

بازگردانی اطمینان به مفید بودن رشتهٔ ریاضی با آموزش ریاضیات مفید به دانشجویان کارشناسی*

تی. جی. جارویس
ترجمهٔ زینب سلطانی

چکیده. این مقاله دربارهٔ چرایی و چگونگی ایجاد رشتهٔ جدیدی به نام «ریاضیات کاربردی و محاسباتی» در دانشگاه بریگم یانگ است که به منظور ایجاد انگیزهٔ بیشتر و بازگرداندن اطمینان بیشتر از مفید بودن رشتهٔ ریاضی برای دانشجویان تأسیس شده است. برنامهٔ درسی آن طوری است که دانشجویان شادتر و بیشتری جذب کند و همچنین انگیزهٔ همکاری ایجاد کند، توانایی دانشجویان را برای یادگیری بهبود دهد، توانایی و اعتمادبه‌نفس را برای حل مسائل دشوار ایجاد کند، و فرصت‌های شغلی بهتری را برای فارغ‌التحصیلان آن به ارمغان آورد. — م.

۱ اعتماد از دست‌رفته

ریاضیات عمیقاً زیبا و مفید است. با این حال، حتی وقتی موفق می‌شویم زیبایی ریاضی را به مردم نشان دهیم، بسیاری از آن‌ها برای ریاضیات ارزشی فراتر از این زیبایی قائل نیستند. همه می‌دانند که ریاضی یک‌طوری در یک‌جایی درون رایانه کاربردی دارد که بعضی‌ها قبول دارند که مفید است، ولی عموم مردم واقعاً باور ندارند که ریاضیات سودی برای آن‌ها دارد. آن‌ها اطمینانی به سودمندی ریاضیات ندارند.

عبارات و کلمات کلیدی: رشتهٔ ریاضیات کاربردی و محاسباتی، واحد درسی گروهی، آزمایشگاه‌های کامپیوتر، علوم داده، برنامه‌ریزی درسی

نوع مقاله: ترویجی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۵/۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱/۱۸

*Jarvis, T. J., , Restoring confidence in the value of mathematics by teaching undergraduates math they will use, *Notices Amer. Math. Soc.*, 70 (2023), 105-113.

دانشجویان در حین تدریس مفاهیم مشکل ریاضی یا وقتی موضوع برای آن‌ها جذابیت کافی را ندارد بی‌معطلی این سؤال همیشگی را می‌پرسند: «کی قرار است از این استفاده کنم؟!».

۱.۱ نظر دانشجویان رشته‌های ریاضی

اما دانشجویان رشته ریاضی حتماً از مفید بودن ریاضیات آگاه هستند، درست است؟ نه واقعاً. حدود ده سال پیش تصمیم گرفتیم نظر دانشجویان رشته ریاضی را در این زمینه جویا شویم تا راه بهتری برای جذب دانشجویان بیشتری به این رشته پیدا کنیم. از آن‌ها پرسیدیم: «چرا رشته ریاضی را انتخاب کرده‌اید؟» و «به نظر شما چرا دانشجویان رشته‌های دیگر این رشته را انتخاب نکرده‌اند؟» پاسخ آن‌ها این بود که «من این رشته را دوست دارم اما می‌دانم که به‌جز تدریس شغل دیگری نخواهم داشت. گمان کنم بهتر است که کاری را انجام دهم که الان دوست دارم و نگرانی برای شغل بماند برای بعداً.»

قاعدتاً نمی‌بایست پاسخ‌های دانشجویان تعجب‌برانگیز باشد ولی من از جواب آن‌ها دچار حیرت شدم. من گمان می‌کردم که دانشجویان رشته ریاضی با کاربردهای ریاضی و مشاغل مرتبط با آن آشنا هستند. فارغ‌التحصیلان موفق با مشاغل مرتبط با ریاضی داشته‌ایم ولی دانشجویان با آنان آشنا نبودند و صرفاً برای لذت بردن از ریاضیات این رشته را انتخاب کرده بودند. به این ترتیب متوجه شدیم که دانشجویان رشته ریاضی هم هیچ اطمینانی به سودمندی ریاضیات ندارند.

۲.۱ هزینه بی‌اعتمادی

اطمینان نداشتن به سودمندی ریاضیات یک مسئله جدی است دست‌کم به چهار دلیل:

۱. باعث انحراف منابع می‌شود. منابع مالی، ردیف‌های بودجه دانشکده، و منابع دیگر به سمتی هدایت می‌شوند که مدیران و تصمیم‌گیرندگان دانشگاه معتقدند بیشترین بازدهی را ایجاد می‌کند. حال اگر برون‌دادهای گروه ریاضی را ارزش افزوده در نظر نگیرند، ما منابع مالی را از دست می‌دهیم. این امر برای ریاضیات و استادان و دانشجویان بد است. در مقابل این طرز فکر، دانشگاه محل خدمت من تعداد بیشتری عضو هیئت علمی و منابع دیگری را در اختیار گروه قرار داده است زیرا ما نسبت به ارزش ریاضیات اعتماد ایجاد کرده‌ایم و توانسته‌ایم دانشجویان بیشتر و شادتری جذب کنیم.
۲. باعث آسیب زدن به یادگیری می‌شود. چنانچه دانشجویان باور داشته باشند که از ریاضیات چیزی عاید آن‌ها خواهد شد، تمایل بیشتری برای یادگیری آن خواهند داشت.

درک دانشجویان از زیبایی ریاضیات به اندازه استادان نیست و اگر سودمندی ریاضیات را درک نکنند، تا چه وقت می‌توان مدام به آن‌ها گفت «به من اعتماد کن، به این رشته علاقه پیدا می‌کنی»، قبل از آنکه این رشته را رها کنند؟

۳. باعث فراری دادن «آینده‌سازان» می‌شود. بسیاری از دانشجویان به نیت متحول کردن دنیا به دانشگاه می‌آیند. اگر ریاضی برای آن‌ها زیبا باشد ولی غیرمفید، وارد این رشته نخواهند شد. ریاضی‌دانان ابزارهای قدرتمندی برای غلبه بر فقر، درمان بیماری‌ها، و عادلانه‌تر کردن جهان دارند. از دست دادن چنین دانشجویانی از سویی، به این معنا خواهد بود که در مقایسه با سایر رشته‌ها، در رشته ریاضی دانشجویان خوب کمتری خواهیم داشت و از سویی دیگر، دستیابی به اهداف ترسیم‌شده دشوارتر خواهد شد، زیرا افرادی که سروکار آن‌ها با دانشجویان است ابزار مورد نیازشان را نخواهند داشت.

۴. باعث خارج شدن افراد زیادی از دایره این رشته می‌شود. عدم اعتماد دانشجویان تعداد زیادی از دانشجویان را از این رشته حذف کرده است زیرا تنها تعداد اندکی از ممتازان، سال‌های دانشگاه خود را صرفاً برای لذت بردن از رشته تحصیلی می‌گذرانند و از آینده شغلی خود چشم‌پوشی می‌کنند.

۳.۱ راه‌حل اشتباه: فقط تبلیغات

مسلماً ریاضیات سودمند است حتی برای کسانی که می‌خواهند با مدرک کارشناسی ریاضی شغلی پیدا کنند. در زمان انجام این پژوهش برخی از دانشجویان ما دنبال کار می‌گشتند؛ کارهایی که به ریاضیات ربط داشته باشد. ما ریاضی‌دانان زیادی را می‌شناختیم که شغل‌های خوبی مرتبط با ریاضیات در شرکت‌های مهمی داشتند. با خود گفتیم که شاید فقط کافی است این مشاغل را به دانشجویان معرفی کنیم. به آن‌ها درباره مشاغل رایج مرتبط با ریاضیات از جمله مهندسی، علم بیمه، اطلاعات و امنیت ملی، و علوم مالی اطلاعاتی دادیم. همچنین درباره مشاغل جدیدتر مرتبط با ریاضی در جاهایی مثل گوگل، آمازون، لینکدین، و پیکسار نیز صحبت کردیم.

این کار اثربخش بود و تعداد رشته‌های ریاضی شروع به افزایش کرد. اما این کار اشتباه بود زیرا کماکان بسیاری درباره ارزش و جایگاه ریاضی تردید داشتند، و مهم‌تر آنکه این کار در کمال صداقت نبود. دانشجویان حق داشتند که شک کنند.

درست است که خیلی از فارغ‌التحصیلان ما آن شغل‌ها را به دست آورده بودند، اما واقعاً این

امر ربطی به دروس ریاضی‌ای که به آن‌ها تدریس شده بود نداشت. شاید مشاغل خود را تا اندازه‌ای به دلیل مهارت‌های حل مسئله و تفکر انتقادی حاصل از تحصیل در رشته ریاضی به دست آورده باشند. اما در بیشتر موارد شغل خود را به واسطه گذراندن چند درس علوم کامپیوتر به دست آورده بودند. آن‌ها ابداً کارشان را به دلیل توانایی در انجام دستی عملیات‌های پیچیده ماتریسی یا دانششان از دامنه‌های تجزیه یکتا و قانون تقابل درجه دوم به دست نیاورده بودند.

ما در همین حین نیز از فارغ التحصیلان خود که در شغلشان از ریاضی استفاده می‌کردند – البته نه ریاضیاتی که در مقطع تحصیلی خود یاد گرفته بودند – نظرسنجی کردیم و آن‌ها می‌گفتند: «ای کاش، رشته تحصیلی‌ام مرا برای کارم بهتر آماده می‌کرد».

۴.۱ راه‌حل بهتر: وفای به عهد

این کار به نظر راه‌حل بهتری می‌آید. بهتر است به قولی که به دانشجویانمان درخصوص مفید بودن ریاضیات داده‌ایم عمل کنیم. منظورم این است که باید به دانشجویانمان ریاضیاتی را تدریس کنیم که آن‌ها بتوانند عملاً از آن استفاده کنند و تأمین‌کننده ابزارها و مهارت‌های لازم برای شغل آینده آن‌ها باشد. وقتی به این وعده عمل کنیم، راه تبلیغ حرفه‌ها باز می‌شود، و به این ترتیب حرف ما را باور می‌کنند چون درست از آب در آمده است.

بگذارید روشن‌تر منظورم را بگویم. منظورم راه‌اندازی برنامه آموزش مشاغل نیست. مسلماً آموزش عمیق و بنیادی در عرصه ریاضیات دقیق و تفکر انتقادی (که اغلب «آموزش عمومی» نامیده می‌شود) امری شگفت‌انگیز است، و ما نباید آن را رها کنیم. اما حرف من گنجاندن ریاضیاتی در برنامه سنتی آموزش رشته ریاضی است که عملاً در دنیای واقعی به کار می‌آید، خواه محاسبات باشد، خواه زیست‌شناسی، مهندسی، فیزیک، علم اقتصاد، یا علوم داده.

چیزی که امیدوارم بتوانم شما را درباره آن متقاعد کنم این است که می‌توان به وعده مفید بودن ریاضیات عمل کرد، می‌توان ریاضیات را طوری آموزش داد که دانشجویان عملاً از آن استفاده کنند، و بتوانند آن را به کار ببرند بی‌آنکه اهداف آموزش آزاد سنتی و بخش‌های محبوب ما از ریاضیات از دست برود. به‌علاوه، همان‌طور که خواهم گفت، این کار بدون کمترین تلاش از طرف مدرسان یا بازآموزی آن‌هایی که تخصص اصلیشان ریاضی محض است شدنی است.

۲ ریاضیاتِ کاربردی ریاضیاتِ خوبی است

بعضی از شما، مثل من، زیر دست پیروان صادق مذهب بورباکی، هاردی، و هالموس بزرگ شده‌اید. آن‌ها به من یاد دادند که به بی‌استفاده بودن و «خلوص» ریاضیاتم افتخار کنم و، به اشتباه، باور داشته باشم که فقط ریاضیات محض است که زیبا، جالب، چالش‌برانگیز، یا دقیق است. اما پس از بیست سال کار در زمینه ریاضیات محض، سرانجام کمی دقیق‌تر به ریاضیات کاربردی نگاه کردم و در کمال تعجب متوجه شدم که ریاضیات کاربردی نیز درست مثل ریاضیات محض زیبا، جالب، چالش‌برانگیز، و دقیق است.

اولین باری که متوجه شدم چگونه می‌توان با استفاده از تبدیل سریع فوری به سرعت یک تقریب چندجمله‌ای چیشف درجه پایین برای هر تابع هموار دلخواه به دست آورد بهت زده شدم. ترکیبی باشکوه از ایده‌های زیبا است، و به‌طور حیرت‌آوری به کار می‌آید. اگر هنوز آن را ندیده‌اید، بروید و به آن نگاهی کنید؛ چیز فوق‌العاده‌ای است. برای جزئیات بیشتر به [۹، فصل ۳] یا [۴، بخش ۵.۹] مراجعه کنید. چیزهای دیگری که در ریاضیات کاربردی زیبا یافته‌ام عبارت‌اند از قضیه نوتر درباره تقارن و قوانین بقا؛ نمونه‌گیری تامپسون برای بهینه‌سازی بده‌بستان بین اکتشاف و بهره‌برداری در مسئله بازیکن چندگزیننده دارا^۱؛ و الگوریتم متروپلیس-هیستینگز^۲ برای روش‌های مونت‌کارلوی زنجیره مارکوف.

ریاضیات کاربردی علاوه بر اینکه زیبا و مفید است، این ظرفیت را دارد که به‌گونه‌ای تدریس شود که دست‌کم به اندازه برنامه درسی سنتی، دقیق و چالش‌برانگیز باشد و مانند رشته ریاضی سنتی یا حتی بهتر از آن توانایی ریاضی و مهارت‌های تفکر انتقادی را در دانشجویان پرورش دهد. به‌عنوان شاهدی برای این ادعا، اجازه دهید از فارغ‌التحصیلان مقطع کارشناسی دانشگاه بریگم یانگ برای شما بگویم که عنوان رشته تحصیلی آن‌ها را «ریاضیات کاربردی و محاسباتی» (ACME)^۳ نامیده‌ایم [۱].

۳ «ریاضیات کاربردی و محاسباتی»

رشته ACME را همچون راهی برای تحقق وعده مفید بودن ریاضیات به دانشجویان خود راه‌اندازی کردیم. این رشته جدید زاینده فکر جف هامفریز^۴ و نتیجه تلاش بسیاری از افراد از جمله جف هامفریز،

1. multi-armed bandit problem 2. Metropolis-Hastings 3. Applied and Computational Mathematics Emphasis 4. Jeff Humpherys

امیلی اوونز^۱، جرد وایتهد^۲ و من، همراه با تعداد زیادی از همکاران دیگر و حمایت سخاوتمندانه بنیاد ملی علوم است. از زمانی که این طرح را آغاز کردیم، دانشگاه به گروه ما اعضای هیئت علمی بیشتر و منابع مالی دیگری نیز داده است زیرا ما دانشجویان بیشتر و شادتری جذب کرده‌ایم. منظورم از صحبت دربارهٔ تأسیس این رشته این نیست که بگویم همه باید دقیقاً همان کاری را انجام دهند که ما داریم انجام می‌دهیم؛ مراکز آموزشی با یکدیگر تفاوت دارند و لازم است هرکس روش مخصوص خودش را در پیش بگیرد. اما امیدوارم این نوشته دلیل خوبی برای این فکر باشد و راه‌هایی را برای انجام این کار به شما نشان دهد. همچنین امیدوارم تدبیرهایی که ما اندیشیده‌ایم برای شما مفید باشد.

۱.۳ ریاضیات قرن بیست و یکم

اولین پرسشی که با آن مواجه شدیم این بود که «چه نوع ریاضیاتی را باید آموزش دهیم؟» ریاضیات کاربردی سنتاً بر مسائل ماده و انرژی تمرکز داشته است؛ تا آن حد که در سال ۱۹۹۸ آرنولد تأکید می‌کرد که ریاضیات بخشی از فیزیک است [۲]. اما بیشتر فارغ‌التحصیلان و مخاطبان صنعت به ما می‌گفتند که ریاضیات مورد استفادهٔ آن‌ها کمتر دربارهٔ ماده و انرژی است و بیشتر دربارهٔ اطلاعات، داده‌ها، و محاسبات است.

تصمیم‌گیری در مورد اینکه آیا ریاضیات بخشی از فیزیک است یا خیر را به عهدهٔ خودتان می‌گذارم، اما مسلم است که ریاضیات مربوط به اطلاعات و داده‌ها لازم است بخش عمدهٔ هر برنامهٔ درسی جدید در ریاضیات کاربردی باشد. این بدان معنا نیست که ریاضیات کاربردی سنتی را کنار بگذاریم، بلکه باید هدف آن را طوری گسترش دهیم که تمرکز اصلی آن بر روش‌های داده‌مبنا، مدل‌سازی، و الگوریتم‌ها باشد. این موضوعات سه جزء اصلی ریاضیات کاربردی هستند که واینن در [۱۰] تعیین کرده است.

۲.۳ ریاضیات، نه علم داده

لازم است تأکید کنم رشتهٔ ACME نوعی مدرک در علم داده نیست. این رشته تحصیلاتی منظم در نظریه و کاربرد ریاضیات کاربردی و محاسباتی است.

کاری که ما در ACME انجام می‌دهیم مرتبط با علم داده است، اما فقط علم داده نیست. حدود یک‌چهارم از دانشجویان ما وارد مشاغل مرتبط با علوم داده یا دورهٔ تحصیلات تکمیلی در رشتهٔ

علوم داده می‌شوند. اما دیگر دانشجویان ما وارد بسیاری از مشاغل دیگر و دوره تحصیلات تکمیلی دیگر در بسیاری از رشته‌های دیگر نیز می‌شوند، از جمله ریاضی محض، ریاضی کاربردی، اقتصاد، امور مالی، زیست‌شناسی، فیزیک، مهندسی، علوم کامپیوتر، و آمار. این دانشجویان در آن دوره‌ها هم می‌درخشند زیرا درک عمیق و دقیقی از ریاضیات دارند. یکی از فارغ‌التحصیلان ما که اکنون در مقطع دکترای زیست‌شناسی است درباره تأثیر رشته ACME در ادامه دادن تحصیلاتش می‌نویسد: «من هر روز با یادگیری ماشین سروکار دارم و روش‌های هم‌شکل برای مسائل من همیشه کارآمد نیستند. لازم است من توانایی خواندن و فهمیدن مقاله‌های علمی و ریاضی را داشته باشم و عملاً بفهمم که چگونه هر بخش مدل‌سازی با یادگیری ماشین با هم جور در می‌آیند. داشتن درکی از مبنای ریاضی این مباحث در عمل به من اعتماد به نفس می‌دهد تا چیزهای مختلفی را امتحان کنم و به خودم نگویم که در اینجا مفاهیم ریاضی مرموزی وجود دارد که من نمی‌فهمم و اگر تلاش هم می‌کردم نمی‌توانستم آن‌ها را بفهمم.» — کارل رینگر^۱، فارغ‌التحصیل ۲۰۲۱

بعضی از دانشجویان اول تصور می‌کنند که به آموزش بیشتر علم داده و آموزش کمتر ریاضیات نیاز دارند، اما به مرور زمان به اهمیت آموزش اصولی ریاضیات پی می‌برند. اخیراً رایانامه‌ای با مضمون زیر از یکی از فارغ‌التحصیلان به دستم رسید که هم‌اکنون دانشجوی دکترای علوم شبکه در دانشگاه نورت‌ایسترن است: «نمی‌توانم بگویم که چقدر خوشحالم که تحصیلات من در زمینه ریاضیات نظری بوده و نه صرفاً دانستن کار با NumPY و scikit-learn^۲. از اینکه علی‌رغم غرزدن‌های ما باز هم صبوری می‌کردید و همیشه مشوق ما در یادگیری ریاضی با این وسعت و در این حد بالا بودید سپاسگزارم.» — کوری گلاور^۳، فارغ‌التحصیل ۲۰۱۹

۴ ویژگی‌های کلیدی ACME

از دیدگاه من ویژگی‌های کلیدی برنامه ACME عبارت‌اند از:

۱. برنامه درسی چالش‌برانگیز و جدی در زمینه ریاضیات؛
۲. واحدهای درسی هماهنگ^۴ برای دانشجویان سال‌های سوم و چهارم؛
۳. آزمایشگاه‌های کامپیوتری برای کلیه کلاس‌های نظری پیشرفته؛
۴. انتخاب یک تخصص توسط دانشجویان در حوزه کاربردی.

۲. اصطلاحاتی در پایتون. - م.

دو سال اول این برنامه درسی مانند رشته ریاضی سنتی است و شامل پیش نیازهای اولیه ریاضی و برنامه نویسی کامپیوتری است. اما در سال‌های سوم و چهارم، دانشجویان در یک واحد درسی گروهی ثبت نام می‌کنند که مبتنی بر دروس پایه هسته با ریاضیات قوی است و هر ترم متشکل از دو کلاس نظری و دو کلاس آزمایشگاهی، پنج روز در هفته و هر روز دو ساعت است، به مدت چهارم ترم. همچنین، دانشجویان در زمینه‌های کاربردی چهار یا پنج واحد درسی «تخصصی» را انتخاب می‌کنند. در ادامه، درباره هریک از این‌ها به‌طور مبسوط توضیح می‌دهیم.

۱.۴ برنامه درسی چالش برانگیز

برنامه درسی ACME دست‌کم به اندازه رشته سنتی ریاضیات عمیق و پرزحمت است. این برنامه درسی بر پایه یک سری دروس اصلی پایه با سطح ریاضی بالا بنا شده است که با مجموعه تکالیف یا آزمایشگاه‌های روزانه (پنج روز در هفته) همراه است. جزئیات برنامه درسی هر دوره را می‌توانید در وبگاه <https://acme.byu.edu/> مشاهده کنید.

می‌دانم برخی از دانشکده‌ها به فکر اضافه کردن یک برنامه درسی علوم داده یا ریاضی کاربردی افتاده بودند که از رشته سنتی ریاضی زحمت کمتری داشته باشد. توصیه اکید من برعکس است. اول اینکه ابزارهای ریاضی قدرتمندند، و کسانی که از آن‌ها استفاده می‌کنند باید به خوبی آگاه باشند که چرا این ابزارها به کار می‌روند و همچنین باید بدانند چه زمانی و چرا کارایی ندارند. علاوه بر این، یک برنامه درسی چالش برانگیز هم برای دانشجویان و هم برای آن دوره منافع زیادی دارد.

مزایای یک برنامه درسی چالش برانگیز واضح‌ترین مزیت یک چنین برنامه‌ای این است که دانشجویان بیشتر یاد می‌گیرند، ولی علاوه بر این، یک برنامه درسی چالش برانگیز دانشجویان را جذب می‌کند، انگیزه همکاری ایجاد می‌کند، توانایی دانشجویان را برای یادگیری پرورش می‌دهد، توانایی و اعتماد به نفس برای حل مشکلات دشوار را ایجاد می‌کند، و فرصت‌های شغلی بهتری را برای فارغ التحصیلان به ارمغان می‌آورد.

دانشجویان خواهان چالش هستند. دانشجویان با توجه به ماهیت چالش برانگیز برنامه درسی ACME جذب آن می‌شوند؛ آن‌ها دنبال چیزهای ضعیف و سطحی نیستند. در اینجا دو نمونه موردی از ارزیابی دانشجویان را، بدون ذکر اسم، در این باره می‌آوریم. «من ACME را انتخاب کردم؛ زیرا این برنامه مرا به چالش می‌کشد». «جذاب‌ترین و طاقت‌فرساترین چالش ذهنی زندگی من. عاشقش هستم».

روحیه همکاری را ارتقاء می‌دهد. یکی دیگر از مزایای بزرگ این برنامه چالش برانگیز این است که به دانشجویان انگیزه می‌دهد با هم‌کلاسی‌های خود همکاری کنند. ما گام‌های موثر بسیاری برای تقویت همکاری بر می‌داریم، و نظام واحدهای گروهی ما بخش اصلی این اقدام است (بخش ۲.۴ را ببینید)، اما خود این برنامه درسی دشوار نیز به ارتقاء روحیه همکاری کمک می‌کند. دلایل را از زبان یکی از دانشجویان بشنوید: «من هرگز پیش از ACME از کار با دانشجویان دیگر لذت نمی‌بردم، اما الان این کار را ترجیح می‌دهم چون با کمک کردن به دیگران، خودم هم مطلب را بهتر و با کمک آن‌ها سریع‌تر یاد می‌گیرم. انتظارات بالایی که در این موقعیت وجود دارد باعث شکل‌گیری سریع عادات خوب در من می‌شود که در غیاب آن انتظارات تلاشی برای آن‌ها نمی‌کردم. چون حجم کارهایی که باید انجام می‌دادم بیش از توان فردی من بود، کار گروهی با دیگران را پذیرفتم. سختی برنامه ACME به من روش یادگیری را آموخت و به من فرصت همدلی و همراهی با هم‌گروهی‌هایم را داد. از آنجاکه حجم تکالیف ما زیاد بود - همگی - به معنای کار کردن در شرایط سخت و لذت تلاش برای برآورده کردن اهداف والا پی بردیم.» - کالتون بالدوین^۱، فارغ‌التحصیل ۲۰۲۱

دانشجویان یاد می‌گیرند چگونه یاد بگیرند. یکی دیگر از مزایای برنامه درسی چالش برانگیز این است که دانشجویان یاد می‌گیرند که چطور مطالب را سریع‌تر و مؤثرتر یاد بگیرند. دانشجویان و فارغ‌التحصیلان اغلب درباره این مسئله صحبت می‌کنند که چگونه برنامه ACME باعث شده است که آن‌ها بهتر یاد بگیرند، و با سرعت بیشتری افکار، الگوریتم‌ها، و روش‌های جدیدی را که همکارانشان با آن‌ها دست‌وپنجه نرم می‌کنند فرا بگیرند. نقل‌قول زیر از یکی از افرادی است که تازه فارغ‌التحصیل شده است: «ریاضیات همیشه نقطه‌ضعف من بوده است، ولی حالا با داشتن آن بسیار توانمندتر شده‌ام. اما چیزی که بسیار بهبود یافته است توانایی من در فهم انبوه اطلاعات جدید است. ریاضیات من را برای یادگیری سریع‌تر و مؤثرتر مطالب دیگر آماده کرد. من برای زندگی آماده شده‌ام و همیشه شور و شوق آموختن دارم.» - لی وودساید^۲، فارغ‌التحصیل ۲۰۲۲

دانشجویان یاد می‌گیرند مسائل دشوار را حل کنند. برنامه درسی چالش برانگیز به ایجاد توانایی و اعتماد به نفس دانشجویان برای حل مسائل دشوار نیز کمک می‌کند. در اینجا نظر یکی از دانشجویانی را که در حال تحصیل است نقل می‌کنیم: «با وجود ACME من دیگر از ریاضیات نمی‌ترسم؛ ریاضیات از من می‌ترسد. قدردان راهی هستم که این برنامه جلوی پای من گذاشت و باعث شد من بتوانم مسائل را با اطمینان حل کنم.» - سام گلدراپ^۳، فارغ‌التحصیل ۲۰۲۳

جملات زیر گفته‌های یکی از فارغ‌التحصیلان برنامه ACME است که در حال حاضر سرگرم رساله دکتراي خود در دانشگاه رایس است با موضوع کاربردهای یادگیری عمیق در تصویربرداری پزشکی. «چون دائماً تحت فشار سرعت بالای ACME بودم، از خودم مطمئن شده بودم که می‌توانم نتایج پژوهش‌های یادگیری عمیق را در زمینه فیزیک تصویربرداری به کار ببرم؛ زمینه‌ای که در آن هیچ اطلاعات قبلی نداشتم.» – مک‌کل وودلند^۱، فارغ‌التحصیل ۲۰۱۸

کارفرمایان خواهان فارغ‌التحصیلان رشته ACME هستند. مهارت‌هایی که فارغ‌التحصیلان این رشته دارند آن‌چنان زیاد است که اگر کارفرمایی یکی از آن‌ها را استخدام کند، اغلب دنبال بقیه آن‌ها هم می‌آید. گزیده‌ای از رایانامه اخیر یکی از کارفرمایان را که در صدد استخدام فارغ‌التحصیلان بیشتری در رشته ACME است نقل می‌کنم: «دوره‌های زیادی وجود دارد که ادعا می‌کنند دانشجویان را برای مشاغل علوم داده آماده می‌کنند و فقط آن‌ها را به طرز تأسف باری ناوارد به بازار کار می‌فرستند. ... اما دانشجویان ACME مصاحبه‌های فنی ما را به خوبی پشت سر گذاشته‌اند و نشان داده‌اند که توانایی حل مسائل سخت را دارند.»

و تجربه یکی از فارغ‌التحصیلان در این باره: «سرپرستان فنی شرکت که من را دیده‌اند حالا دنبال دانشجویان ACME به عنوان اولین گزینه استخدام هستند.» – وسلی استیونز^۲، فارغ‌التحصیل ۲۰۱۸

مشکلات یک برنامه درسی چالش برانگیز نمی‌خواهم این‌گونه القاء کنم که یک برنامه درسی چالش برانگیز بدون مشکل است. از جمله مشکلات آن خطر مرعوب شدن دانشجویان یا ابتلا به سندرم دغل باز است. اما واحدهای گروهی تعبیه شده (به بخش ۲.۴ مراجعه کنید) و همچنین استفاده از اقدامات آماده‌سازی واقع بینانه به کاهش آن کمک می‌کنند. به احتمال زیاد اگر به دانشجویی بگوییم که پیشیناز لازم «داشتن دانش کافی در آنالیز ریاضی» است او احساس ناتوانی بیشتری می‌کند تا اینکه به او بگوییم پیشیناز لازم «نمره خوب یا عالی در درس مبانی آنالیز» است. همچنین، اعضای هیئت علمی گروه ACME و دستیاران آموزشی صریحاً به دانشجویان درباره سندرم دغل باز، علت آن و راه غلبه بر آن، آموزش می‌دهند.

این مشکل در جهت معکوس نیز رخ می‌دهد، وقتی با دانشجویانی روبه‌رو می‌شویم که دچار مینیت و افکار مخرب شده‌اند و تصور می‌کنند که بهتر از دانشجویانی هستند که در رشته ACME تحصیل نکرده‌اند و یا حتی بهتر از دانشجویانی هستند که در این برنامه خوب درس نخوانده‌اند. اینجا

هم آموزش مستقیم بسیار مؤثر است، و بسیاری از دانشجویان متوجه می‌شوند که اگر یک کاری (مثلاً استدلال ریاضی) را خوب بلد باشند، لزوماً در کارهای دیگر (مثلاً برنامه‌نویسی کامپیوتری) خیلی ماهر نیستند. وقتی دانشجویی برای مشکلات درسی‌اش نیاز به کمک پیدا می‌کند یا از هم‌کلاسی‌های خود کمک می‌گیرد باعث می‌شود که او در کارهایی که جلوتر از دیگران است رفتاری متواضع‌تر و دلسوزانه‌تر داشته باشد.

گاهی اوقات دانشجویان مشکل مدیریت زمان را دارند و یا گرفتار دام فروعیات هستند: یعنی تمرکز بیش‌از حد روی یک مسئله و نداشتن یک تصویر کلی از موضوع یادگیری. در این موارد استادان و دستیاران آن‌ها می‌توانند با آموزش راهبردهای بهتر در یادگیری و ایجاد عادات خوب در مطالعه تا حدودی مؤثر باشند، اما گاهی اوقات باید دانشجویان این‌گونه توانمندی‌ها را از طریق تجربه بیاموزند.

اعضای هیئت علمی و دستیاران ما مرتباً با هم جلسه دارند تا درباره روش‌های آموزش بهتر و کمک‌های دیگر به دانشجویان در این خصوص تبادل نظر کنند. رسیدگی به مسائل مختلف از این دست وقت و توجه اعضای هیئت علمی گروه و دستیاران آن‌ها را مصروف خود کرده است. با این حال این کار ارزش آن را دارد و مزایای قابل توجهی برای دانشجویان ما به همراه دارد.

«کار سخت اما بسیار مؤثری است.» – جسی کسلاس^۱، فارغ‌التحصیل ۲۰۱۷

۲.۴ واحدهای درسی گروهی

واحدهای درسی گروهی در ترم پاییز سال دوم شروع می‌شود و بخش مهمی از تحصیل در رشته ACME است. دانشجویان به مدت دو سال تحصیلی هر روز دو ساعت با هم‌کلاسی‌هایشان درس‌هایی را می‌گذرانند و با هم در اتاق‌های مطالعه مشترک درس می‌خوانند. همچنین آن‌ها یک تعدادی فعالیت‌های اجتماعی را با هم برگزار می‌کنند.

فواید واحدهای درسی گروهی. واحدهای درسی گروهی فواید بسیاری هم برای دانشجویان دارد و هم برای خود این رشته. از جمله این فواید بهره‌بردن از ارتباطات متقابل بین دروس مشابه، ایجاد فضای کار تیمی و همکاری، و تربیت دانش‌آموختگان وفادار و مشتاق است.

باعث تقویت ارتباطات متقابل می‌شود. می‌توان از طریق واحدهای درسی گروهی از ارتباطات متقابل بین دروس «همزاد» مشابه بهره برد. برای نمونه، دانشجویان در یک درس با پایه‌های متعام

و تصویرهای خطی آشنا می‌شوند و در درس همزادش از این مفاهیم برای فهم سری‌های فوریه استفاده می‌کنند. به‌عنوان مثالی دیگر، در یک درسی با اصل نگاشت‌های انقباضی یکنواخت آشنا می‌شوند و در درس دیگر از آن برای اثبات قضیهٔ خمینه‌های پایدار استفاده می‌کنند. دانشجویان وقتی مطلب فرا گرفته شده در یک کلاس را بیشتر می‌فهمند که فوراً آن را در کلاس دیگری استفاده کنند.

باعث تشویق کار گروهی می‌شود. یاد گرفتن کار کردن با دیگران امری ضروری است اما انجام آن در بسیاری از رشته‌های ریاضی سخت است. در این زمینه واحدهای درسی گروهی می‌تواند به کار بیاید. یک سال، یک گروه درسی در مسابقات درون‌دانشگاهی پرتاب دیسک^۱ شرکت کردند و قهرمان کل دانشگاه شدند. این موفقیت تا حدودی به دلیل آموزش نسبتاً حرفه‌ای یکی از اعضای گروه بود، اما این موفقیت همچنین نشان می‌دهد که آن‌ها کار تیمی را خوب آموخته بودند.

حمایت عاطفی ایجاد می‌کند. حمایت عاطفی و اجتماعی که از واحدهای درسی گروهی نصیب دانشجویان می‌شود ابزار مؤثری است. یکی از دانشجویان که با مشکلات روانی دست‌وپنجه نرم می‌کرد، به‌ناگاه سر کلاس‌ها حاضر نشد و گروه‌های درسی‌اش را رها کرد. هم‌کلاسی‌هایش متوجه شدند که او به کمک نیاز دارد، به خوابگاهش رفتند و آن‌قدر در زدند تا از رختخواب بلند شد. به او گفتند که لباس بپوش و با ما بیا تا همه با هم تکالیفمان را انجام دهیم و به‌این‌ترتیب عقب‌افتادگی‌های او را جبران کردند. نه دانشکده این کار را کرد و نه تا مدت‌ها متوجه این موضوع شده بود، اما این دانشجو با کمک هم‌گروهی‌های خود ترم را به‌خوبی به پایان رساند و اکنون در مقطع دکترای ریاضی با شرایط بسیار خوب مشغول تحصیل است. تصور نمی‌کنم اگر آن گروه وجود نمی‌داشت، او می‌توانست آن ترم را تمام کند.

در همین ماه دانشجوی دیگری پیش من آمد تا دربارهٔ نحوهٔ کمک به هم‌کلاسی‌اش که مشکلات شخصی داشت مشورت کند. این‌گونه اتفاق‌ها در تقابل آشکار با دیگر کلاس‌های سنتی من هستند که در آن‌ها دانشجویان، علی‌رغم تلاش‌های من برای تعامل با یکدیگر، حتی اسم هم را بلد نیستند. فارغ‌التحصیلان وفاداری تربیت می‌کنند. کار تیمی با هم‌کلاسی‌ها باعث می‌شود دانشجویان به فارغ‌التحصیلان وفادار و مشتاقی تبدیل شوند طوری که پس از فارغ‌التحصیلی هم ارتباط خود را با یکدیگر حفظ می‌کنند و سخاوتمندانه زمان و پول خود را برای کمک به دانشجویانی که در حال حاضر در حال تحصیل هستند صرف می‌کنند. جدیدترین نظرسنجی از دانشجویان سال آخر دانشگاه نشان می‌دهد که فارغ‌التحصیلان ما به بیش از ۴۰٪ از دانشجویان همهٔ رشته‌های ریاضی (اعم از

است. دانشجویان ما اغلب به این موضوع اشاره می‌کنند که صحبت با فارغ‌التحصیلان برایشان مفید بوده است، و این‌ها به خواست خود فارغ‌التحصیلان و پیشقدم شدن آن‌ها برای انجام این مشاوره‌ها بوده است. حال آنکه پیش از ایجاد رشته ACME تقریباً هیچ فارغ‌التحصیلی را ندیدیم که چنین مشاوره‌ای به دانشجویان بدهد، و فارغ‌التحصیلان ما در رشته ریاضی سنتی هنوز هم غالباً هیچ مشورتی به دانشجویان نمی‌دهند.

مشکلات واحدهای درسی گروهی مسلماً واحدهای درسی گروهی مشکلاتی دارد، از جمله کاهش انعطاف‌پذیری استادان و دانشجویان. در این درس‌ها اعضای هیئت علمی باید محتوای تدریس و زمان آموزش را طوری هماهنگ کنند که با محتوای درس‌های همزاد هماهنگ باشد. دانشجویان نیز باید این دروس گروهی را در زمان و ترم تحصیلی‌ای که ارائه می‌شوند اخذ کنند. این امرگاهی اوقات ما را ملزم به هماهنگی با سایر گروه‌ها برای پرهیز از مشکلات برنامه‌ریزی می‌کند. این برنامه‌ریزی هم همیشه برای همه جور در نمی‌آید. برخی دانشجویان باید با گروه درسی دیگری درس بگیرند، یا حتی یکی از مسیرهای خروجی ما را برای بازگشت به رشته ریاضی سنتی انتخاب کنند. برعکس، دانشجویانی هم که بعداً به درس‌های ACME علاقه‌مند می‌شوند می‌توانند یک ترم و یا یک سال به گروه‌های درسی سال سوم ACME وارد شوند و نمره درس‌های این رشته برای اخذ مدرک رشته ریاضی سنتی برایشان محاسبه شود.

این سیستم دروس گروهی ممکن است برای افراد درون‌گرا که ترجیح می‌دهند تنها کار کنند یا تشکیل گروه‌های درسی برایشان چالش‌زا باشد. یادگیری کار جمعی یک مهارت مهم است حتی برای افراد درون‌گرا، اما ما تلاش می‌کنیم با کمک برای تشکیل گروه‌های درسی و مهیا کردن مکان‌های مطالعه اختصاصی و ابزارهای همکاری برخط مانند *Slack* به آن‌ها غلبه بر برخی از این موانع کمک کنیم.

رسیدگی به این مشکلات نیازمند تلاش و توجه است، اما ارزش آن را دارد، زیرا به نفع دانشجویان است. همچنین برای بسیاری از دانشجویان گروه‌های درسی جذابیت بالایی دارند. مثلاً یکی از فارغ‌التحصیلان گفته است: «من ACME را به دلیل وجود گروه‌های درسی و یادگیری عمیق ریاضیاتی که پشت الگوریتم‌های مورد استفاده در صنعت است انتخاب کردم.» — وسلی استیونز^۱،

فارغ‌التحصیل ۲۰۱۸

ما سیستم دروس گروهی را به قصد بازدهی آن راه انداختیم تا نیاز به استادان و دستیاران را کاهش دهیم؛ اما مزایای این سیستم آن قدر درخور توجه است که نمی‌توانیم رشته ACME را بدون این گروه‌های درسی تصور کنیم.

گروه ما بعد از اینکه تأثیر این گروه‌ها را در رشته ACME دید اجرای آزمایشی این سیستم را برای دانشجویان سال اول و دوم برای تمامی رشته‌ها (اعم از رشته سنتی ریاضی و ACME) آغاز کرد.

۳.۴ آزمایشگاه‌های کامپیوتر

دانشجویان در سال‌های دوم و سوم برای هریک از دو درس نظری اصلی که در هر ترم می‌گذرانند هر هفته یک واحد آزمایشگاهی دارند. روش کلی ما در درس آزمایشگاه این است که دانشجویان ابتدا مفاهیم ریاضی تدریس شده را در پایتون کدنویسی می‌کنند، سپس اجرای آن را از نظر سرعت، مقیاس‌پذیری، و صحت با اجرای برنامه‌های حرفه‌ای استاندارد مقایسه می‌کنند. گاهی اوقات برنامه نوشته شده آن‌ها با نسخه شرکتی قابل رقابت است، که این موضوع برای آن‌ها بسیار خرسندکننده است. در آخر، از این ابزار ریاضی برای حل یک مسئله جالب استفاده می‌کنند.

یک مثال بزنم. در یک آزمایشگاه مشغول استفاده از تبدیل سریع فوریه برای حذف صدای بلند و آزاردهنده صدای ساز محبوب و ووزلا از فیلم ضبط‌شده یک بازی فوتبال جام جهانی هستند. همچنین دانشجویان یک قطعه ضبط‌شده پیانو از شوپن را که در استودیو (محیطی با پژواک کم) اجرا شده است با صدای (پژواک‌دار) ضبط‌شده ترکیدن بادکنک در یک راه‌پله با هم تلفیق می‌کنند تا تجربه‌هایی درباره عمل پیچش توابع کسب کنند. آن‌ها از شنیدن صدای نهایی که مثل اجرای پیانو در یک راه‌پله با پژواک‌های بسیار است کیف می‌کنند. بیشتر وقت‌ها دانشجویان این کار را ادامه می‌دهند و بسیاری از کلیپ‌های محبوبشان را با آن صدای بادکنک تلفیق می‌کنند.

دیگر آزمایشگاه‌های پرترفدار عبارت‌اند از زنجیره‌های مارکوف برای تولید متن، روش پرون-فروبنیوس^۱ برای رتبه‌بندی صفحه‌ها و گروه‌های «مسابقات جنون مارس»^۲، یافتن اعداد بیکن (اردوش)^۳، انتگرال‌گیری مونت‌کارلو، مسئله بازیکن چندگزینه‌دار، مدل‌های همه‌گیری SIR، مدل‌های مارکوف پنهان برای تشخیص گفتار، جنگل‌های تصادفی، پالایه کالمن، درمان بیماری ایدز، و

۲. March Madness brackets؛ جام قهرمانی بسکتبال دسته اول مردان ان‌سی‌ای. — و.

چندی سازی رنگ با استفاده از K- میانگین‌ها. این آزمایشگاه‌ها با استفاده از کمک مالی برنامه TUES^۱ بنیاد ملی علوم (DUE-1323785) ایجاد شدند و همه آزمایشگاه‌های ما رایگان و برای همه در دسترس اند [۶].

مزایای آزمایشگاه‌های کامپیوتر این آزمایشگاه‌ها در یادگیری بهتر ریاضیات به دانشجویان کمک می‌کنند، باعث می‌شوند دانشجویان به جزئیات بیشتر توجه کنند، امکان پیدا کردن شغل برای دانشجویان را افزایش می‌دهند، و به دانشجویان انگیزه می‌دهند تا بیشتر یاد بگیرند. یادگیری ریاضیات را بهبود می‌بخشند. بهترین راه برای یادگیری آموزش دادن است و کامپیوتر، کودن‌ترین دانشجوی ممکن است؛ او فقط و دقیقاً همان چیزی را که شما به آن می‌گویید انجام می‌دهد و هیچ وقت مفاهیم را نمی‌فهمد، الگوها را نمی‌بیند، و جاهای خالی را نمی‌تواند پُر کند. برنامه‌نویس برای آموزش کامپیوتر باید هر قسمت از الگوریتم و فرمول را توضیح دهد و بتواند اشکال تمام خطاهای ایجاد شده را رفع کند. انجام تمام این کارها باعث بالا بردن درک برنامه‌نویس می‌شود. همان‌طور که بتیج می‌گوید «یادگرفتن استفاده بهتر از کامپیوتر یک راه بسیار مؤثر برای یادگیری بهتر ریاضیات است: با آموزش برنامه‌نویسی، می‌توانیم به افراد بیاموزیم که چگونه ریاضیدانان بهتری باشند» [۳].

آزمایشگاه‌ها توجه به جزئیات را افزایش می‌دهند. مفسر پایتون معمولاً برنامه‌های دانشجویان را اجرا نمی‌کند، مگر اینکه تمام جنبه‌های کدها، از جمله نحوه کدها، ترتیب عملیات، و تعریف دقیق متغیرها و روش‌ها را پیش از استفاده سنجیده باشند. دریافت بازخورد فوری درباره این مسائل در آزمایشگاه‌های کامپیوتر به دانشجویان کمک می‌کند تا یاد بگیرند با دقت و وضوح بیشتری درباره مسائل مشابه در دیگر دروس ریاضی خود – که بازخورد بسیار کندتری دارد – فکر کنند. مهم‌تر اینکه به نظر می‌رسد دانشجویان اغلب به یک پیام خطا از طرف کامپیوتر بهتر پاسخ می‌دهند تا اینکه مدرس یا دستیاری به آن‌ها بگوید اثباتشان اشتباه است. پس با این کار آن‌ها یاد می‌گیرند که اشتباه کردن امری طبیعی است و پیدا کردن اشتباهات جزء ضروری پیشرفت کردن است.

آزمایشگاه‌ها امکان پیدا کردن شغل را بیشتر می‌کنند. آزمایشگاه‌های کامپیوتر مستقیماً توانایی دانشجویان و مهارت‌های برنامه‌نویسی آن‌ها را برای تبدیل روش‌های پیچیده به کدهای برنامه‌نویسی افزایش می‌دهند. علاوه بر این، این آزمایشگاه‌ها به دانشجویان کمک می‌کنند تا با ابزارهای متداول

۱. Transforming Undergraduate Education in Science, Technology, Engineering, and Mathematics؛ برنامه‌ای از طرف بنیاد ملی علوم آمریکا برای ایجاد تحول در آموزش رشته‌های علوم، فناوری، مهندسی، و ریاضیات در دوران کارشناسی. – و.

در صنعت آشنا شوند، و از این طریق امکان اشتغال آن‌ها افزایش می‌یابد و به آن‌ها این فرصت داده می‌شود تا مجموعه‌ای شخصی از پروژه‌های جالب تهیه کنند و در آینده با استفاده از آن قابلیت‌های خود را به دیگران نشان دهند. در آزمایشگاه‌ها تمرکز بر استفاده هم‌زمان از کامپیوتر و ریاضیات است، و این امر چیزی نیست که دانشجویان بتوانند فقط با گذراندن درس‌های کامپیوتر در کنار دروس ریاضی به دست بیاورند، اما این مهارتی است که کارفرمایان از ما می‌خواهند. آزمایشگاه‌ها انگیزه دانشجویان را برای یادگیری ریاضی افزایش می‌دهند. برنامه‌های کاربردی مورد استفاده در آزمایشگاه‌ها دانشجویان را برای آموختن بیشتر ریاضیات ترغیب می‌کنند. شاید نظریه زنجیره‌های مارکوف یا تجزیه مقادیر منفرد برای دانشجویان خشک و بی‌روح به نظر برسند، اما وقتی آن‌ها را برای ساخت یک برنامه کاربردی جالب به کار می‌برند، انگیزه بیشتری برای یادگیری و فهم ریاضیات پیدا می‌کنند.

مشکلات آزمایشگاه‌های کامپیوتر مثل همه چیزهای دیگر، آزمایشگاه‌های کامپیوتر هم مشکلاتی دارند، اما ما تا الان از پس آن‌ها بر آمده‌ایم.

اولین مشکل کمبود منابع تدریس است. همه اعضای هیئت علمی ما برنامه‌نویسی را به خوبی بلد نیستند، آن افرادی هم که برنامه‌نویس خوبی هستند، پایتون را بلد نیستند، و هر عضو هیئت علمی هم مشغولیت‌های دیگری دارد. به این دلایل، آزمایشگاه‌ها را طوری طراحی کردیم که دستیاران آموزشی (اعم از کارشناس یا کارشناس ارشد) بتوانند آن را تدریس کنند، و این کار برای ما خیلی مؤثر بوده است.

مشکل دیگر این است که تجهیزات آزمایشگاهی نیاز به روزآمد کردن منظم دارند، و این نیازمند تیمی از اعضای هیئت علمی و دستیاران برای بررسی و بازنگری منظم آزمایشگاه‌ها است. اما مزایای آزمایشگاه‌ها برای یادگیری دانشجویان آن قدر زیاد است که مسلماً بر هزینه این مشکلات نسبتاً جزئی می‌چربد.

چرا از پایتون استفاده می‌کنیم؟ به دلایلی تقریباً فقط از پایتون استفاده می‌کنیم. اول اینکه، دانشجویان باید برنامه‌نویسی را به خوبی یاد بگیرند، و بنابراین، باید تجربه کافی در یک زبان برنامه‌نویسی تمام‌عیار را داشته باشند تا آن را نسبتاً عمیق یاد بگیرند. سایر برنامه‌های محاسباتی ریاضی و آمار مانند ممتیکا، متلب، میپل، و R برای مقصودی که طراحی شده‌اند عالی هستند، ولی به‌عنوان زبان برنامه‌نویسی به اندازه پایتون نه چندکاره هستند و نه در خارج از محیط دانشگاهی پر کاربرد.

براساس نمایه TIOBE [۸] پایتون زبان اصلی علوم داده مدرن است و در حال حاضر محبوب‌ترین زبان برنامه‌نویسی کاربردی است. یادگیری آن آسان است، و رایگان و متن‌آزاد است. بنابراین، پایتون ابزار انحصاری کار ما بوده است. بسته‌های زیادی در پایتون وجود دارد که می‌توان از آن‌ها برای برنامه‌های خاص استفاده کرد و ما بسیاری از آن‌ها را در آزمایشگاه‌های خود به کار می‌بریم [۶]، اما ابزار اصلی ما همیشه پایتون است. ممکن است زبان جولیا^۱ بالاخره جای پایتون را بگیرد، اما هنوز به درجه رشد و پختگی پایتون نرسیده و هنوز از آن به‌طور گسترده استفاده نمی‌شود.

۴.۴ درس تخصصی

دانشجویان موظف‌اند چهار تا پنج درس تخصصی را در زمینه‌های کاربردی به انتخاب خودشان، و معمولاً از خارج از گروه، بگذرانند. از آنجاکه دانشجویان معلومات ریاضی خوبی دارند، این درس‌های تخصصی معمولاً از دروس کهاد معمولی پیشرفته‌تر هستند. بعضی از پرطرفدارترین دروس عبارت‌اند از علوم کامپیوتر، علوم داده و یادگیری ماشین، اقتصاد، کسب‌وکار، زیست‌شناسی، و فیزیک.

مزایای دروس تخصصی دروس تخصصی باعث می‌شود دانشجویان یاد بگیرند بین رشته‌های مختلف ارتباط برقرار کنند و ببینند چگونه از ریاضیات در موضوع مورد نظرشان استفاده کنند. آن‌ها از این موقعیت استفاده می‌کنند تا برای مسیر شغلی آینده خود مهیا شوند، خواه این شغل در زمینه یادگیری ماشین باشد یا ادامه تحصیل در رشته اقتصاد و یا راه‌اندازی یک کسب‌وکار.

همچنین، بسیاری از دانشجویان به این دلیل جذب رشته ACME می‌شوند که به آن‌ها اجازه می‌دهد ریاضیات و موضوع مورد علاقه دیگرشان را هم‌زمان تحصیل کنند و از آن‌ها استفاده کنند و لازم نیست بین آن‌ها یکی را انتخاب کنند. نقل‌قول زیر از زبان یکی از فارغ‌التحصیلان، نمونه‌ای از دلایل انتخاب رشته ACME است: «رشته ACME به من این فرصت را داد که هم‌زمان زیست‌شناسی و ریاضیات را مطالعه کنم. . . . اینکه بتوانم درس‌های تخصصی ویژه خودم و علایقم داشته باشم واقعاً برایم جذاب بود.» – کارل رینگر^۲، فارغ‌التحصیل ۲۰۲۱

چالش‌های دروس تخصصی در برخی از دروس تخصصی لازم است دانشجویان چندین پیش‌نیاز را بگذرانند تا بتوانند درس‌های جالبی را که واقعاً از ریاضیات استفاده می‌کنند اخذ کنند. بعضی گروه‌ها برای یافتن راه‌های جایگزین در این موارد با ما همکاری می‌کنند، ولی بعضی دیگر نه. البته، دانشجویان اغلب در زمان انتخاب رشته و دروس تخصصی نیاز به راهنمایی دارند و این امر وقت اعضای دانشکده را می‌گیرد. اما ارزشش را دارد، زیرا واقعاً کمک به دانشجویان است.

۵ چالش‌های دیگر

وقتی رشته ACME را راه‌اندازی کردیم چالش بزرگی که با آن مواجه بودیم نبود برنامه‌درسی مناسب بود. از روی بی‌تجربگی تصمیم گرفتیم خودمان یک برنامه‌درسی بنویسیم. بنیاد ملی علوم در این باره به ما کمک مالی کرد؛ اما واقعاً کار دشواری بود و توصیه‌من به شما این است که تا می‌توانید این کار را انجام ندهید. امیدوارم کارهایی که ما در این باره انجام داده‌ایم برای شما مفید باشد. پیشتر درباره‌آزمایشگاه‌ها مطالبی گفتم، اما ما تعدادی کتاب درسی نیز تألیف کردیم که انتشارات SIAM آن‌ها را منتشر کرد [۴، ۶]. از اینکه کتاب‌های با جلد سخت و زیبا و به‌صورت تمام‌رنگی با هزینه‌ای کمتر از کپی تک‌نسخه‌ای توسط این ناشر چاپ شده بود ذوق‌زده بودیم.

یکی از بزرگ‌ترین مشکلات پیش‌روی ما در ابتدای کار، محدودیت منابع انسانی بود و همین باعث شد که به فکر مدل واحدهای درسی گروهی بیفتیم. این مدل کارآمد است، چراکه فقط دو عضو هیئت علمی هشت درس لازم در آن برنامه را اداره می‌کنند و آزمایشگاه‌ها را نیز دانشجویان کارشناسی ارشد می‌گردانند.

همچنین تعداد کمی عضو هیئت علمی داشتیم که به همه‌درس‌ها وارد باشند. برای رفع این مشکل ما کتاب‌های درسی خود را طوری تألیف کردیم که هم به کار دانشجو بیاید و هم استاد، و این کار امکان می‌داد تا استاد مطالب درسی را قبل از دانشجو حاضر کند. بسیاری از اعضای هیئت علمی ما نیز در برنامه‌نویسی کامپیوتری مهارتی نداشتند. برای رفع این مشکل از دانشجویان دستیار آموزشی برای تدریس در آزمایشگاه‌ها استفاده کردیم، و به‌این‌ترتیب لازم نبود استادان کدنویسی کنند. و آخرین مشکل اینکه بعضی از اعضای هیئت علمی نظر خوبی نسبت به ریاضیات کاربردی نداشتند و هیچ تمایلی به کمک به برنامه‌ای که منابع را از ریاضی محض به ریاضی کاربردی منتقل کند نداشتند. واقع امر این است که وقتی اولین پیش‌نویس این برنامه برای تصویب به کمیته برنامه‌ریزی درسی رفت به‌اتفاق آراء با تصویب آن مخالفت شد. اما در نهایت آن کمیته و اعضای گروه موافقت کردند که برنامه را امتحان کنیم، خصوصاً بعد از اینکه معاون آموزشی دانشگاه به ما قول یک ردیف استخدامی هیئت علمی را داد به‌شرطی که ما ظرف پنج سال به آمار ۴۰ دانشجو در هر ورودی و ۲۵ فارغ‌التحصیل در سال برسیم.

۶ نتایج

تعداد ثبت‌نامی‌ها واحدهای درسی گروهی از ورودی اول ما فقط ۱۵ دانشجو داشت؛ اما از سال

پنجم به بعد هر سال ۷۰ نفر در هر گروه جدید ثبت نام جدید داشتیم و بیش از ۶۰ نفر هر سال فارغ‌التحصیل می‌شدند که بسیار فراتر از شرط معاون آموزشی برای نگه‌داشتن آن ردیف استخدامی بود. تعداد کل دانشجویان رشته‌های ریاضی (سنتی و ACME)، جدای از آموزش ریاضی، آمار، و علوم کامپیوتر) از ۲۰۰ نفر به بیش از ۴۰۰ نفر رسیده است (تقریباً ۱/۳٪ از کل دانشجویان دانشگاه بریگم یانگ). از سال ۲۰۱۴، یک سال پس از راه‌اندازی رشته ACME، درصد دانشجویان گروه‌های اقلیت در این رشته، در مقایسه با افزایش تنها ۶ درصدی در کل دانشگاه، ۷۳٪ رشد داشته است، هرچند هنوز هم کمتر از انتظار ماست.

کار پیدا کردن و کارآموزی این رشته یک دوره آموزش شغلی نیست، اما دانشجویان این رشته معمولاً شغل‌های بسیار بهتری در مقایسه با دانشجویان رشته‌های سنتی ریاضی پیدا می‌کنند. چون همه افراد بعد از فارغ‌التحصیلی اطلاعات شغل و حقوق خود را به ما گزارش نمی‌دهند آمار و اطلاعات ما کامل نیست، اما براساس اطلاعاتی که موجود است بالاترین پایه حقوق در رشته‌های سنتی ریاضی تقریباً برابر متوسط حقوق پایه رشته‌های ACME است.

همچنین، شاهد افزایش زیادی در تعداد کارفرمایانی بوده‌ایم که مایل به جذب دانشجویان ما هستند. هم‌اکنون بسیاری از اعضای هیئت علمی در گروه‌های دیگر نیز در پی جذب دانشجویان ما به‌عنوان دستیار پژوهشی هستند.

دوره‌های تحصیلات تکمیلی دانشجویان ما نه تنها در مقاطع تحصیلات تکمیلی در ریاضیات محض و کاربردی بسیار موفق بوده‌اند، بلکه آن‌ها در مقاطع تحصیلات تکمیلی رشته‌های دیگر از جمله آمار زیستی، زیست‌شناسی محاسباتی، علوم کامپیوتر، اقتصاد، مهندسی برق، زمین‌شناسی، یادگیری ماشین، بازاریابی، آموزش ریاضی، مهندسی نفت، و آمار نیز موفق بوده‌اند.

«در مقطع تحصیلات تکمیلی خود [آمار زیستی در برکلی] هم‌کلاسی‌هایی دارم که فارغ‌التحصیل یکی از دانشکده‌های آیوی لیگ‌اند. آن‌ها همیشه از عمق اطلاعات در علوم کامپیوتر، ریاضیات، و آمار و فهم من مبهور می‌شوند. من واقعاً قدردان رشته ACME هستم. چنان‌که من را آماده تحصیل در دوره بالاتر کرده است که نمی‌توانم بهتر از آن را تصور کنم.» — تایلر منسفیلد^۱، فارغ‌التحصیل ۲۰۲۰

مدرسان اگرچه برخی از اعضای هیئت علمی اولین باری که دروس این رشته را تدریس می‌کردند به همه مطالب وارد نبودند، بیشتر آن‌ها تدریس این درس‌ها را دوست داشتند. حتی بسیاری از

استادانی که تا به حال درسی از این رشته را درس نداده‌اند متوجه شده‌اند که این رشته دانشجویان بهتری را جذب ریاضی کرده است، ضمن اینکه این امر برای رشته سنتی ریاضی و مقاطع تکمیلی هم اثرات مثبتی داشته است. علاوه بر این، مسئولان دانشگاه، به دلیل جذب دانشجویان بیشتر و شادتر، اعضای هیئت علمی و منابع مالی دیگری را به گروه ما اختصاص داده‌اند.

۱ اقدامات اولیه اگر شما بخواهید کاری مثل برنامه ما را برای دانشجویان خود شروع کنید، اقدامات اولیه شما چه باید باشند؟ و سریع‌ترین محصول یا عاقلانه‌ترین راه صرف منابع کدام است؟

ریاضیات + برنامه‌نویسی. قویاً بر این باورم که مهم‌ترین چیزی که رشته‌های ریاضی به آن نیاز دارند برنامه‌نویسی کامپیوتری به زبان‌های برنامه‌نویسی پرکاربرد است، و مطلوب این است که با ریاضیاتی که آموزش می‌دهند تلفیق شده باشد تا با استفاده از آن بتوانند برای حل مسائل ریاضی و پیاده‌سازی مفاهیم و روش‌های عمیق ریاضی از طریق برنامه‌نویسی کارآمد از کامپیوتر استفاده کنند. یکی از راه‌های شروع این کار این است که آزمایشگاه‌های برنامه‌نویسی با درس جبرخطی برای رشته‌های ریاضی ادغام شود. این کار به آن‌ها کمک می‌کند تا مهارت‌های برنامه‌نویسی خود را پیشرفت دهند، از کار پرزحمت حل دستگاه‌های خطی با مجهول‌های زیاد و یافتن مقادیر ویژه با دست خلاص می‌شوند، و به آن‌ها نشان می‌دهد که چگونه کامپیوتر می‌تواند محاسبات خسته‌کننده را انجام دهد تا آن‌ها به کارهای جالب‌تر ریاضی بپردازند. دانشجویان این امکان را دارند تا از طریق ابزارهای رایگان مانند گوگل کولب به راحتی به یک محیط محاسباتی قدرتمند دسترسی پیدا کنند بدون هیچ‌گونه کمک یا تخصص خاصی. برای مثالی از نحوه انجام این کار به [۷] مراجعه کنید.

یکی دیگری از راه‌ها این است که برای هر گرایش ریاضی درسی با موضوع الگوریتم‌ها و بهینه‌سازی در نظر گرفته شود، و در آن مبانی ریاضیات مورد استفاده در محاسبات را واقعاً بفهمند و بهینه‌سازی را – که ابزار اصلی علم داده، یادگیری ماشین، و آمار است – یاد بگیرند. همچنین در آن درس باید آزمایشگاه‌های برنامه‌نویسی زیادی گنجانده شود. ما این درس را با استفاده از [۴] و آزمایشگاه‌های [۶] درس می‌دادیم، اما راه‌های دیگری نیز برای تدریس این درس وجود دارد.

و در آخر، جدا از اینکه این دروس ریاضی همراه برنامه‌نویسی را تدریس کنید یا نه، حداقل یک یا دو درس اجباری در زمینه علوم کامپیوتر را در همه رشته‌های ریاضی خود تعریف کنید. اگرچه پایتون و ++C جزو مفیدترین زبان‌های برنامه‌نویسی در ریاضیات هستند، تدریس زبان‌های محبوب دیگر مانند جاوا و جاوا اسکریپت نیز مفید هستند.

دروس تخصصی: ریاضی + موضوعات دیگر. فهمیدن طریقهٔ استفاده از ریاضیات در رشته‌های دیگر برای دانشجویان سودمند است. اما همهٔ دانشجویان یک دستهٔ خاص از کاربردها را دوست ندارند و همان کاربردی هم که شما برای کلاس درس انتخاب کرده‌اید مورد نیاز همهٔ دانشجویان نیست. سعی کنید یا حتی اجبار کنید که دانشجویان در دروسی خارج از حوزهٔ ریاضیات با موضوعی در ادامهٔ مباحث گفته‌شده شرکت کنند تا بتوانند مهارت‌های خود را در زمینهٔ مورد علاقه‌شان به کار ببرند. موضوع درس لازم نیست در زمینهٔ علوم، فنآوری، مهندسی، پزشکی (STEM) باشد؛ می‌تواند از علوم اجتماعی، کسب‌وکار، و سایر رشته‌هایی هم که از روش‌های ریاضی بسیار استفاده می‌کنند باشد.

واحدهای درسی گروهی. واحدهای درسی گروهی در پیشرفت یادگیری بسیار مؤثر است و به دانشجویان در یادگیری مهارت‌های مهم رفتاری کمک می‌کند. حتی اگر تشکیل گروه‌های درسی به‌طور رسمی برای رشته‌های شما دشوار است، کارهایی ترتیب بدهید که شبیه این واحدهای درسی گروهی باشند. مثلاً می‌توانید دو کلاسی را که معمولاً دانشجویان هر رشته هم‌زمان با هم اخذ می‌کنند در یک کلاس واحد و پشت سرهم بگذارید. یا اینکه از گروه‌های مطالعه کمک بگیرید، یا اگر ممکن باشد، فضایی را برای مطالعهٔ دسته‌جمعی به آن‌ها اختصاص بدهید؛ حتی می‌توان از همان محل کلاس پشت سرهم در ساعات قبل یا بعد از کلاس برای این منظور استفاده کرد. در هر صورت هر کاری که باعث شود دانشجویان با یکدیگر صحبت و با هم کار کنند مفید است.

۲ نتیجه‌گیری حرفم این نیست که روش ما لزوماً برای هر برنامه‌ای مناسب است. اما امیدوارم توانسته باشم ایده‌هایی به شما داده باشم دربارهٔ علت و چگونگی اجرای برنامه‌ای که هدف آن تدریس ریاضیاتی به دانشجویان است که بتوانند آن را به کار ببرند و برای استفادهٔ عملی آن آماده شده باشند.

وقتی دانشجویان ببینند که آنچه قرار است به آن‌ها یاد بدهیم با اهدافشان، کار و زندگی‌شان، و رویاهایشان مرتبط است، آن وقت اگر از آن‌ها بخواهیم سخت تلاش کنند رغبت می‌کنند که به ما اعتماد کنند. به قول یکی از دانشجویان، در یک پرسشنامهٔ بدون نام، این رشته «تحصیل، شادی، و رشد فردی ما را بهینهٔ سراسری کرد. این تنها چیزی است که شما واقعاً باید یاد بگیرید، چون این رشته یک کلاس بهینه‌سازی است.»

ما می‌توانیم اعتماد به مفید بودن ریاضیات را برگردانیم به‌شرطی که به قولی که به دانشجویان داده‌ایم — تدریس ریاضیات مفید و مهارت‌های عملی برای استفاده از آن — وفادار باشیم. امیدوارم

توانسته باشم شما را متقاعد کنم که می‌توانیم این کار را بدون از دست دادن ریاضیات محض محبوبمان به انجام برسانیم. ریاضیات کاربردی زیبا است، و می‌توان و باید به‌صورتی دقیق و جذاب تدریس شود. از شما می‌خواهم فکر کنید و با استفاده از این نظرات راه‌هایی را پیدا کنید که دانشجویان بیشتری از ریاضیات لذت ببرند و در تحصیل ریاضیات موفق بشوند و از ریاضیات استفاده کنند تا جهان به جای بهتری برای زندگی تبدیل شود.

مراجع

- [1] ACME, BYU applied and computational mathematics emphasis (2022), available at <https://acme.byu.edu>.
- [2] Arnol'd, V. I., On the teaching of mathematics, *Uspekhi Mat. Nauk.*, **53** (1998), no. 1, 229-234.
- [3] Betteridge, J., Eunice, Y. S. C., Robert, M. C., Davenport, J. H., Grant, J., Teaching programming for mathematical scientists, in *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence*, 2022, 251-276.
- [4] Humpherys, J., Jarvis, T. J., *Foundations of Applied Mathematics. vol. 2—Algorithms, Approximation, Optimization*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2020.
- [5] Humpherys, J., Jarvis, T. J., Evans, E. J., *Foundations of Applied Mathematics. Vol. 1—Mathematical Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2017.
- [6] Humpherys, J., Jarvis, T. J., Evans, E. J., *Foundations of applied mathematics: Lab manuals* (2022), available at <https://foundations-of-applied-mathematicsgithub.io>.
- [7] Hughes, M., Snellman, R., Whitehead, J., Sinkovic, J., *BYU computational linear algebra labs* (2022), available at <https://tinyurl.com/2nu33e66>.
- [8] TIOBE, Tiobe index for June 2022, available at <https://www.tiobe.com/tiobe-index/>.
- [9] Trefethen, L. N., *Approximation Theory and Approximation Practice*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2020.
- [10] Weinan, E., The dawning of a new era in applied mathematics, *Notices Amer. Math. Soc.*, **68** (2021), no. 4, 565-571.

Restoring Confidence in the Value of Mathematics by Teaching Undergraduates Math They Will Use*

T. J. Jarvis

Translated by Z. Soltani¹

Department of Pure Mathematics, University of Kashan, Iran

Abstract. At Brigham Young University, we have launched a new program called the Applied and Computational Mathematics to deliver on the promise of mathematical value to our students. In this paper, we give you some ideas of both why and how to implement a program that teaches students mathematics that they can use, and prepares them to actually use it. The ACME curriculum is a challenging and rigorous curriculum in mathematics attracts more and happier students, motivates collaboration, develops students' ability to learn, develops ability and confidence to solve hard problems, and brings better job opportunities for graduates.

Keywords: Applied and Computational Mathematics Emphasis (ACME), lockstep cohort, computer labs, data science, curriculum

Article history: Recieved 30 July 2023; Accepted 6 April 2024

Article type: translation

* Jarvis, T. J., , Restoring confidence in the value of mathematics by teaching undergraduates math they will use, *Notices Amer. Math. Soc.*, **70** (2023), 105-113.

1. z. soltani@kashanu.ac.ir