

درباره دشوارترین معمای منطقی همه دورانها

مریم اسماعیلی

چکیده. سالها پیش ریچارد اسمولیان، منطق‌دان و استاد طرح معما، مسئله‌ای مطرح کرد که جورج بولس عنوان «دشوارترین معمای منطقی همه دورانها» را به آن داد. در این مقاله ابتدا این معما را بیان و سپس پاسخ جورج بولس را شرح می‌دهیم. در پایان، تعمیمی از این معما را به صورت مسئله‌ای مطرح می‌کنیم.

۱ مقدمه و طرح معما

جورج بولس^۱، فیلسوف و منطق‌دان آمریکایی، در سال ۱۹۹۶ مقاله‌ای منتشر کرد و در آن یک معمای منطقی را طرح کرد [۳]. او خالق این معما را ریچارد اسمولیان می‌داند و به آن معما عنوان «دشوارترین معمای منطقی همه دورانها» را داد. ریچارد اسمولیان^۲، فیلسوف، منطق‌دان، و ریاضی‌دان آمریکایی، خالق معماهای منطقی بسیاری است که می‌توان برخی از آنها را در کتاب‌هایی مثل «اسم این کتاب چیست؟» [۷] یا «معماهای شهرزاد» [۸] دید.

این معما از این قرار است: سه ایزدبانوی A ، B ، و C صدق، کذب، و تضاد نامیده شده‌اند. صدق همیشه صادقانه سخن می‌گوید، کذب همیشه سخنانش کذب است، و تضاد، کاملاً تضادفی، صادقانه یا کاذبانه سخن می‌گوید. مسئله این است که هویت A ، B و C را با طرح سه سؤال بله-خیر (سؤالی که پاسخ آن تنها «بله» یا «خیر» است) روشن کنیم. هر سؤال باید دقیقاً از یکی از ایزدبانوان پرسیده شود، ایزدبانوان زبان می‌دانند اما به همه سؤالها به زبان خودشان پاسخ می‌دهند

عبارات و کلمات کلیدی: معماهایی منطقی، جورج بولس، نمودار درختی
نوع مقاله: پژوهشی؛ تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۷/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۷/۱۴

1. George Boolos 2. Raymond Merrill Smullyan

که در آن زبان برای «بله» و «خیر» از «دا» و «ها» استفاده می‌شود، اما شما نمی‌دانید کدام واژه، کدام معنی را دارد. (این قسمت آخر را جان مکاریتی^۱، متخصص علوم رایانه، به معما افزوده است.) ابتدا چند نکته را برای رفع برخی از ابهام‌ها می‌آوریم.

- ممکن است از یک ایزدبانو بیش از یک‌بار سؤال پرسیده شود (پس ممکن است از برخی ایزدبانوها اصلاً سؤال پرسیده نشود)؛
- اینکه دومین سؤال چیست و خطاب به کدام ایزدبانو مطرح می‌شود، ممکن است به پاسخ سؤال اول بستگی داشته باشد (و چنین است در مورد سؤال سوم)؛
- منظور از اینکه ایزدبانوی تصادف صادقانه یا کاذبانه سخن می‌گوید این است که صدق و کذب سخن او به نتیجه پرتاب سکه‌ای خیالی در ذهنش بستگی دارد: اگر نتیجه پرتاب سکه شیر باشد صادقانه سخن می‌گوید، و اگر خط باشد، کاذبانه؛
- تصادف برای هر سؤال بله-خیری که پرسیده شود، پاسخ خواهد داد «دا» یا «ها».

بولس در پاسخ به این معما می‌گوید: «ابتدا باید ایزدبانویی را شناسایی کرد که تصادف است و نه صدق یا کذب»؛ راه حل او را می‌توان در [۱] یافت. در مقاله [۴] نیز با طرح پرسشی و سپس ساده‌کردن شرایط معما (و البته فاصله گرفتن معما از معمای اصلی)، آن را حل کرده‌اند. شرح‌های دیگری بر این معما و راه حل بولس نگاشته شد؛ در [۶]، [۹]، [۵]، و [۱۰] می‌توان برخی از دیگر شرح‌ها را دید.

در این مقاله تلاش می‌کنیم با استفاده از منطق گزاره‌ها، جدول منطقی، و استدلال قیاسی درک راه حل بولس را آسان‌تر کنیم. در پایان تعمیمی از این معما ارائه می‌کنیم.

۲ شرح راه حل بولس

بولس با طرح سه پرسش، به صورتی که در ادامه می‌آید، راز این معما را می‌گشاید. پرسش‌ها به ترتیب عبارت‌اند از:

پرسش ۱) آیا «دا» به معنی «بله» است اگر و تنها اگر A صادق است اگر و تنها اگر B تصادف است؟

پرسش ۲) آیا «دا» به معنی «بله» است اگر و تنها اگر رم در ایتالیا است؟

پرسش ۳) آیا «دا» به معنی «بله» است اگر و تنها اگر A تصادف است؟

در ادامه، برای پرسش‌های ۱، ۲، و ۳ از نمادهای q_1 ، q_2 ، و q_3 استفاده می‌کنیم. برای ساده‌تر شدن کار، برای گزاره‌های زیر نامی انتخاب می‌کنیم:

p : «دا» به معنی «بله» است؛

q : A صادق است؛

r : B تصادف است؛

s : A تصادف است؛

t : رم در ایتالیا است.

با این نمادها، پرسش‌های ۱ تا ۳ به صورت گزاره‌های زیر بازنویسی می‌شوند:

$$(1) \quad p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$$

$$(2) \quad p \Leftrightarrow t$$

$$(3) \quad p \Leftrightarrow s$$

هریک از گزاره‌های p ، q ، r ، s و t می‌تواند درست یا نادرست (به اختصار T یا F) باشد. لذا هر یک از پرسش‌های ۱، ۲، و ۳ را می‌توان با یک جدول ارزش منطقی مورد بررسی قرار داد. ابتدا جدول ۱ مربوط به پرسش ۱ را می‌آوریم:

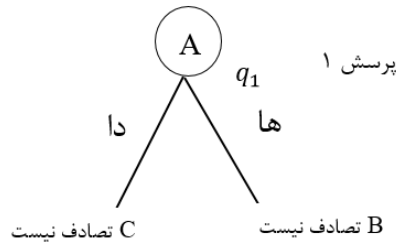
جدول ۰۱. جدول ارزش منطقی گزاره $p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$ (پرسش q_1)

	p	q	r	$q \Leftrightarrow r$	$p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$	اگر A صادق باشد	اگر A کاذب باشد	اگر A تصادف باشد
۱	T	T	T	T	T	دا (بله)		
۲	T	T	F	F	F	ها (خیر)		
۳	T	F	T	F	F		دا (خیر)	
۴	T	F	F	T	T		ها (بله)	دا یا ها (بله یا خیر)
۵	F	T	T	T	F	دا (خیر)		
۶	F	T	F	F	T	ها (بله)		
۷	F	F	T	F	T		دا (خیر)	
۸	F	F	F	T	F		ها (بله)	دا یا ها (بله یا خیر)

شرح جدول ۱ چنین است:

- حروف T و F در هر خانه نشان‌دهنده ارزش‌های منطقی گزاره مربوط به آن ستون است.
- کلمات «دا» یا «ها» در هر خانه نشان‌دهنده پاسخ A در حالت مربوط به همان ستون است و بله یا خیر کنار آن‌ها نشان‌دهنده منظور واقعی ایزدبانوی پاسخ‌دهنده است (توجه کنید که با توجه به صادق، کاذب، یا تصادف بودن پاسخ داده می‌شود).

توجه کنید که



شکل ۱. از A پرسش q_1 پرسیده می‌شود و پاسخ‌های «دا» و «ها» به ترتیب نتایج « C تصادف نیست» و « B تصادف نیست» را در پی دارند.

(۱) اگر A درست باشد، گزاره q درست است، لذا پاسخ‌گویی (برای صادق) تنها در حالتی که ارزش گزاره q ، T است رخ می‌دهد.

(۲) اگر A کاذب باشد، پس صادق نیست و ارزش گزاره q ، F است لذا پاسخ‌گویی (برای کاذب) زمانی رخ می‌دهد که ارزش منطقی گزاره q ، F است.

(۳) اگر A تصادف باشد، یعنی B و C تصادف نیستند و همین‌طور A نیز صادق نیست به عبارت دیگر پاسخ‌گویی (برای تصادف) در حالت‌هایی که ارزش گزاره‌های q و r هر دو F باشد، رخ می‌دهد.

اما با توجه به آنچه در جدول مشاهده می‌کنید (خانه‌های سبز رنگ ردیف‌های ۱، ۳، ۵، و ۷) اگر پاسخ «دا» داده شود، یکی از دو شخص A (اگر A تصادف باشد) یا B (اگر A صادق یا کاذب باشد) تصادف است، لذا C تصادف نیست.

با استدلال فوق (با توجه به خانه‌های نارنجی ردیف‌های ۲، ۴، ۶، و ۸ جدول) می‌توان نتیجه گرفت که پاسخ «ها» نشان‌دهنده این است که B تصادف نیست.

می‌توانیم نمودار درختی (شکل ۱) پرسش شماره ۱ را برای معمای مطرح‌شده رسم کنیم.

برای راحتی کار خواننده توضیحاتی در مورد نمودار درختی می‌آوریم؛ اطلاعات بیشتر در [۲] آمده است. نمودار درختی، نمایشی از روابط است که با گره‌ای مرکزی یا ریشه، آغاز می‌شود. این گره یا ریشه همان مسئله یا ایده‌ای است که در حال تحلیل و بررسی آن هستیم. هر راه‌حل احتمالی یا رویدادی، شاخه خودش را دارد که از سمت راست یا چپ گره بیرون می‌آید. تصمیم یا پیامدهای بعدی نیز از گره‌های بعدی منشعب می‌شوند و به این نمودار، ساختاری درخت‌گونه می‌دهند.

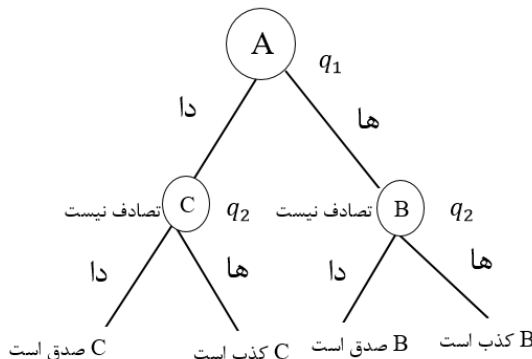
اینک پرسش دوم را از B یا C (که حالا می‌دانیم تصادف نیستند) می‌پرسیم و جدول ۲ را

خواهیم داشت.

جدول ۰۲. جدول ارزش منطقی گزارهٔ $p \Leftrightarrow t$ (پرسش q_2)

p	t	$p \Leftrightarrow t$	پاسخ B یا C (کاذب)	پاسخ B یا C (صادق)
T	T	T	دا (بله)	ها (خیر)
F	T	F	دا (خیر)	ها (بله)

پس پاسخ «دا» نشان‌دهندهٔ صادق بودن B یا C و پاسخ «ها» نشان‌دهندهٔ کاذب بودن B یا C است. حالا نمودار درختی شکل ۱ به صورت نمودار شکل ۲ ادامه می‌یابد.



شکل ۰۲. از B یا C ، پرسش q_2 ، پرسیده می‌شود و پاسخ‌های «دا» و «ها» به ترتیب صادق یا کاذب بودن پاسخ‌دهنده را روشن می‌کند.

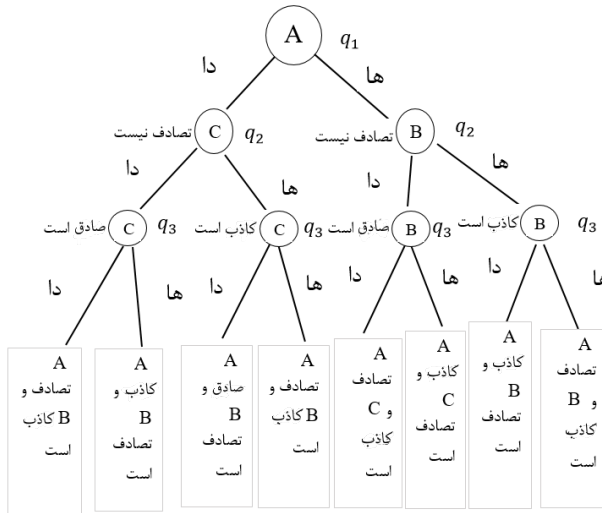
حال که می‌دانیم B (C) صادق یا کاذب است، سؤال سوم را نیز از او می‌پرسیم که در جدول ۳ آمده است. فرض کنیم پاسخ‌دهنده B باشد، پس توجه کنید که اگر B صادق باشد پاسخ «دا»

جدول ۰۳. جدول ارزش منطقی گزارهٔ $p \Leftrightarrow s$ (پرسش q_3)

p	s	$p \Leftrightarrow s$	B (C) صادق	B (C) کاذب
T	T	T	دا (بله)	ها (خیر)
F	F	T	ها (خیر)	دا (بله)
F	T	F	دا (خیر)	ها (بله)
T	F	F	ها (بله)	دا (خیر)

نشان‌دهنده تصادف بودن A و پاسخ «ها» نشان‌دهنده تصادف نبودن A و لذا کاذب بودن او و تصادف بودن C است و اگر B کاذب باشد پاسخ «ها» نشان‌دهنده تصادف بودن A و پاسخ «دا» نشان‌دهنده صادق بودن A و تصادف بودن C است و اگر C پاسخ‌دهنده باشد، استدلال کاملاً مشابه است.

نمودار درختی نهایی برای این راه‌حل معما را می‌توان به شکل ۳ تکمیل کرد. همان‌طور که می‌بینیم



شکل ۳. نمودار درختی حل معما

با توجه به نمودار درختی شکل ۳، حل معما و استدلال منطقی آن در یک صفحه قابل مشاهده و درک آن نیز آسان‌تر است.

۳ تعمیمی از معما

می‌توان با حفظ همه شرایط معما یادشده مسئله زیر را مطرح کرد:

مسئله. اگر تعداد ایزدبانوان n باشد، k تا از آن‌ها تصادف ($1 \leq k \leq n-2$) و $n-k$ تای دیگر صادق یا کاذب باشند، آیا با n سؤال بله-خیر می‌توان هویت هریک از ایزدبانوان اعم از صادق، کاذب، یا تصادف را مشخص کرد؟

ملاحظه ۱.۳. اگر بدانیم تنها یک ایزدبانو تصادف است و ایزدبانوی تصادف در بین کدام سه ایزدبانو است، مسئله به‌سادگی و با روش بخش ۲ حل می‌شود. زیرا می‌توان هویت سه ایزدبانویی را که

ایزدبانوی تصادف در بین آن‌ها است با سه پرسش مشخص کرد و سپس با توجه به اینکه لااقل یک ایزدبانوی صادق یا کاذب را با هویت عیان خواهیم شناخت، با $n - 3$ پرسش دیگر می‌توان صادق یا کاذب بودن ایزدبانوان دیگر را روشن ساخت.

در حالتی غیراز حالت ملاحظه ۱.۳ می‌توان نشان داد که امکان حل مسئله با n پرسش به روش قبل وجود ندارد. برای مثال فرض کنید ایزدبانوان چهار تن باشند و هیچ شرط اضافه‌ای در مسئله نباشد. با رسم جدول و نمودار درختی می‌توان دید پرسش‌هایی که در بخش ۲ منجر به حل معما شدند در این مسئله نتیجه‌بخش نخواهند بود.

مراجع

- [۱] بولس، جی.، دشوارترین معمای منطقی همه دوران‌ها، ترجمه احسان ممتحن، فرهنگ و اندیشه ریاضی، ۳۷ (۱۳۹۷)، ۱۴۱-۱۴۶.
- [۲] نبوی، لطف‌الله، مبانی منطق جدید، سمت، تهران، ۱۳۸۹.
- [3] Boolos, G., The hardest logic puzzle ever, *The Harvard Review of Philosophy*, **6** (1996), 62-65
- [4] Rabern, B., Rabern, L., A simple solution to the hardest logic puzzle ever, *Analysis*, **68** (2008), 105.
- [5] Rabern, B., Rabern, L., In defense of the two question solution to the hardest logic puzzle ever, available at https://brianrabern.net/landon-papers/defense_HLPE.pdf.
- [6] Roberts, T. S., Some Thoughts about the hardest logic puzzle ever, *J. Philosophical Logic*, **30** (2001), 609-612.
- [7] Smullyan, R., *What is the Name of This Book?*, Prentice Hall, New Jersey, 1978.
- [8] Smullyan, R., *The Riddle of Scheherazade*, A. A. Knopf, Inc, New York, 1997.
- [9] Uzquiano, G., How to solve the hardest logic puzzle ever in two questions, *Analysis*, **70** (2009), 39-44.
- [10] Wheeler, G., Barahona, P., Why the hardest logic puzzle ever cannot be solved in less than three questions, *J. Philosophical Logic*, **41** (2011), 493.

On the Hardest Logic Puzzle Ever

M. Esmaeili¹

Department of Mathematics, University of Hormozgan, Iran

Abstract. Years ago, Raymond Smullyan, a logician and master of puzzles, raised a problem that George Boolos called “the hardest logic puzzle ever”. We present a generalization of the puzzle in the form of a problem.

Keywords: logic puzzle, George Boolos, tree diagram

Article history: Recieved 18 October 2021; Accepted 6 October 2022

Article type: original
