

## ... نیوتن و لایب‌نیتس، سپس کیوشی ایتو

روح‌اله جهانی‌پور

کیوشی ایتو در هفتم سپتامبر سال ۱۹۱۵ در ژاپن متولد شد. ریاضیات را در دانشکده علوم دانشگاه سلطنتی توکیو تحصیل کرد و در همین دوران بود که جذب نظریه احتمالات شد. خود او جریان را این‌گونه نقل می‌کند:

از همان زمانی که دانشجو شدم، همواره به این واقعیت می‌اندیشیدم که قوانین آماری بر پدیده‌های تصادفی متوقف هستند. هرچند می‌دانستم که نظریه احتمال ابزاری است برای توصیف اینگونه پدیده‌ها، لیکن مقالاتی که در آن زمان در این باره چاپ می‌شد یا کارهایی که صورت می‌گرفتند، مرا راضی نمی‌کرد زیرا مفهوم متغیر تصادفی که عنصر بنیادین نظریه احتمال بود، به روشنی تعریف نمی‌شد. در آن موقع، تعداد اندکی از ریاضیدانان بودند که نظریه احتمال را همچون حساب دیفرانسیل و انتگرال جزء شاخه‌های جدی ریاضی تلقی می‌کردند و حساب دیفرانسیل و انتگرال به واسطه تعریف درستی که در اواخر قرن نوزدهم از مفهوم عدد حقیقی صورت گرفت، به سان یک دستگاه ریاضی معتبر نسج یافت. در دوران دانشجویی من تعداد محققین در نظریه احتمال خیلی کم بودند که در آن میان می‌توان به آ. ن. کلموگرف در روسیه و پ. لوی در فرانسه اشاره کرد.

در سال ۱۹۳۸ ایتوا از دانشگاه توکیو فارغ التحصیل شد و یک سال پس از آن به کار در مرکز آمار کشور دعوت شد. او تا سال ۱۹۴۳ در آنجا کار کرد و در همین دوره بود که کارهای برجسته خود را در زمینه احتمال انجام داد. خود او می‌گوید [۳]:

در طول این پنج سال به خاطر الطاف ویژه‌ای که رئیس کاواشیما به من داشت، اوقات فراغت زیادی داشتم و توانستم مطالعاتم را در نظریه احتمال با خواندن کتاب کلموگرف با عنوان مبانی نظریه احتمال و یادداشت لوی در باب مجموع متغیرهای تصادفی مستقل ادامه دهم. آن موقعها اعتقاد عموم بر این بود که درک کارهای لوی خیلی مشکل است زیرا لوی که خود از پیشگامان نظریه احتمال بود، احتمال را

بر مبنای شهود خودش توضیح می‌داد. من تلاش کردم ایده‌های لوی را با استفاده از منطق دقیقی که کلموگروف به کار می‌گرفت شرح دهم و در این مسیر توانستم به کمک مفهوم منظم‌سازی که دوب معرفی کرده بود، و پس از تلاش‌های طولانی مفهوم معادله دیفرانسیل تصادفی را ابداع کنم و به این ترتیب اولین مقاله‌ام را منتشر نمودم. ولی امروزه به کارگیری روش‌های ابداعی من در تشریح نظریه لوی امری عادی در بین ریاضیدانان شده است.

در سال ۱۹۴۰، ایتو مقاله‌ای با عنوان درباره توزیع احتمال روی گروه‌های فشرده با همکاری یوکیوشی کاوادا منتشر ساخت. در دیباچه مقاله مشهور ایتو به سال ۱۹۴۲ درباره فرآیندهای تصادفی و توزیع‌های احتمال بی‌نهایت بار تقسیم‌پذیر که در مجله *Japanese Journal of Mathematics* چاپ شد، آمده است:

براون، گیاه‌شناس اسکاتلندی، حرکت ذرات معلق در آب را کشف کرد. حرکت براونی را در ابتدای قرن بیستم فیزیکدانانی چون اینشتین، پرن و دیگران مطالعه کردند. در سال ۱۹۲۳ وینر با پیش چشم داشتن این زمینه علمی، اندازه احتمال روی فضای مسیرها را معرفی کرد و با استفاده از مفهوم انتگرال لیگ، مبانی ریاضی آنالیز تصادفی را بنیان نهاد. در سال ۱۹۴۲، ایتو مفهوم انتگرال تصادفی و آنالیز ریاضی وابسته به آن را به وجود آورد. او نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی را ابداع نمود که به کمک آن می‌شود حرکت‌های ناشی از پدیده‌های تصادفی را توصیف کرد.

هرچند امروزه ما این مقاله را بنیادی تلقی می‌کنیم، ولی ریاضیدانانی که در زمان انتشار مقاله می‌زیستند چنین تصویری نداشتند. ایتو که در آن موقع هنوز مدرک دکتری خود را نگرفته بود، می‌بایست چندین سال انتظار می‌کشید تا اهمیت ایده‌های او معلوم شود و ریاضیدانان دیگر هم در توسعه نظریات او شرکت جویند. در سال ۱۹۴۳ ایتو به استادیاری ریاضی در دانشکده علوم دانشگاه سلطنتی ناگویا استخدام شد. این دوره، جزء پرکارترین بخش‌های زندگی ایتو بود و اگر توجه کنیم که در آن سال‌ها ژاپن با مشکلات عدیده ناشی از جنگ دوم جهانی رو به رو بود، به اهمیت آنچه ایتو انجام داد پی می‌بریم. در واقع مجلد بیستم مجموعه مقالات آکادمی سلطنتی توکیو شامل شش مقاله از ایتو است\*.

- 
- \*) 1- On the ergodicity of a certain stationary process  
 2- A kinematic theory of turbulence  
 3- On the normal stationary process with no hysteresis  
 4- A screw line in Hilbert space and its application to probability theory  
 5- Stochastic interal  
 6- On Student's test

ایتو مدرک دکتری خود را در سال ۱۹۴۵ اخذ کرد و پس از آن همچنان مطالعات خویش را درباره آنالیز تصادفی با چاپ مقالات مهم دیگری در این‌باره گسترش داد. از میان این مقالات می‌توان به این موارد اشاره کرد: درباره معادله انتگرال تصادفی (۱۹۴۶)، درباره انتگرال تصادفی (۱۹۴۸)، معادلات دیفرانسیل تصادفی روی خمینه‌های دیفرانسیل پذیر (۱۹۵۰)، حرکت براونی روی گروه لی (۱۹۵۰) و درباره معادلات دیفرانسیل تصادفی (۱۹۵۱). در سال ۱۹۵۲ به تدریس در دانشگاه کیوتو دعوت شد و یک سال پس از آن کتاب مشهور خود با عنوان نظریه اندازه ارائه کرده بود. سال‌های ۱۹۵۴-۱۹۵۶ را در مؤسسه مطالعات پیشرفته در دانشگاه پرینستون گذراند و در سال ۱۹۵۷ کتاب مهم خود فرآیندهای تصادفی را به چاپ رساند که مشتمل بر پنج فصل بود: در فصل اول مقدمات بحث را معرفی می‌کند و باقی فصل‌ها اختصاص دارد به بررسی فرآیندهای با نمو مستقل، فرآیندهای مانا، فرآیندهای مارکف و نظریه فرآیندهای نفوذ. در سال ۱۹۶۰ از مؤسسه تاتا در بمبئی هند بازدید کرد و در آنجا مجموعه‌ای از سخنرانی‌ها را درباره کارهای خودش و دیگران بر روی فرآیندهای مارکف، فرآیندهای لوی، حرکت براونی و فرآیندهای نفوذ خطی عرضه کرد.

گرچه ایتو تا زمان بازنشستگی خود در سال ۱۹۷۹ همچنان استاد دانشگاه کیوتو باقی ماند، اما جایگاه‌های استادی در دیگر دانشگاه‌ها را نیز داشت؛ برای مثال استاد دانشگاه آریوس از سال ۱۹۶۶ تا ۱۹۶۹ و استاد دانشگاه کرنل از سال ۱۹۶۹ تا ۱۹۷۵. در خلال سه سال پیش از بازنشستگی در کیوتو، ریاست مؤسسه تحقیقات در علوم ریاضی در این دانشگاه را نیز عهده‌دار بود. پس از بازنشستگی از دانشگاه کیوتو در سال ۱۹۷۹، از ریاضیات بازنشسته نشد و به چاپ مقالات تحقیقاتی خود ادامه داد.

ایتو توصیف زیبایی از زیبایی در ریاضی ارائه می‌دهد و سپس آن را به راه و روش اندیشیدن خود و دیگر ریاضیدانان مرتبط می‌سازد [۳]:

ریاضیدان در ساختارهای دقیق ریاضی همان زیبایی را مشاهده می‌کند که دیگران در قطعات زیبای موسیقی یا یک معماری مجلل می‌یابند. لکن تفاوت بزرگی بین زیبایی ساختارهای ریاضی با زیبایی در هنر وجود دارد. برای مثال موسیقی موزارت حتی کسانی را که از موسیقی هیچ نمی‌دانند سخت مجذوب می‌کند، یا یک بنای معماری زیبا کسانی را که سررشته‌ای از طراحی ندارند، متحیر می‌سازد، لکن درک زیبایی موجود در ساختارهای ریاضی بدون آگاهی از گروهی از فرمول‌های ریاضی که قوانین منطقی حاکم بر آن ساختار را بیان می‌کنند، امکان‌پذیر نیست. فقط ریاضیدان است که می‌تواند نت‌های موسیقی را که متضمن فرمول‌های ریاضی‌اند بفهمد و آن قطعه موسیقی را در قلب خویش بنوازد. بنابراین دانستم که بدون به یادگار گذاشتن فرمول‌هایی در ریاضی، نمی‌توانم در نواختن موسیقی‌های لذت‌بخش آن در قلب خویش، شرکت جویم. به این ترتیب بود که «فرمول ایتو» در معادلات

دیفرانسیل تصادفی که امروزه کاربرد گسترده‌ای در توصیف پدیده‌های تصادفی یافته است، شکل گرفت. وقتی اول بار نظریهٔ معادلات دیفرانسیل تصادفی را مطرح کردم، مقاله‌ام مورد استقبال چندانی واقع نشد ولی حدود یک دهه بعد از آن، ریاضیدانان دیگر هم شروع به نواختن نت‌های موسیقی من منتهی با استفاده از آلات موسیقی خودشان نمودند. سپس با ساختن قطعات موسیقی هوشمندانه‌تر ولی با حفظ اصالت حاکم بر نت‌های اولیه، توانستند فرمول ایتو را بسط فراوان دهند.

ایتو به خاطر فعالیت‌های ریاضی خود، توانست افتخارات زیادی برای خویش به ارمغان آورد. در سال ۱۹۷۸ جایزهٔ آساهی، جایزهٔ سلطنتی و نیز جایزهٔ آکادمی ژاپن را به دست آورد. در سال ۱۹۸۵ جایزهٔ فوجیوارا و در سال ۱۹۹۸ جایزهٔ کیوتو در علوم بنیادی را از طرف بنیاد ایناموری از آن خود کرد. علاوه بر این جوایز که همگی ژاپنی بودند، به عضویت آکادمی ژاپن نیز درآمد. با این حال، جوایزی از دیگر کشورها هم دریافت نمود و به علاوه برای عضویت در آکادمی علوم ملی ایالات متحده و آکادمی علوم فرانسه هم انتخاب شد. دکتری افتخاری دانشگاه واریک در انگلستان و ETH در زوریخ سوئیس نیز به او اعطا گشت. در مرجع [۲] این‌گونه از او ستایش شده است:

امروزه، نظریهٔ ایتو علاوه بر ریاضی در حوزه‌های متعدد علمی در تحلیل پدیده‌های ناشی از وقایع تصادفی، به کار می‌رود. محاسباتی که بر مبنای حسابان «ایتو» انجام می‌شوند نه تنها در فیزیک، جمعیت‌شناسی، و نظریهٔ کنترل تصادفی و علوم طبیعی دیگر کاربرد دارد، بلکه در ریاضیات مالی و اقتصاد نیز به کار گرفته می‌شود. در واقع کارشناسان ریاضیات مالی، اصلاً حسابان ایتو را با نام فرمول ایتو می‌شناسند. ایتو را بایستی به حق، پدر آنالیز تصادفی دانست که در قرن بیستم متولد شد و شکل گرفت. این گسترش بی‌وقفه را ریاضیدانان زیادی از جمله خود ایتو هدایت نمودند که کارش در این زمینه به خاطر عمق ریاضی و اندرکنش فراوان با حوزه‌های علمی دیگر، قابل ستایش است. این کار به این دلیل که بار یک نظریهٔ ممتاز ریاضی در قرن بیستم را بردوش می‌کشد، یقیناً به یادماندنی خواهد بود.

اخیراً تکنگاشتی به مناسبت هشتادمین سالگرد تولد ایتو به چاپ رسیده است [۱] با عنوان نظریهٔ احتمال و حسابان تصادفی از دید ایتو که مشتمل است بر چندین مقاله دربارهٔ بسط ایده‌های ایتو. در بخشی از این تکنگاشت آمده است: «استاد کیوشی ایتو مشهور است به بنیانگذار آنالیز تصادفی. گرچه ایتو این نظریه را که امروزه به آنالیز تصادفی ایتو موسوم است، اول بار حدود پنجاه سال پیش ارائه کرد، ولی ارزش آن در ریاضیات محض و کاربردی روز به روز افزون‌تر می‌گردد. آنالیز ایتو برای درک تقریباً تمامی نظریه‌های جدید مربوط به احتمالات و حوزه‌های وابسته به آن، ابزاری اجتناب‌ناپذیر است و در آینده هم چنین خواهد بود. برای مثال فرمول زیربنایی ایتو در حوزه‌های مختلفی از فیزیک گرفته تا اقتصاد مورد استفاده است.»



چراکه هر دو یک پدیده فیزیکی را الگوسازی می کنند. ولی مدتی طول کشید تا معلوم شود که این ارتباط در بطن فرمول بلک - شولز نهفته است؛ همان فرمول مشهور در ریاضیات مالی! امروزه شکی نیست که آنالیز تصادفی شاخه‌ای پر بار، مهم و باطراوت در ریاضیات است که کاربردهای فراوانی در فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، علوم فنی، اقتصاد و به طور کلی زندگی واقعی مردم دارد. به همین دلیل است که عده‌ای، ایتو را نیوتن قرن بیستم نامیده‌اند، که آنالیز ریاضی را بنیادی مجدد نهاد، ولی به تعبیر فولمر، او لایب‌نیتس قرن بیستم است!

## مراجع

- [1] N. Ikeda, S. Watanabe, M. Fukushima, H. Kunita, *Ito's stochastic calculus and probability theory*, Kyoto , 1996.
- [2] *Citation for the Kyoto Prize in Basic Sciences awarded to Kiyosi Ito by the Inamori Foundation*, 1998.
- [3] K. Itô, *My Sixty Years in studies of probability theory: acceptance speech of the Kyoto Prize in Basic Sciences*, 1998.
- [4] Kiyosi Itô, in *Ito's stochastic calculus and probability theory*, Tokyo, 1996, ix-xiv.
- [5] Kiyosi Itô, *C. R. Acad. Sci. Paris Ser. Gen. Vie Sci.*, **6**(6), 1998, 496.

---

روح‌الله جهانی‌پور  
بخش ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه کاشان  
jahanipu@kashanu.ac.ir