

# نقش انگیزه‌های تحقیق در آموزش ریاضی<sup>۱</sup>

سید عباداله محمودیان

## مقدمه

عشق و علاقه بشر برای به دست آوردن یافته‌های جدید همیشه باعث پیشرفت در هر زمینه‌ای بوده است. تجربه نشان می‌دهد که اگر این علاقه را در جهت یادگیری به کار ببریم نتیجه‌ای چندجانبه به دست خواهد آمد. روش این است که دانش‌آموز یا دانشجو را با مسأله حل نشده‌ای که در حد معلومات و درکش است، آشنا کنیم تا به وی انگیزه دهیم که برای حل مسأله مطالب لازم را یاد بگیرد.

تجربه دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف در برگزاری دوره‌های تابستانی برای دانش‌آموزان زبده در شهر تهران و ارائه سمینارها توسط بعضی از گردانندگان این دوره‌ها، از این موارد است. در سطح دانشجویی نیز تجربه‌هایی که با تشکیل گروه‌های تحقیقاتی در مقطع کارشناسی به دست آمده است، مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

در این گزارش تجربه‌های به دست آمده ارائه و ابعاد مختلف آن تحت عنوان‌های زیر بررسی می‌شود:

- دانش‌آموزی
- دانشجویان دوره کارشناسی
- طریقه جلب علاقمندان
- انتخاب مسائل

---

(۱) بر پایه سخنرانی ارائه شده در ششمین کنفرانس آموزش ریاضی کشور، شیراز

- ضابطه انتخاب
- حمایت مالی
- در کشورهای دیگر
- جمع‌بندی
- لیست دانشجویان و دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این طرح
- مقالات منتشر شده مشترک با ع. محمودیان

### دانش‌آموزان

دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف از اواخر دهه ۱۳۶۰ هرساله در تابستان، یک دوره یک هفته‌ای برای دانش‌آموزان منتخب دبیرستان‌های تهران (دختر و پسر) برگزار می‌کند. این برنامه حدوداً با ۳۰ نفر شروع شد و این اواخر حتی به بیش از ۳۰۰ نفر رسیده بود. این دانش‌آموزان از طریق مدارس انتخاب شده و به دانشکده معرفی می‌شوند. در این دوره‌ها، اعضای هیأت علمی، دانشجویان تحصیلات تکمیلی و دانشجویان زبده دوره کارشناسی، سخنرانی‌هایی را برای آنها ایراد می‌کنند و گاهی در حین این سخنرانی‌ها، مسائل حل نشده‌ای را برای دانش‌آموزان مطرح می‌کنند. تجربه نشان داده است که ارائه مسائل حل نشده و قابل فهم برای دانش‌آموزان، در آنها انگیزه یادگیری بیشتری را ایجاد می‌کند. این مطلب را با یک مثال تجربی نشان می‌دهیم.

مثال. خانم‌ها مریم میرزاخانی و رویا بهشتی (فارغ‌التحصیلان دوره دکتری ریاضی، به ترتیب از دانشگاه هاروارد و ام‌آی‌تی) بعد از مطرح شدن تعمیم مسأله زیر در کلاس دوره تابستانی (سال ۱۳۷۱)، نسبت به حل آن علاقمند شدند.

با ایشان که دانش‌آموز سال دوم دبیرستان بودند، به مدت یک سال روی آن کار کردیم و نهایتاً نتایج به دست آمده به صورت مقاله‌ای مشترک چاپ شد [۱۵].

مسأله. (مسأله المپیاد ریاضی داخلی ۱۳۷۰) سه گروه  $A$ ،  $B$  و  $C$  از دانشمندان ریاضی از سه کشور مختلف در کنفرانسی گرد آمده‌اند. می‌خواهیم جلسات سه نفری از این دانشمندان تشکیل دهیم به طوری که از هر گروه فقط یک نفر شرکت داشته باشد و هر دو نفر دقیقاً در یک جلسه با هم شرکت کرده باشند.

الف) اگر این عمل امکان‌پذیر باشد، نشان دهید تعداد افراد هر سه گروه مساویند.

ب) در حالتی که تعداد افراد هر گروه ۳ باشد، نشان دهید این عمل امکان‌پذیر است.

ج) ثابت کنید در حالت کلی، وقتی که تعداد اعضای سه گروه مساویند، این عمل امکان‌پذیر است.

صورت دیگر مسأله. شرط لازم و کافی برای تجزیه گراف سه بخشی کامل  $K_{r,s,t}$  به مثلث‌ها چیست؟

گزاره. شرط لازم و کافی برای تجزیه  $K_{r,s,t}$  به مثلث‌ها این است که  $r = s = t$ .

تعمیم این مسأله: شرط لازم و کافی برای تجزیه  $K_{r,s,t}$  به دوره‌های ۵ - تایی چیست؟

برای تجزیه گراف سه بخشی کامل  $K_{r,s,t}$  به ۵ - دوره‌ها بلافاصله شرایط لازم زیر به دست می‌آیند:

قضیه. فرض کنید  $r \leq s \leq t$ . اگر گراف  $K_{r,s,t}$  را بتوان به ۵ - دوره‌ها افراز کرد، آنگاه شرایط زیر برقرارند:

(i)  $r$  و  $s$  و  $t$  یا هر سه زوجند یا هر سه فرد!

(ii)  $5 | rs + rt + st$

(iii)  $t \leq 4rs / (r + s)$

حدس: شرایط لازم فوق کافی نیز هستند.

جایزه. (ده هزار تومان - با پول آن زمان!)

در مقاله‌ای مشترک [۱۵] قسمتی از حدس اثبات شد. بعداً N. Cavenough (از استرالیا) دنباله آن را گرفت و مقاله‌هایی چاپ کرد. ولی هنوز حدس به طور کامل اثبات نشده است.

## دانشجویان دوره کارشناسی

تجربه کار با دانشجویان دوره کارشناسی به سال ۱۳۶۵ برمی‌گردد. به این صورت که بعد از مطرح شدن مسأله‌های حل نشده در کلاس‌های درس، دانشجویان علاقمند به منظور حل مسأله شروع به یادگیری و تحقیق می‌کردند. از جمله این دانشجویان خانم دکتر نسرين سلطانه‌خواه [۱۷] و آقای مانی رضائی [۱۸] هستند.

در سال ۱۳۶۹ در ادامه این تجربه با آقای علی اصغر خانبان (دانشجوی سال سوم کارشناسی آن زمان) بر روی مسأله‌ای درباره «طرح‌های بلوکی جهت‌دار» کار کردیم که نتایج به دست آمده از این فعالیت در مقاله [۱۶] چاپ شد. نکته جالب توجه در مورد این همکاری آن است که اساس این مقاله در یک اردوی تابستانی در مدتی که اینجانب به عنوان مأموریت خارج از مرکز (تابستان ۱۳۶۹) در دانشگاه شهید باهنر کرمان به تدریس مشغول بودم، و آقای خانبان نیز برای انجام همین تحقیقات به کرمان آمده بود، انجام گرفت.

از آن تاریخ به بعد این تجربه با تعداد زیادی از دانشجویان دوره کارشناسی تکرار شده و نتایج بعد دست آمده توسط آن‌ها به صورت مقالاتی در مجلات معتبر بین‌المللی چاپ شده است.

تعدادی از این مقالات در مجله رشد آموزش ریاضی نیز چاپ شده است و اکثر این دانشجویان بعد از پایان دوره، کماکان به تحقیقات خود ادامه داده‌اند و دارای مقاله‌های چاپ شده دیگری نیز هستند، به عنوان مثال در شماره‌های مجله دانش‌پژوه از انتشارات باشگاه دانش‌پژوهان جوان، مقاله‌هایی از این افراد دیده می‌شود.

اسامی این افراد و فعالیت‌های بعدی آن‌ها در آخرین گزارش آمده است.

تعدادی از افراد فوق که در دانشگاه‌های خارج از کشور مشغول تحصیل هستند در پایگاه اینترنتی خود با لطف فراوان، از این جانب به عنوان کسی که ایشان را با ترکیببات آشنا نموده‌ام، یاد کرده‌اند. برای دیدن این لینک‌ها کافی است که لغت Mahmoodian را در اینترنت جستجو کنیم. در دوره‌هایی از فعالیت تحقیقاتی، به علت زیاد بودن تعداد علاقمندان، آنها را به گروه‌های تحقیقاتی تقسیم کرده و در هر گروه عده‌ای از دانشجویان تحصیلات تکمیلی و با همکاران هیأت علمی به عنوان مسؤل و مشاور با آن‌ها همکاری می‌کردند. به عنوان مثال آقایان یاشار گنجعلی، مهدی میرزازاده، و بشیر سجاد از افرادی هستند که کار تحقیقاتی آن‌ها به مقاله‌های علمی نیز ختم شده است.

مثال. یک مثال از فعالیت‌های تحقیقاتی با دانشجویان دوره کارشناسی، مجموعه‌های تعیین‌کننده در رنگ آمیزی گراف‌ها است. از نتایج این تحقیقات طرح مسأله زیر می‌باشد. این مسأله جزو مسائل پیشنهادی ایران (توسط محمودیان و مهدیان) بود که در المپیاد جهانی ریاضی در آرژانتین (۱۹۹۷) برای مسابقه برگزیده شد.

**مسأله.** (IMO97) یک ماتریس  $n \times n$  که درایه‌های آن از اعضای مجموعه  $S = \{1, 2, \dots, 2n-1\}$  انتخاب شده‌اند، را ماتریس نقره‌ای نامند اگر به‌ازای  $i = 1, \dots, n$ ، سطر  $i$ ام و ستون  $i$ ام روی هم، اعضای  $S$  را شامل شوند. نشان دهید:

(الف) هیچ ماتریس نقره‌ای برای  $n = 1997$  وجود ندارد.

(ب) ماتریس‌های نقره‌ای به‌ازای تعداد نامتناهی از  $n$  وجود دارد.

تعداد زیادی مسأله حل نشده در این زمینه مطرح است که در مقاله‌ای در رشد آموزش ریاضی، پائیز ۱۳۷۷، آمده است.

## طریقه جلب علاقمندان

بیشتر از طریق کلاس‌های درس، کلاس‌های المپیاد دانش‌آموزی و سخنرانی‌ها در مجامع و

دبیرستان‌ها بوده است.

## انتخاب مسائل

بیشتر از مسائل حل نشده روز بوده‌اند که در مجلات بین‌المللی مطرح شده‌اند. بیشتر اوقات صورت‌های ساده‌تری از این مسائل به صورت مسأله مسابقه‌ای مطرح شده‌اند. مسائلی که ما کار کرده‌ایم غالباً در زمینه ترکیبیات، نظریه گراف و ریاضیات گسسته بوده‌است.

## ضابطه انتخاب

علاقه دانشجویان دانش آموز به حل مسأله، روحیه تحقیق و پژوهش و انضباط کاری ایشان بوده است.

## حمایت مالی

گاهی اوقات پس از به دست آوردن نتایج، از طرف معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف حمایت‌های مالی جزئی انجام گرفته است و در دورانی هم به مدت ۶ ماه از طرف «باشگاه دانش‌پژوهان جوان» به دانشجویان حق‌التحقیق پرداخت شده است. در این دوره جلسات پژوهشی را در آن باشگاه تشکیل می‌دادیم. مدتی نیز (حدود ۲ سال) که من در مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات (IPM) یک «هسته تحقیقاتی» داشتم از طریق آن مرکز به ایشان پرداخت‌هایی (هرچند جزئی) صورت گرفته است. در سال ۱۳۸۰ نیز با چاپ دو مقاله [۸] و [۹] در مجلات بین‌المللی که ۵ نفر از نویسندگان آن‌ها از دانشجویان دوره کارشناسی بودند، از طرف وزارت علوم تحقیقات و فناوری جایزه‌ای به نویسندگان تعلق گرفت.

کار تحقیقاتی در چند مورد، به صورت اردو، و حتی در شهرستان‌ها انجام شده است. مثلاً:

- تابستان ۱۳۶۹، کرمان
- تابستان ۱۳۷۳، زنجان (با حمایت دانشگاه زنجان)
- تابستان ۱۳۷۶، باشگاه دانش‌پژوهان جوان (تهران)
- تابستان ۱۳۷۷، IPM (تهران)
- تابستان ۱۳۸۱، زنجان (با حمایت مرکز آموزش و پرورش استعدادهای درخشان و مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان)
- تابستان ۱۳۸۳ و ۱۳۸۵، زنجان (با حمایت مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان)

## در کشورهای دیگر

مشابه این فعالیت‌ها در کشورهای دیگر نیز انجام شده است. مثلاً پرفسور جوزف گالیان از

دانشگاه مینوسوتا در آمریکا یک تجربه ۳۰ ساله در این زمینه دارد که در منزلگاه اینترنتی ایشان آمده است:

<http://www.d.umn.edu/~jgallian>

ایشان که مؤلف کتاب بسیار زیبای درسی در جبر است، از سال ۱۹۷۷ بیش از ۳۰ دوره تابستانی برای کار تحقیقاتی با دانشجویان دوره کارشناسی برگزار کرده است. گزارش کامل این دوره‌ها همراه با عکس‌هایی در منزلگاه فوق آمده است. درباره این دوره‌ها:

- هر دوره به مدت ۱۰ هفته در دانشگاه مینوسوتای آمریکا برگزار شده است.
- در بیشتر این دوره‌ها، تعداد دانشجویان بین ۳ تا ۴ نفر بوده است که از میان دانشجویان زبده از سرتاسر آمریکا انتخاب شده‌اند. بیشتر آن‌ها از بین صد نفر اول مسابقه ریاضی دانشجویی پاتنم (Putnam) بوده‌اند.
- هزینه مسافرت و اقامت این دانشجویان با حمایت مالی دانشگاه مینوسوتا و بنیاد علمی ملی (آمریکا) (NSF) بوده است. اخیراً نیز سازمان امنیت ملی (آمریکا) (NSA) جزو حمایت‌کنندگان شده است.
- تا سال ۲۰۰۶، کلاً بالغ بر ۱۰۰ نفر دانشجو در این دوره‌ها شرکت کرده‌اند که نتایج کار آن‌ها منجر به چاپ بیش از ۹۰ مقاله علمی در مجلات تراز اول ریاضی شده است.
- آمار فعالیت‌های بعدی این دانشجویان که اکثراً به تحصیلات عالی خود ادامه داده و از دانشگاه‌های رده اول نظیر هاروارد، پرینستون، ام آی تی، کمبریج، و برکلی دکترا گرفته‌اند در منزلگاه گالیان موجود است.

به علت موفقیت گالیان در اجرای این پروژه‌ها اکنون در بیش از ۲۰ مرکز علمی دیگر در آمریکا برنامه‌ای به نام REU<sup>۱</sup> «تجربه‌های پژوهشی برای دانشجویان دوره کارشناسی» اجرا می‌شود. اغلب گردانندگان این دوره‌ها دانشجویانی هستند که خود قبلاً در دوره‌های پرفسور گالیان شرکت کرده‌اند. گالیان در مورد مسائلی که می‌توان برای این دوره‌ها در نظر گرفت می‌نویسد:

«مسأله باید طوری باشد که:

- زمینه قبلی زیادی برای فهم آن لازم نباشد؛
- به دست آوردن نتایج نسبی امکان‌پذیر باشد؛

---

1) Research Experiences for Undergraduates

• تازه باشد!

• نتایج جدید درباره آن قابل چاپ باشد.»

گالیان در مورد دوره می گوید: «مهم است که دانشجویان از دوره اردو لذت ببرند. در نتیجه انواع تفریحات سالم از قبیل دوچرخه سواری، شنا، کوهنوردی و غیره بر اساس علایق آنها ترتیب داده می شود.»

• مسائلی که گالیان با دانشجویان کار کرده است در زمینه های نظریه گراف، ترکیبیات، نظریه گروه ها، نظریه حلقه ها، نظریه میدان ها، و نظریه اعداد بوده است. اتفاقاً یکی از آخرین مسائلی که روی آن کار کرده اند با یکی از مسأله های ما که در زیر بیان می شود مشترک بوده است.

صورت مسأله (مجموعه تحمیلی برای تطابق های کامل در گراف ها). فرض کنید  $M$  یک تطابق کامل برای گراف  $G$  باشد. زیرمجموعه  $S$  از  $M$  را یک مجموعه تحمیلی گوئیم، هرگاه  $M$  تنها تطابق کاملی باشد که شامل  $S$  است. تابع  $f(G, M)$  تعداد اعضای کوچک ترین مجموعه تحمیلی برای  $M$  چیست؟ (مرجع [۶] را ببینید.)

مسأله مشخص: تعیین  $f(Q_n) = \min_M f(Q_n, M)$

حدس.  $f(Q_n) = 2^{n-2}$ .

جایزه. صد هزار تومان.

یکی از دانشجویانی که در سال ۲۰۰۰ با گالیان کار کرده است<sup>۱</sup> حدس فوق را برای  $n$  های زوج ثابت کرده است.

• تجربه ام. آی. تی

در سال ۲۰۰۰، از طریق آقای محمد مهدیان و خانم رویا بهشتی (دانشجویان دوره دکتری دانشگاه ام. آی. تی در آن زمان) به من اطلاع داده شد که آن دانشگاه، دانش آموزان مستعد سال های آخر دبیرستان را از کشورهای مختلف انتخاب کرده و به آنها بورس اهدا می کند تا در یک دوره یک ماهه تابستانی تحت سرپرستی دانشجویان دوره دکتری آن دانشگاه به فعالیت های تحقیقاتی پردازند. هدف دوره، سعی در آموزش مطالب به بهانه حل یک مسأله تحقیقاتی است. بعد از مشورت با من، خانم بهشتی با دانش آموز خود تعمیمی از مسأله IMO97 را بررسی کرده و به نتایج جالبی دست یافتند و آقای مهدیان نیز با دانش آموز خود مسأله ای را، که هم ما و هم یکی از

1) Riddle

دانشجویان گالیان بررسی کرده بودیم، دنبال کرده و هر دوی آن‌ها تحقیقات خود را به صورت گزارش‌های تحقیقاتی چاپ کردند.

### جمع‌بندی

این تجربیات نشان داده است که برخلاف باور عمومی، تحقیق توسط دانشجویان کارشناسی و حتی بعضی از دانش‌آموزان دبیرستانی می‌تواند بسیار نتیجه‌بخش باشد. مثلاً اینجانب اطلاع دارم که در چند سال اخیر در شهر زنجان نیز فعالیت‌هایی توسط آقایان مرتضی بیات، اکبر ترابی و حسین تیموری با دانش‌آموزان دبیرستان صورت گرفته است که نتایج آن به صورت مقاله‌هایی در مجلات چاپ شده است. همه کسانی که من افتخار همکاری با آن‌ها را داشته‌ام، همچنان نیز به تحقیقات خود ادامه داده و مدارج عالی تحصیلی را طی کرده‌اند. ایشان از محققین نسل آینده هستند. نتایج چشم‌گیری که در طول این سال‌ها از این تحقیقات به دست آمده است، لزوم ادامه این برنامه‌ها و سرمایه‌گذاری بیشتر روی این‌گونه پروژه‌ها را نشان می‌دهد.

#### پیوست ۱: لیست دانشجویان و دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این برنامه‌ها

دکترای ریاضی از دانشگاه صنعتی شریف - عضو هیأت علمی دانشگاه الزهرا	نسرین سلطانه‌خواه
کارشناسی ارشد از دانشگاه صنعتی شریف - دانشجوی دکترا در دانشگاه شهید بهشتی	مانی رضائی
کارشناسی ارشد از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از امپریال کالج لندن	علی‌اصغر خانبان
دکترای ریاضی از دانشگاه صنعتی شریف - عضو هیأت علمی دانشگاه شهید بهشتی	حسین حاجی‌ابوالحسن
کارشناسی از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه سایمون فریزر کانادا	رضا ناصر عصر
کارشناسی از دانشگاه تبریز - کارشناسی ارشد و دکترا از دانشگاه صنعتی شریف - عضو هیأت علمی مرکز تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان	منوچهر ذاکر
مهندسی نرم‌افزار از دانشگاه صنعتی شریف - کارشناسی ارشد از دانشگاه تورنتو - دکترا از دانشگاه ام. آی. تی	محمد مهدیان
کارشناسی در دانشگاه صنعتی شریف که در تصادف اتوبوس دانشگاه فوت کرده است.	رضا صادقی
کارشناسی از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه هاروارد	مریم میرزاخانی
مهندسی نرم‌افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه تورنتو	محمد رضا صلواتی‌پور
کارشناسی ارشد از دانشگاه صنعتی شریف	حسین مسرت



کارشناسی از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه ام. آی. تی	رویا بهشتی
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه جورجیاتک	امین صابری
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه ایلینوی	بردیا صدری
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه تورنتو	بابک فرزاد
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - کارشناسی ارشد از دانشگاه واترلو - دکترا از دانشگاه ام. آی. تی	محمدتقی حاجی آقایی
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دکترا از دانشگاه ام. آی. تی	میروهاب میررکنی
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دانشجوی دکترا در دانشگاه تورنتو	بهداد اسپهبد
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دانشجوی دکترا در دانشگاه تورنتو	حامد حاتمی
مهندسی نرم افزار از دانشگاه صنعتی شریف - دانشجوی دکترا در دانشگاه واترلو	پیمان افشانی
کارشناسی از دانشگاه صنعتی شریف - دانشجوی دکترا در دانشگاه سایمون فریزر کانادا	جواد ابراهیمی بروجنی
کارشناسی از دانشگاه صنعتی شریف - دانشجوی دکترا در دانشگاه ام. آی. تی	هدی بیدخوری
دانشجوی دکترای پیوسته در دانشگاه تربیت معلم	مریم خسروی
دانشجوی کارشناسی (علوم کامپیوتر) در دانشگاه صنعتی شریف	پویا حاتمی

پیوست ۲: مقالات منتشر شده (مشترک با ع. محمودیان)

#### تشکر

مراحل نهایی تهیه این مقاله در دوره مأموریت فرصت مطالعاتی نویسنده در مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان صورت گرفت. از حمایت آن مرکز سپاسگزارم و از خانم پانته آعلیرضازاده برای کمک در اولین ارائه این گزارش کمال تشکر را دارم.

#### مراجع

- [1] With Babak Behsaz and Pooya Hatami, "On Minimum Vertex Cover of Generalized Petersen Graphs", submitted.
- [2] With Javad Ebrahimi B. and Nafiseh Jahanbakht, "Vertex Domination of Generalized Petersen Graphs", submitted.

- [3] With B. Farzad, M. Mahdian, A. Saberi, and B. Sadri, “Forced Orientation of Graphs”, to appear in: *Bull. of Iranian Math. Society*.
- [4] With Richard Bean, Hoda Bidkhori, and Maryam Khosravi, “On the Size of the Minimum Critical Set of A Latin Square”, *Discrete Math.*, **293** (2005), no. 1-3, 121–127. **MR2005m:05038**.
- [5] With M. Ghandehari and H. Hatami, “ $k$ -homogeneous Latin Trades”, *Bayreuth. Math. Schr.*, **74** (2005), 7–18. **MR2006k:050346**.
- [6] With P. Afshani and H. Hatami, “On the Spectrum of the Forced Matching Number of Graphs”, *Australas. J. Combin.*, **30** (2004), 147–160. **MR2005b:05176**.
- [7] With H. Hatami, “A Lower Bound for the Size of the Largest Critical Sets in Latin Squares”, *Bulletin of the Institute of Combinatorics and its Applications*, **38** (2003), 19–22. **MR2004d:05038**.
- [8] With M. T. Hajiaghaee, V. S. Mirrokni, A. Saberi, and R. Tusserkani, “On Simultaneous Edge-coloring Conjecture”, *Discrete Mathematics*, **216** (2000), 267–272. **MR2001a:05059**.
- [9] With M. Mahdian, A. Saberi, M.R. Salavatipour, and R. Tusserkani, “On a Conjecture of Keedwell and the Cycle Double Cover Conjecture”, *Discrete Mathematics*, **216** (2000), 287–292. **MR2000k:05056**.
- [10] With M. Mahdian, “The Roots of an IMO97 Problem”, *Bulletin of the Institute of Combinatorics and its Applications*, **28** (2000), 48–54. **MR1740669**.
- [11] With M. Mahdian, “A Characterization of Uniquely 2-list Colorable Graphs”, *Ars Combinatoria*, **51** (1999), 295–305. **MR 99j:05073**.
- [12] With Reza Naserasr, M. Mahdian, and Frank Harary, “On Defining Sets of Vertex Colorings of the Cartesian Product of a Cycle With a Complete Graph”, In Y. Alavi, D.R. Lick, and A. Schwenk, editors, *Combinatorics*,

- Graph Theory and Algorithms, (Kalamazoo, MI, 1996), New Issues Press, (1999), **MR1985077**.
- [13] With S. Akbari, M. Behzad, and H. Hajiabolhassan, "Uniquely Total Colorable Graphs", *Graphs and Combin.*, *Graphs Combin.*, **13** (1997), 305–314. **MR 99b:05052**.
- [14] With R. Naserasr and M. Zaker, "Defining Sets in Vertex Colorings of Graphs and Latin Rectangles", *Discrete Mathematics*, **167/168** (1997), 451–460. **MR 98b:05044**.
- [15] With Maryam Mirzakhani, "Decomposition of Complete Tripartite Graphs into 5-Cycles", *Combinatorics Advances*, Kluwer Academic Pub. Mathematics and its Applications, 329 C. J. Colbourn and E. S. Mahmoodian, Editors (1995), 235–241. **MR 96i:05132**.
- [16] With A.A. Khanban, "Ordered Block Designs", *Words, Languages and Combinatorics*, Kyoto, Japan, 1990 M. Ito (ed.) 262–272, World Sci. Publishing, River Edge, NJ, (1992), **MR 92m:05022**.
- [17] With Nasrin Soltankhah, "On the Existence of  $(v, k, t)$  Trades", *Australasian Journal of Combinatorics*, **6** (1992) 279–291. **MR 93j:05013**.
- [18] With M. Rezaie and F. Vatan, "Generalization of Venn Diagram", *Proceedings of the Eighteenth Conference of Iranian Mathematical Society*, Birjand (1987), 154–161.

---

سید عباداله محمودیان

دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف

emahmood@sharif.edu