تقدیر و تشکر پرداخت می‌شود.

در برنامه ناهار که به اعضای دانشگاه میزبان امکان می‌دهد با میهمان ملاقات کنند و در محیطی آرام و خودمانی به گفتگو بپردازند، احتمالاً سمینار درون‌گروهی متخصصان در ساعت ۲ بعدازظهر، قهوه‌خوری پیش از سخنرانی در ساعت ۳، و شام و میهمانی پس از سخنرانی، جزو اجزای اساسی در شرح وظایف میهمان است. به این ترتیب، روز خسته‌کننده‌ای برای میهمان رقم می‌خورد ولی جریان از این قرار است و معنای سخنران عمومی بودن همین است.

گاهی شما فقط یک سخنران عمومی نیستید بلکه به عنوان «میهمان ممتاز» دعوت می‌شوید تا یک هفته کامل را در محل پردیس مربوط بگذرانید، دو سه تا سخنرانی تخصصی ریاضی و یک سخنرانی «عمومی» ایراد کنید و بنیابین سخنرانیها به معاشرت و همسخنی، مشورت، و تعامل با افراد بپردازید. ولی بعضی از این میهمانان ویژه این طور عمل نمی‌کنند بلکه مثلاً برای یک سخنرانی در بعدازظهر دوشنبه به موقع در محل حاضر می‌شوند، شرکت در سمیناری در روز سه‌شنبه در یک دانشگاه خواهرخوانده، به فاصله ۱۱۰ مایلی، را لابلای برنامه می‌گنجانند، روز چهارشنبه دوباره در محل ظاهر می‌شوند تا یک سخنرانی ایراد کنند و نیمی از پنجشنبه را هم در آنجا بگذرانند (که بیشتر صرف صحبت با گروه متخصصان دعوت‌کننده می‌شود) و برای ساعت ۶ بعدازظهر هم بلیط هواپیما گرفته‌اند که برگردند. این نمایش بدی است - قصور و تخلف از وظیفه است - منظور از این دعوت اصلاً این نیست. وقتی بومی‌ری^۱ به بلومینگتون^۲ آمد، من بیشتر سخنرانی اولش را فهمیدم، از سخنرانی دومش تقریباً چیزی دریافتم، و از شنیدن سومی صرف‌نظر کردم (به جایش به نامه‌ها پاسخ دادم) - ولی از حضورش فایده زیادی بردم. سر میز ناهار در روز دوشنبه، صحبت مبسوط او را درباره توابع برخه‌ریخت شنیدم و ضمن صرف قهوه در بعدازظهر چهارشنبه، توضیحاتش درباره حدس موردل را و سر میز شام جمعه‌شب، حدس او را درباره جایگاه احتمالی اویلر و گاوس در صدسال بعد. همچنین درباره موضوعات متفرقه مانند ساعتها و کودکان و ورزش و شراب حرف زدیم. من قدری ریاضیات آموختم و بصیرت اندکی در این باره به دست آوردم که چه چیزی باعث می‌شود یکی از ریاضیدانان برجسته دوران ما چنین رفتار کند. او نقش میهمان ممتاز را به‌شایستگی ایفا کرد نه به این علت که ریاضیدان بزرگی بود (که ممکن است در این مورد مؤثر باشد!) بلکه به این علت که این کار خاص را جدی گرفته بود. چنین رفتاری ناشی از استعداد ریاضی‌اش نبود: ما هم که افراد ضعیف‌تری هستیم می‌توانیم این‌گونه رفتار کنیم.

استعداد ریاضی احتمالاً ذاتی است ولی صرف‌نظر از آن، مهم‌ترین خصلت یک ریاضیدان

حرفه‌ای واقعی، دانش‌پژوهی و دانشوری است. فرد دانشور همواره در حال مطالعه است، همواره آماده و مشتاق آموختن است. ارتباطات مبحث تخصصی خودش با کل موضوع را خوب می‌شناسد؛ نه فقط از جزئیات فنی آن مبحث بلکه از تاریخچه و موقعیت فعلی آن آگاه است؛ دربارهٔ دیگرانی که در همان زمینه کار می‌کنند و اینکه تا کجا پیش رفته‌اند اطلاع دارد. نوشتگان زمینهٔ مربوط را می‌شناسد و در این مورد به هیچ‌کس اعتماد نمی‌کند: خودش مقالهٔ اصلی را واری می‌کند. اطلاعات دست اولی نه فقط از محتوای علمی آن بلکه همچنین از تاریخ آن اثر، نحوهٔ ضبط نام نویسنده، و نشانه‌های سجاوندی در عنوان مقاله کسب می‌کند. اصرار دارد هر یک از جزئیات هر مرجعی را به‌طور کاملاً مستقیم دریابد. او می‌کوشد دیدگاه گسترده‌ای داشته باشد. هیچ‌کس نمی‌تواند بر همهٔ ریاضیات مسلط شود اما فرد دانشور می‌تواند تصویری کلی از همهٔ آن به دست آورد، بدانند اجزای آن چیستند و جایگاه هر یک در کل موضوع چیست.

اینها چیزهایی، بخشی از چیزهایی، هستند که [طرز فکر و رفتار] یک فرد حرفه‌ای را تشکیل

می‌دهند.

Mathematical Culture and Thought

Volume 43, Number 1, Spring/Summer 2024, Pages 329–350

doi: 10.30504/mct.2024.427

I Want to be a Mathematician (trans. pp. 253-269)*

P. R. Halmos

Translated by S. Kazemi¹

Information Centre of IPM, IPM, Iran

Abstract. This is a translation of some parts of Chapter 12 in *I Want to be a Mathematician* (1985), by Paul R. Halmos.

Keywords: the Moore method, syllabus, professional mathematician

Article history: Recieved 31 July 2024; Accepted 31 August 2024

Article type: translation

* Halmos, Paul, R., *I Want to be a Mathematician*, Springer-Verlag, New York, 1985.

1. skaazemi@yahoo.com