فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی
شماره ۳۹ (پاییز ۱۳۸۶) صص. ۸۵ تا ۸۹

گشت و گذاری پنجاه ساله

ژان ـ پیر کاهان

خطابهٔ ژان ـ پیر کاهان[1] روز ۲۸ ژوئن ۱۹۹۹ در جلسهٔ تشریفاتی آکادمی علوم پاریس به مناسبت پذیرش اعضای جدید

مترجم: ارسلان شادمان

برای آن که خود را معرفی کنم، به فکر افتادم که با عاریه گرفتن جمله‌ای از لوران شوارتس[2] به شما بگویم که خود را «درگیر و دار زمانه» چگونه می‌دیده‌ام. هر کس نگاهی ویژهٔ خود به مسائل عمدهٔ زمان خویش و آینده دارد. نگاهِ من هم الهام‌بخش کارهایم در ابعاد گوناگون بوده است؛ هم از نظر شغلی و حرفه‌ای، هم از نظر اتحادیهٔ صنفی و سندیکایی و هم از نظر سیاسی. اما انگیزهٔ آکادمی علوم برای آن که مرا در آستان خود بپذیرد، به این دلایل نبوده است، گو آن که آکادمی توجه عمیقی نسبت به اندرکُنش‌های بین علوم، جامعه و سیاست داشته باشد. بنابراین، گشت و گذار خود را به ریاضیات بسنده می‌کنم.

من خیلی مدیون دانشسرای عالی (اکول نرمال) هستم. استادان برجسته‌ای از جمله هانری کارتان[3] را در آنجا داشتم. اما پیش از آنان به نفوذ و تأثیر دانشجویان پیش از خود و رفقایم می‌اندیشم. شاید هانری کابان[4] به یاد نداشته باشد که جهت‌گیری و پرورش مرا در امر آموزش رقم زده است. در واقع او به من توصیه کرد به گروه مطالعاتی درس (شهادتنامه) حساب دیفرانسیل و انتگرال ملحق شوم. به این ترتیب مرا متصدی رفع اشکال و حل مسألهٔ آن درس نمود که البته من برای این کار توسط دانشجویان انتخاب شده بودم. با همین دانشجویان بود که من شغل خود را یاد گرفتم. پیش‌کسوتان و رفقایم مرا با کتاب‌های خوبی آشنا ساختند. من به عنوان تماشاچی شیفتهٔ نظم و زیبایی ساختارهای عمدهٔ آنالیز به شیوه‌یی که بورباکی[5] تنظیم کرده بود شدم. دوست من ژرژ پواتو[6] کتاب «سری‌های مثلثاتی» تألیف زیگموند[7] را به من هدیه داد که کتابی است زیبا و از نوعی

1) Jean-Pierre Kahane 2) Laurent Schwartz 3) Henri Cartan 4) Henri Cabannes
5) Bourbaki 6) Georges Poitou 7) Zygmund

کاملاً متفاوت. دانیل کاستلر[1] موجب آشنایی من با زولم مندلبروت[2] شد و این آشنایی سرنوشت شغلی مرا به عنوان ریاضیدان تعیین نمود. هنگامی که به ملاقات زولم مندلبروت رفتم، از آثار علمی او هیچ شناختی نداشتم و هیچگاه قبل از آن در درس او حضور نیافته بودم. ولی شخصیت او بی درنگ مرا مجذوب کرد. همراه وی، ریاضی به هیچ وجه آن بنای با شکوه به شیوهٔ بورباکی نبود. برعکس، باغی بود پر از گوشه‌های پنهان و گذرگاه‌های مخفی که مندلبروت در آن با شور و شعف ارتباطاتی فراوانی حرکت می‌کرد. او یک محاسبه‌دان بسیار قوی بود و همواره آمادگی داشت تا قصه‌ای یا مسأله‌ای را بازگو کند. یکی از این مسائل الهام‌بخش من شد. آن مسأله این است: در آنالیز فوریه[3]، طیف یک تابع تعریف می‌شود. چه ارتباطی بین طیف تابع و رفتار موضعی آن وجود دارد؟ اگر این شرط را به طیف تابع تحمیل کنیم که در مجموعهٔ مفروضی قرار داشته باشد و به تابع این شرط را که در همسایگی یک نقطه بسیار مسطح شود، آیا می‌توان نتیجه گرفت که تابع باید همه جا صفر شود؟ به زبان آن زمان، مسأله یک مسألهٔ «شبه تحلیلی[4]» است. اگر یک نوع نظم در بازه‌یی به تابع تحمیل شود آیا این نظم را الزاماً همه جا خواهد داشت؟ هنگامی که رسالهٔ دکتری خود را در CNRS تهیه می‌کردم، جواب‌های قطعی به برخی مسائل از این نوع را یافتم. بعدها در دههٔ ۱۹۶۰، زولم مندلبروت، پل مالیاون[5] و من همراه با عده‌ای بلورشناس و فیزیکدان نظری در یک پروژه RCP در مرکز ملی تحقیقات علمی (CNRS) دور هم جمع شدیم. عنوان طرح ما «مسائل مخلوط راجع به تبدیل یافته‌های فوریه» بود.واژهٔ مخلوط ناظر به آن بود که در این مسائل، هم تابع f و هم تبدیل‌یافتهٔ فوریهٔ آن F هر دو دخیل بودند. از سوی دیگر چندین رشتهٔ علمی در این مسائل نقش متقابل ایفا می‌کردند. در واقع رابطهٔ بین f و F همهٔ وجود مرا به خود مشغول ساخته است. چند سال پیش، ژان مارک لِوْ ـ لوبلون[6] علاقهٔ مرا مجدداً برانگیختند، به این ترتیب که مسألهٔ جدیدی ناشی از نامساوی‌های هایزنبرگ[7] مطرح کرد. آن مسأله این است: چه وقت یعنی به ازای کدام یک از معادلات شرودینگر[8] می‌توان نامساوی هایزنبرگ وابسته به حالت اساسی را با یک نامساوی در جهت عکس تکمیل نمود؟

به اوایل سال‌های ۱۹۵۰ برمی‌گردم. ابزاری که برای بررسی شبه تحلیلی بودن در اختیار داشتم نوعی تبدیل لاپلاس[9] بود که اجازه می‌داد تبدیل فوریه را به برخی توابع با فرکانس‌های مختلط توسیع دهم. یک روز با برنارد مالگرانژ[10] در این زمینه صحبت می‌کردیم و او برایم روشن ساخت که این مطلب راجع به توابع میانگین ـ متناوب است، مفهومی که توسط ژان دلاستر[11] و لوران شوارتس مطرح شده و نظریهٔ کلی آنها را لوران شوارتس منتشر ساخته است. او اضافه کرد که روش من موجب می‌شود این نظریه به گونه‌ای چشمگیر ساده شود.

بدین ترتیب بود که لوران شوارتس به طور طبیعی عضو هیأت داوران رسالهٔ دکتری من شد.

1) Daniel Kastler 2) Szolem Mandelbrojt 3) Fourier 4) quasi-analyticité
5) Paul Malliavin 6) Jean Marc Lévv-Leblond 7) Heisenberg 8) Schrödinger
9) Laplace 10) Bernard Malgrange 11) Jean Delastre

از آنجا که در آن زمان علاوه بر رسالهٔ اصلی رسالهٔ دومی هم برای جلسهٔ دفاع به داوطلب ارجاع می‌شد، لوران شوارتس به من پیشنهاد کرد که موضوع رسالهٔ دوم من ارائهٔ نظریهٔ جبرهای گلفاند[۱] باشد. این نظریه بسیار زیباست و جبرهای عملگرها، جبرهای توابع و جبرهای پیچشی را یکجا در بر می‌گیرد. از سوی دیگر نوربرت وینر[۲] اهمیت جبرهای اخیر را در آنالیز همساز نشان داده بود. ظاهراً ساده‌ترین این جبرها جبر مرکب از دنباله‌های جمعپذیر روی $\mathbb{Z}$ است. اما این جبر به ظاهر ساده در حقیقت بسیار اسرارآمیز است و تبدیل‌یافتهٔ فوریهٔ آن متشکل از توابعی است که حاصل‌جمع سری‌های مثلثاتی مطلقاً همگرا هستند. جبر اخیر در آن زمان خیلی کم مورد مطالعه و بهره‌برداری قرار گرفته بود. این موضوع پس از آن که ایتچاک کاتسنلسون[۳] و پل مالیاون پندارهای مربوطه را حل کرده و ابزارهای نوین را برایش بسط داده بودند، در اواخر دههٔ ۱۹۵۰ به موضوعی بسیار عامه‌پسند تبدیل شد. نقش من آن بود که نخستین نتایج این نظریه را فراهم سازم و نخستین ابزارهای آن را بیاورم که باید گفت برخی از این دستاوردها غیرمنتظره بود. در این زمان من در مُنپلیه[۴] بودم و سمینار تخصصی کوچکی به سال ۱۹۵۸ در آن شهر نقطهٔ آغاز رسالهٔ کاتسنلسون شد. به این مناسبت من توان روش‌های توپولوژیک به شیوهٔ بئر[۵] را کشف کردم و نشان دادم که می‌توان آنها را جایگزین قضایای وجودی نمود و بعدها در موارد عدیده‌ای این روش‌ها را به کار گرفتم. این شیوهٔ خوبی برای رام کردن مسائل غول‌پیکر است که البته لهستانی‌ها در این زمینه استادی خود را ثابت کرده بودند.

رافائل سالم[۶] نیز مرا با شیوه‌ای دیگر برای رام کردن مسائل غول‌پیکر آشنا ساخته بود و آن استفاده از احتمالات بود. این موضوع به کار پاله[۷] و زیگموند در سال‌های ۱۹۳۰ بر می‌گردد و گمان می‌کنم که من دنباله‌روی اصلی آنها بودم. می‌توان سرفصل جدیدی مطرح کرد مثلاً با تغییر تصادفی علامت جمله‌های یک سری از توابع. هم‌چنین می‌توان یک شئ تصادفی طبیعی مانند حرکت براونی را مطالعه کرد. پدیده‌هایی که در آنالیز کلاسیک غیرعادی هستند به پدیده‌هایی تقریباً مطمئن تبدیل می‌شوند از قبیل مشتق‌ناپذیری توابع پیوسته. سالم مطالب عمدهٔ دیگری را نیز به من الهام کرد از قبیل مجموعه‌های بی نقص (یا parfait) و اعداد ویژه‌ای که در سری‌های مثلثاتی دخیل هستند، و تا آن جا پیش رفت که توانستیم کتابی مشترک در این زمینه تألیف کنیم. این کتاب مانند یک کتاب گیاه‌شناسی است که گونه‌هایی از درختان و بوته‌های نادر را که در باغ می‌روییدند در برمی‌گیرد و او این کتاب را به سبک خویش نوشت، سبکی روشن و دربرگیرندهٔ جزئیات. من هم همواره تلاش کرده‌ام این روش را پیش گیرم.

برخلاف آن که با مندلبروت، سالم و کاتسنلسون بسیار نزدیک و وابسته بودم، پل لوی[۸] را فقط به مناسبت‌های نادری ملاقات کردم. اما حال که به زمان گذشته می‌نگرم می‌بینم که او الهام‌بخش اصلی کارهای من بوده است. منبع کاری که روی جبرهای وینر انجام داده بودم، مقاله‌ای از لوی

1) Gelfand 2) Norbert Wiener 3) Yitchak Katznelson 4) Montpellier 5) Baire
6) Raphaël Salem 7) Paley 8) Paul Lévy

به چاپ ۱۹۳۴ بود. در آن مقاله مسألهٔ توابعی که به عنوان عملگر عمل می‌کنند مطرح می‌شود و یک جواب جزئی مسأله توسط قضیهٔ وینر ــ لوی داده شده است. در ۱۹۵۴ هنگامی که کتاب او راجع به حرکت براونی در مجموعهٔ «مموریالِ علوم ریاضی» منتشر شد، این کتاب را با شور و هیجان خواندم و بیست سال پس از آن این سعادت نصیبم شد که پدیده‌ای را کشف کنم که از چشم او پنهان مانده بود. اما یگانه بازدید من از خانهٔ او در سال ۱۹۵۸ بیشترین و بادوام‌ترین آثار را به جا گذاشت. او مرا به خاطر آن دعوت کرد که به مفهوم متغیرهای زیرگاوسی علاقه‌مند شده بود و این مفهوم را من وارد کرده بودم. سپس از دو موضوع برایم صحبت کرد که به نظرش شایان توجه بودند: یکی از آنها نظریهٔ عمومی ضرب‌های تصادفی بود که در آن زمان از این موضوع بی‌تفاوت گذشتم، و موضوعِ دیگر مسألهٔ شگفت‌انگیزی بود بدین مضمون که یک دایره را با کمان‌هایی تصادفی بپوشانیم. در زمینهٔ اخیر بی‌درنگ سهم کوچکی ایفا کردم و مقاله‌ای منتشر ساختم. وانگهی این دو موضوع به هم مربوط‌اند و از آن زمان به بعد ذهن مرا شدیداً به خود مشغول کرده‌اند. در کتاب سال ۱۹٦۸ که من راجع به توابع تصادفی نوشتم هر دو مسأله مطرح شده‌اند. اما توجه من به این دو مسأله با دخالت بنوا مندلبروت[1] تجدید شد. همین که کتاب مشترک من و سالم در ۱۹٦۳ منتشر شد، بنوا مندلبروت به من گفت که ما داریم روی موضوع‌های مشترکی کار می‌کنیم. تا آن زمان من فقط می‌دانستم که بنوا برادرزادهٔ زولم مندلبروت است. منظور بنوا مندلبروت کار روی مجموعه‌های نازک، روی خم‌های نامنظم، اندازه‌ها و ابعاد هاوسدورف بود. او نظریه‌هایی راجع به رابطهٔ بین فرآیندهای لوی و بازه‌های تصادفی داشت. من این ارتباط را تا سال‌های ۱۹۸۰ آن قدرها خوب درک نکردم که بتوانم روی آنها کار کنم تا آن که در آن سال‌ها به مسألهٔ پوشش‌های تصادفی در چهارچوبی کلی حمله‌ور شدم. او حدس زده بود که فرآیندهای لوی به گونه‌ای بسیار طبیعی مجموعه‌های سالم را تولید می‌کنند. او به‌ویژه این مسائل را به دیدگاهی از توربولانس به شیوهٔ کولموگوروف[2] وابسته می‌کرد، و این دیدگاه در ۱۹۷۴ وی را به شکل‌دهی مسائلی بسیار جالب راجع به آنچه امروز افکنه‌های ضربی یا cascades multiplicatives می‌نامند کشانده بود. راه‌حل‌هایی که همراه با ژاک پیریر[3] برای این مسائل یافتیم، آثار متعددی را در پی داشته‌اند و با افکار اوریل فریش[4] و جئورجیو پاریزی[5] راجع به «آنالیز چند فراکتالی» وارد رزنانس و تشدید متقابل شده‌اند. حاصل‌ضرب وزن‌های تصادفیِ مستقل موضوع اصلی مطالعهٔ من بین سال‌های ۱۹۸۵ تا ۱۹۹۰ بوده‌اند و اکنون به شکل یک نظریهٔ واحد در آمده‌اند. آنها به ظهور اندازه‌های تصادفی انجامیده‌اند که علاوه بر توربولانس می‌توانند به شکل‌های متعدد دیگری نیز تعبیر شوند و معدنی سرشار از مسائل را فراهم نموده‌اند.

بدین ترتیب من بنوا را با عمویش در این امر شریک می‌دانم که بین ریاضیدانان بیشترین تأثیر را روی من داشته‌اند. من از شوارتس، سالم، پل لوی و کاتسنلسون که کارهای مشترک فراوانی را با هم

1) Benoît Mandelbrot 2) Kolmogorov 3) Jacques Peyrière 4) Uriel Frisch 5) Georgio Parizi

انجام داده‌ایم، همچنین از مالیاون صحبت کردم. اما دربارهٔ شاگردانم و کسانی که کار مرا دنبال می‌کنند صحبت زیادی به میان نیاوردم. تعداد آنان زیاد است و بسیاری از آنان خیلی خوب هستند و به جای آن که از خود بگویم شایسته‌تر بود وقت جلسه را به آنان اختصاص می‌دادم.

یکی از ریاضیدانانی که در خاتمه می‌خواهم نام ببرم، ریاضیدان سوئدی آرنه برلینگ[۱] است. او یک ریاضیدان بزرگ و مرد سختگیری بود. من همیشه با او رابطهٔ خوبی داشته‌ام زیرا هیچوقت کار مشترکی با هم انجام ندادیم. اما تصمیم گرفتم او را وادار کنم مقالات و کارهای مخفی خود را منتشر نماید و با تأثیر و دخالت من تعدادی از کارهای او شناخته شدند. دو سال پیش در بزرگداشت و یادوارهٔ او شرکت کردم و نکتهٔ ظریفی از نظریهٔ اعداد اول تعمیم یافتهٔ او را تکمیل کردم که نقطهٔ برخورد آنالیز همساز و نظریهٔ اعداد است.

گشت و گذار خود را به عنوان ریاضیدان که مایل بودم برای شما نقل کنم به پایان می‌رسانم. من یک ریاضیدان حرفه‌ای، یک پیشه‌ور خوب در ریاضیات هستم. اما یک آماتور نیز هستم. من دوست دارم کارهایی را که دیگران هم انجام می‌دهند کشف کنم و دوست دارم پروانه‌وار به همه جا سر بکشم. البته در سن و سال کنونی کمتر و کمتر حرفه‌ای هستم. امیدوارم بیشتر و بیشتر آماتور باشم، آماتور و علاقه‌مند به هر آنچه در ریاضیاتِ گذشته‌ها و در ریاضیات امروز زیبا و سودمند است.

ترجمه: ارسلان شادمان
دانشگاه کردستان
achademan@gmail.com

---

1) Arne Beurling